

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	iv
RESUMO.....	vii
ABSTRACT.....	viii
<b>1 Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 Histórico.....	3
1.1.1 NB-1/60.....	5
1.1.2 NB-1/78. Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado.....	7
1.1.3 Projeto de Revisão NBR 6118. Projeto de Estruturas de Concreto, 2000.....	10
1.1.4 Objetivos.....	12
<b>2 Diagramas Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura.....</b>	<b>13</b>
2.1 Diagramas de cálculo.....	15
2.2 Domínios de Deformação.....	15
2.3 Diagramas propostos pela revisão da NB-1/78.....	17
2.4 Implementação Computacional.....	19
2.4.1 Elaboração de Diagramas.....	20
2.5 Exemplos de Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura.....	24
2.5.1 Exemplo 01.....	24
2.5.2 Exemplo 02.....	28
2.5.3 Exemplo 03.....	32
2.5.4 Análise dos Resultados.....	34
<b>3 Modelagem do Estado Limite Último de Instabilidade.....</b>	<b>37</b>

3.1	Método das Diferenças Finitas.....	37
3.2	Aplicação do Método de Diferenças Finitas em Pilares de Concreto Armado – Processo de Engesser-Vianello.....	39
3.2.1	Variantes do Processo.....	45
3.3	Método da Analogia de Mohr.....	48
3.4	Método do Pilar Padrão.....	53
3.5	Processo do Pilar Padrão Melhorado.....	56
3.6	Outros Processo.....	57
3.7	Implementação Computacional.....	58
<b>4</b>	<b>Estudo de Parâmetros que influenciam na análise de pilares esbeltos.....</b>	<b>61</b>
4.1	Variação dos Intervalos de Teta( $\theta$ ).....	62
4.2	Variação entre os Valores de Esforço Normal ( $\Delta N$ ).....	62
4.3	Número de Divisões dos Pilares em Estudo.....	64
4.4	Incremento da Excentricidade Inicial para a Obtenção da Excentricidade Máxima ( $\Delta f$ ).....	64
4.5	Variação dos Valores Encontrados entre duas iterações sucessivas (Para Analogia de Mohr).....	65
4.6	Exemplos.....	66
4.6.1	Exemplo 01.....	66
4.6.2	Exemplo 02.....	73
4.7	Análise dos Resultados.....	77
<b>5</b>	<b>Exemplos de Aplicação.....</b>	<b>79</b>
5.1	Exemplo 01.....	80

5.2	Exemplo 02.....	87
5.3	Exemplo 03.....	90
5.4	Análise dos Resultados.....	93
<b>6</b>	<b>Tabelas de Iteração.....</b>	<b>95</b>
6.1	Exemplos de Aplicação das Tabelas de Iteração.....	103
6.1.1	Exemplo 01.....	103
6.1.2	Exemplo 02.....	106
6.1.3	Exemplo 03.....	108
<b>7</b>	<b>Conclusões e recomendações.....</b>	<b>113</b>
<b>8</b>	<b>Referencias Bibliográficas e Bibliografia .....</b>	<b>119</b>
<b>9</b>	<b>Anexos.....</b>	<b>123</b>



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Exemplo de Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura.....	14
Figura 2.2 Domínios de deformação que caracterizam o Estado Limite Último.....	16
Figura 2.3 Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura – Proposta de Revisão da NB-1.....	19
Figura 2.4 Formulário de Entrada de Dados.....	21
Figura 2.5 Verificação de dados de Entrada.....	22
Figura 2.6 Exemplo de um Diagrama $M_x N_x 1/r$ .....	23
Figura 2.7 Seção Transversal.....	24
Figura 2.8 Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura - $\sigma_{cd} = 0.85f_{cd}$ .....	25
Figura 2.9 Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura - $\sigma_{cd} = 1.10 f_{cd}$ .....	26
Figura 2.10 Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura – Comparação de valores.....	27
Figura 2.11 Seção Transversal Exemplo 02 .....	28
Figura 2.12 Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura- Seção 20x20..	31
Figura 2.13 Seção Transversal Exemplo 03 .....	32
Figura 2.14 10 Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura- Seção 20x30.....	34
Figura 3.1 Diferenças Finitas.....	38

Figura 3.2 Método de Diferenças Finitas.....	39
Figura 3.3 Diagrama Momento Fletor Curvatura.....	41
Figura 3.4 Diferenças Finitas.....	42
Figura 3.5 Método de Diferenças Finitas.....	44
Figura 3.6 Método de Diferenças Finitas.....	45
Figura 3.7 Diferenças Finitas – Segunda Variante do Processo.....	46
Figura 3.8 Método de Diferenças Finitas.....	47
Figura 3.9 Falha na Instabilidade.....	47
Figura 3.10 Linha Elástica.....	48
Figura 3.11 Método de analogia de Mohr.....	51
Figura 3.12 Pilar Padrão.....	54
Figura 3.13 Processo Pilar Padrão.....	55
Figura 3.14 Diagramas de Iteração.....	56
Figura 3.15 Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura.....	58
Figura 3.16 Escolha do arquivo de dados de entrada.....	59
Figura 3.17 Tela de dados de entrada para analogia de Mohr e Diferenças Finitas....	59
Figura 3.18 Tela Final do Programa.....	60
Figura 5.1 Exemplo 01.....	80
Figura 5.2 Máxima Excentricidade Inicial – Método de Diferenças Finitas.....	81
Figura 5.3 Máxima Excentricidade Inicial – Método de Diferenças Finitas.....	84
Figura 5.3 Máxima Excentricidade Inicial – Método de Diferenças Finitas.....	85
Figura 5.5 Exemplo 02.....	88
Figura 5.6 Máxima Excentricidade Inicial – Método de Diferenças Finitas.....	88
Figura 5.7 Exemplo 03.....	91

Figura 5.8 Máxima Excentricidade Inicial – Método de Diferenças Finitas.....	91
Figura 6.1 – Tabelas de Iteração.....	96
Figura 6.2 - Exemplo 02.....	104

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 4.1 Resultados de máxima excentricidade inicial (mm).....	67
Tabela 4.2 Resultados de deslocamento no Topo (mm).....	69
Tabela 4.3 Resultados de deslocamento no Topo (mm).....	70
Tabela 4.4 Resultados de deslocamento no Topo (mm).....	71
Tabela 4.5 Resultados de máxima excentricidade inicial (mm).....	72
Tabela 4.6 Resultados de deslocamento no Topo (mm).....	72
Tabela 4.7 Resultados de máxima excentricidade inicial (mm).....	74
Tabela 4.8 Resultados de deslocamento no Topo (mm).....	74
Tabela 4.9 Resultados de deslocamento no Topo (mm).....	75
Tabela 4.10 Resultados de máxima excentricidade inicial (mm).....	75
Tabela 4.11 Resultados de deslocamento no Topo (mm).....	76
Tabela 4.12 Resultados de deslocamento no Topo (mm).....	76
Tabela 5.1 Máxima Excentricidade no Topo (projeto de revisão e NB-1/78).....	82
Tabela 5.2 Deslocamento no Topo (projeto de revisão e NB-1/78).....	83
Tabela 5.3 Máxima Excentricidade no Topo (projeto de revisão e NB-1/78).....	84
Tabela 5.4 Deslocamento no Topo (projeto de revisão e NB-1/78).....	85
Tabela 5.5 Máxima Excentricidade no Topo (projeto de revisão e NB-1/78).....	86
Tabela 5.6 Deslocamento no Topo (projeto de revisão e NB-1/78).....	87
Tabela 5.7 Máxima Excentricidade no Topo (projeto de revisão e NB-1/78).....	89

Tabela 5.8 Máxima Excentricidade no Topo (projeto de revisão e NB-1/78).....	90
Tabela 5.9 Máxima Excentricidade no Topo (projeto de revisão e NB-1/78..).....	92
Tabela 5.10 Deslocamento no Topo (projeto de revisão e NB-1/78).....	93
Tabela 6.1 Tabela de iteração para seção transversal com armadura simétrica – NB-1/78 – $l_e/h=0$ – $d'/h=0.10$ – Valores de $\mu$ .....	97
Tabela 6.2 Tabela de iteração para seção transversal com armadura simétrica – NB-1/78 – $l_e/h=10$ – $d'/h=0.10$ – Valores de $\mu$ .....	98
Tabela 6.3 Tabela de iteração para seção transversal com armadura simétrica – NB-1/78 – $l_e/h=20$ – $d'/h=0.10$ – Valores de $\mu$ .....	98
Tabela 6.4 Tabela de iteração para seção transversal com armadura simétrica – NB-1/78 – $l_e/h=30$ – $d'/h=0.10$ – Valores de $\mu$ .....	99
Tabela 6.5 Tabela de iteração para seção transversal com armadura simétrica – NB-1/78 – $l_e/h=40$ – $d'/h=0.10$ – Valores de $\mu$ .....	99
Tabela 6.6 Tabela de iteração para seção transversal com armadura simétrica – Proposta de Revisão da NB-1 - $l_e/h=0$ – $d'/h=0.10$ – Valores de $\mu$ .....	100
Tabela 6.7 Tabela de iteração para seção transversal com armadura simétrica – Proposta de Revisão da NB-1 - $l_e/h=10$ – $d'/h=0.10$ – Valores de $\mu$ .....	100
Tabela 6.8 Tabela de iteração para seção transversal com armadura simétrica – Proposta de Revisão da NB-1 - $l_e/h=20$ – $d'/h=0.10$ – Valores de $\mu$ .....	101
Tabela 6.9 Tabela de iteração para seção transversal com armadura simétrica – Proposta de Revisão da NB-1 - $l_e/h=30$ – $d'/h=0.10$ – Valores de $\mu$ .....	102

Tabela 6.10 Tabela de iteração para seção transversal com armadura simétrica –	
Proposta de Revisão da NB-1 - $l_e/h=0$ – $d'/h=0.10$ – Valores de $\mu$ .....	102

## RESUMO

KETTERMANN, Adriana C. - EFEITO DA DEFORMABILIDADE DOS PILARES NO ESTUDO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE INSTABILIDADE, Florianópolis, 2001, UFSC, Santa Catarina.

A revisão da atual NB1 propõe mudanças na construção do diagrama momento fletor x esforço normal x curvatura de pilares de concreto armado. Essa alteração leva em consideração que diagramas baseados em valores de cálculo dos materiais, que vinham sendo usados até o momento, superestimam as deformações nesses pilares. Este trabalho vai mostrar, inicialmente, as diferenças que existem entre os diagramas usuais e os diagramas elaborados com as novas proposições. Serão apresentados exemplos de diagramas de pilares com várias geometrias e vários níveis de esforço normal.

Serão mostrados, também, os estudos sobre os efeitos que essas modificações causam na verificação do estado limite último de instabilidade em pilares esbeltos de concreto armado. A análise desse estado limite último será feita com os métodos de Diferenças Finitas e Analogia de Mohr, que equivalem a integrar as curvaturas ao longo do pilar.

Outro estudo realizado a partir da proposta de revisão da NB-1 será a obtenção de diagramas adimensionais de iteração para dimensionamento de pilares esbeltos. Estes diagramas serão traçados a partir dos diagramas “Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura” para seções transversais que difiram apenas no nível de esforço normal e taxa de armadura. Para o traçado deste diagramas será utilizado o método de Diferenças Finitas.

Palavras-chaves : Instabilidade – Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura – Pilares

**ABSTRACT**

KETTERMANN, Adriana C. – EFFECT OF PILLARS DEFORMABILITY IN THE STUDY OF THE INSTABILITY ULTIMATE LIMIT STATE, FLORIANÓPOLIS, 2001, UFSC, Santa Catarina.

In the review of the current Brazilian Code NB1 for the Reinforced Concrete Structures a proposal for changing the building Moment x Curvatures Diagrams in columns for different axial load levels is presented. This change takes into account the fact that when these diagrams are constructed based on design material properties, as presented in the original code, the deformation in the columns are overestimated. In this work, the differences between the usual diagrams and those elaborated according to the new proposals in the Code Review are initially presented. The differences are shown for several examples by varying the column geometry and also the axial load level.

Included are also studies of the effects of these modifications on the verification of the instability ultimate limit state on reinforced concrete slender pillars. The analysis of the referred ultimate limit state will be made using the Finite Difference method and Mohr's Analogy, that are equivalent to integrating the curvatures along the pillar.

Another study carried out based on the proposed review of NB-1 will be the obtention of non-dimensional diagrams of iteration for the dimensioning of slender pillars. These diagrams will be drawn based on the "Flexor Moment x Normal Stress x Curvature" diagrams for transversal sections different only in the level of normal stress and rate of reinforcement. The method of Finite Difference will be used for these diagrams.

Key-words: Instability –Bending Moment x Axial Stress x Curvature – Columns

## 1 INTRODUÇÃO

A evolução da sociedade traz consigo muitas mudanças nos conhecimentos técnicos, acarretando uma permanente necessidade de renovação das normas técnicas utilizadas. Sendo assim, a atualização das normas de projeto de Estruturas de Concreto Armado pode ser um instrumento de desenvolvimento que assegure a permanente atualização dos conhecimentos, garantindo um padrão adequado de qualidade nos projetos (Fusco, 1993).

Assim como aconteceu com as versões anteriores, muitos dos procedimentos descritos na NB-1/78 (NBR6118 – Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado) tornaram-se ultrapassados, havendo, portanto, necessidade de mudanças.

“A ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) lançou recentemente o Projeto de Revisão da Norma NB6118. Ela irá cancelar e substituir as normas NBR7197/1989(Projeto de Estruturas de Concreto Protendido) e NBR 6118/1978 (Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado), que são as normas vigentes para o cálculo de estruturas de concreto armado. A nova norma determinará os critérios gerais que regem os projetos das estruturas de concreto em geral, tais como edifícios, pontes, aeroportos, etc” (Coelho, 2001).

Atualmente as estruturas de concreto armado vem sofrendo transformações acentuadas. O grande número de pavimentos e o uso cada vez maior de concreto de alto desempenho vem tornando as estruturas cada vez mais esbeltas. Nestes casos a análise

da estabilidade global e local nas estruturas é indispensável, pois tem a finalidade de detectar possíveis efeitos de segunda ordem que possam vir a comprometer a segurança.

Acompanhando a evolução ocorrida nas obras de concreto armado, o projeto de revisão da NB-1/78 dá ênfase maior à verificação da instabilidade das estruturas.

Os métodos de estudo de instabilidade são quase sempre iterativos, tornando-os desta maneira difíceis de serem resolvidos manualmente. Existe a necessidade de dar um enfoque computacional para o problema facilitando assim o uso destes procedimentos.

Uma modificação importante proposta no projeto de revisão da NB-1/78(NBR 6118), e que será objetivo de estudo neste trabalho, é a alteração no cálculo de deformação de pilares esbeltos de Concreto Armado.

Segundo França (1993), “na análise de esforços de segunda ordem de estruturas articuladas a rigidez é obtida a partir de relações constitutivas baseadas em valores de cálculo das resistências. Isto pode conduzir a uma superavaliação dos efeitos da não-linearidade. Existe uma grande lacuna no conhecimento de quais seriam os valores mais adequados para definir estas relações para cada estado limite considerado”.

A rigidez dos pilares de concreto armado é obtida através dos diagramas momento fletor x esforço normal x curvatura, que são relações momento-curvatura para um nível de esforço normal constante. O projeto de revisão da NB-1-78(NBR 6118) propõe alterações na construção nestes diagramas. O processo antigo de construção dos diagramas considerando valores de cálculo dos materiais pode levar a deformações

superestimadas. O projeto de revisão da norma propõe que o cálculo das deformações das estruturas seja feito com base em diagramas menos conservadores, utilizando como valor de tensão de pico do diagrama tensão-deformação do concreto, o valor de  $1,10f_{cd}$ .

O uso destes diagramas propostos pela revisão da norma deve resultar em um projeto mais econômico. Existe, portanto, a necessidade de avaliação das reais implicações destas mudanças.

## 1.1 HISTÓRICO

De acordo com França (1993), no Brasil a primeira norma oficial foi a NB-1/1940 “Cálculo e Execução de Obras de Concreto Armado”, cujo texto foi baseado em duas regulamentações que tinham alcance regional; o “Regulamento para Construções de Concreto Armado”, publicado em 1931 e revisto em 1935 e 1937; e as “Normas para Execução e Cálculo de Concreto Armado” da ABCP, Associação Brasileira de Cimento Portland, de 1937.

A NB-1/1940 teve sua primeira revisão realizada em 1950 e a segunda revisão feita em 1960. Seu texto antecipou-se às “Recomendações Práticas do CEB” de 1963, na definição de uma resistência característica do concreto baseado em princípios estatísticos.

A última revisão na NB-1 é a de 1978, que posteriormente passou a ser chamada de NBR 6118/78 e introduziu-se o Método Semi Probabilístico na verificação

da segurança, e o conceito de Estados Limites. De uma norma determinística, em grande parte de tensões admissíveis, era preciso passar para um formato que inclui fenômenos probabilísticos e inteiramente de estados limites.

“Com a evolução ocorrida com a Engenharia de Estruturas percebe-se que a NB-1 não contempla exatamente as Estruturas de Concreto Armado como seu título ostenta até hoje” (Fusco,1993). Pode-se dizer que a NB-1 sempre foi uma norma mais voltada para o projeto de peças de concreto armado, tratando a estrutura como peças isoladas e não como um todo.

A revisão de parte da NB-1/78 começou em 1990. A Nova NB-1 deverá integrar o concreto simples, armado e protendido, seguindo a tendência de todas as normas mais atuais no mundo.

“No projeto de revisão da NB-1/78, procura-se privilegiar a visão da estrutura como um todo, dando-se ênfase a todas as etapas do projeto, da definição dos requisitos de qualidade, às ações, à análise estrutural, ao dimensionamento e ao detalhamento. Procurou-se abandonar o esquema de uma norma aparentemente voltada ao dimensionamento e verificação de seções ou de peças estruturais” (Coelho, 1999).

A verificação do estado limite último de instabilidade também evoluiu junto com a atualização da norma. A seguir descreve-se as prescrições encontradas na NB1-60, NB-1/78 e no projeto de revisão da NB-1/78.

### 1.1.1 NB-1/60 – CÁLCULO E EXECUÇÃO DE OBRAS DE CONCRETO

#### ARMADO

A NB-1/60 considerava o estudo das peças isoladamente, não levando em conta o estado limite último de instabilidade da estrutura.

A norma expõe apenas critérios de cálculo de segurança à flambagem.

De acordo com artigo 28 da NB-1/60 a verificação deve ser feita da seguinte maneira:

“Sempre que seja necessário verificar a segurança de uma peça com relação a flambagem, deve-se fazer o cálculo de acordo com a Teoria da Flambagem, considerando os módulos de elasticidade tangentes do concreto e do aço e levando em conta a deformação lenta do concreto, quando houver. O coeficiente de segurança a ser usado é 3.

Dispensa-se este cálculo nos seguintes casos:

1) Quando se tratar de peça reta sob carga axial.

- a. Quando  $\lambda \leq 50$ .
- b. Quando  $\lambda > 50$ , se a carga de ruptura for dividida por:

$$\omega = \frac{100}{100 - \lambda} \quad \text{para } \lambda < 100 \quad \text{eq.(1.1)}$$

$$\omega = \frac{2 \lambda^3}{1.000.000} \quad \text{para } \lambda \geq 100 \quad \text{eq.(1.2)}$$

Sendo o índice de esbeltez ( $\lambda$ ) definido pela relação:

$$\lambda = le/i$$

onde  $le$  é o comprimento de flambagem e  $i$  o raio de giração referente ao plano de flexão considerado.

2) Quando se tratar de peça reta sob flexão composta, calculada para esta solicitação (não se deixando de levar em conta no valor do momento fletor o efeito do desdobramento do eixo da peça) e verificada de acordo com a Alínea (1), supondo-se então a força normal agindo axial e isoladamente.”

A primeira versão da norma tratava os elementos estruturais de maneira isolada considerando apenas os efeitos localizados de flambagem, sem fazer nenhum comentário sobre a estabilidade global.

## 1.1.2 NB-1/78. PROJETO E EXECUÇÃO DE OBRAS DE CONCRETO

### ARMADO

De acordo com a NB-1/78 é desnecessário levar em conta os efeitos de deformação nos casos de pilares com  $\lambda \leq 40$ .

Nos demais casos a consideração dos efeitos de deformação pode ser feita de duas maneiras:

- pelo processo simplificado;
- pelo processo exato.

- Pelo processo simplificado no caso de barras retas com seção transversal simétrica constante (inclusive a armadura) e força normal também constante ao longo do seu comprimento, sob flexo-compressão e com  $40 < \lambda \leq 80$ .

O cálculo por processo simplificado consiste em acrescentar-se a cada momento fletor de projeto de primeira ordem M1d, um momento complementar M2d, agindo em plano paralelo à excentricidade acidental com que se calculou M1d, suposto igual a:

$$M1d = Fd \cdot e2 = Fd \cdot \frac{le^2}{10} \cdot \frac{1}{r}$$

eq.(1.3)

em que a curvatura  $1/r$  do eixo da peça será determinada por:

$$\frac{1}{r} = \frac{0.0035 + f_{yd} / E_s}{(\nu + 0.5)h}$$

eq.(1.4)

Onde:

$$\nu = \frac{Fd}{A_c \cdot f_{cd}}$$

eq.(1.5)

e ,

- $h$ =lado, paralelo à excentricidade acidental considerada, do retângulo circunscrito à seção,
- $F_d$  = força axial de projeto,
- $A_c$ = área de concreto da seção transversal geométrica da peça
- $f_{cd}$  = resistência de cálculo do concreto à compressão
- $f_{yd}$ = resistência de cálculo do aço à tração
- $M_{2d}$  será desprezado quando  $\lambda \leq 40$  no plano em que ele atua

É desnecessário considerar o efeito da deformação lenta por ser simétrica a armadura.

Determinado  $M_{2d}$ , o cálculo da seção será feito com a sollicitação constituída por  $N_d = F_d$  e  $M_d =$  resultante de  $M_{1d}$  e  $M_{2d}$ .

-Pelo *processo exato* (obrigatório quando  $\lambda > 140$ ) que considera a relação momento-curvatura, baseado nos diagramas  $\sigma \times \epsilon$  do concreto e do aço, ou por um processo aproximado devidamente justificado; a deformação lenta será levada em conta se for o caso e se  $\lambda > 80$ .

Em resumo pode-se dizer que as exigências feitas pela NB-1/78 para a verificação da segurança dos pilares são as seguintes:

- $\lambda < 40$  – É dispensado a consideração das deformações;
- $40 < \lambda \leq 80$  – É obrigatório a consideração das deformações. Esta consideração pode ser feita por processo simplificado apresentado na norma;
- $80 < \lambda \leq 140$  – É obrigatório a consideração das deformações, inclusive a deformação lenta. Esta consideração pode ser feita por processo simplificado (não exposto na norma);
- $140 < \lambda \leq 200$  – É obrigatório a consideração das deformações. Esta consideração deve ser feita pelo processo exato.
- $\lambda > 200$  – Não é permitido utilizar pilares com  $\lambda > 200$ .

Segundo Coelho (2001), pode-se dizer que a norma NBR 6118/1978 é uma norma desatualizada em relação aos padrões atuais de projeto de estruturas. Essa norma dá maior importância ao cálculo dos elementos estruturais (lajes, pilares, vigas e fundações) isoladas e não à análise da estrutura como um todo. Essa norma não apresenta critérios claros de verificação da estabilidade global, tratando principalmente dos efeitos locais de segunda ordem nos pilares.

### **1.1.3 PROJETO DE REVISÃO NBR 6118. PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 2000**

Segundo o Projeto de Revisão da NB-1/78 (2000), os efeitos de segunda ordem são aqueles que se somam aos obtidos numa análise de primeira ordem, quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada.

Os efeitos de segunda ordem, em cuja determinação deve ser levado em conta o comportamento não-linear dos materiais, podem ser desprezados sempre que não representem um acréscimo superior a 10% nas reações e nas solicitações relevantes da estrutura.

Na verificação e efeitos de segunda ordem aplicados a estruturas constituídas por barras submetidas à flexão composta, onde a contribuição da torção possa ser desprezada, devem ser considerados os seguintes itens:

- a análise estrutural com efeitos de segunda ordem deve assegurar que, para as combinações mais desfavoráveis das ações de cálculo, não ocorra perda de estabilidade, nem esgotamento da capacidade resistente de cálculo.
- A não-linearidade física, presente nas estruturas de concreto armado, deve ser obrigatoriamente levada em conta.
- A deformabilidade dos elementos deve ser calculada com base nos diagramas tensão-deformação dos materiais.
- A tensão de pico do concreto deve ser igual a  $1.10f_{cd}$ , já incluído o efeito Rusch, e a do aço igual a  $f_{yd}$ , com os valores de  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$  utilizados no Estado Limite Último.
- Deve ser verificada a capacidade resistente da seção, com  $0,85f_{cd}$ .
- Possíveis incertezas nas características dos apoios da estrutura e na deformabilidade dessas devem ser levadas em conta na análise.

O principal efeito da não-linearidade física pode, em geral, ser considerado através da construção de relações momento-curvatura para cada seção, com armadura suposta conhecida, e para o valor da força normal atuante.

Atualmente com o uso crescente de recursos computacionais, existe a possibilidade de obter precisão na análise das estruturas levando em conta os efeitos de segunda ordem.

#### **1.1.4. OBJETIVOS:**

Este trabalho tem por objetivo apresentar estudos sobre o efeito que o diagrama momento fletor x esforço normal x curvatura causa no estado limite último de instabilidade. Será feita a verificação das diferenças existentes entre os diagramas usados atualmente e os diagramas elaborados de acordo com a proposta de revisão da NB-1/78.

O traçado dos diagramas e as verificações de instabilidade são feitos de maneira iterativa tornando-se trabalhosos de serem resolvidos manualmente. Para cumprir os objetivos desta dissertação serão analisados vários exemplos. Para facilitar os trabalhos serão elaborados programas para o traçado dos diagramas e verificação da instabilidade dos pilares.

Vários parâmetros são utilizados durante a elaboração dos diagramas e verificações de instabilidade. Os resultados obtidos nestes processos dependem muito da utilização dos parâmetros adequados a cada caso. Portanto, o estudo deve iniciar a partir da análise desses parâmetros de modo a obter os resultados mais adequados.

Á partir dos diagramas Momento Fletor x Esforço Normal x curvatura também serão elaboradas tabelas adimensionais de interação para dimensionamento de pilares esbeltos. Essas tabelas podem ser usadas para comparar os índices de armadura necessários de acordo com as duas normas.

## **2 DIAGRAMAS MOMENTO FLETOR X ESFORÇO NORMAL X CURVATURA**

Segundo Loriggio (1999), nas estruturas de concreto armado, o estado limite último por instabilidade é atingido sempre que as solicitações devido a efeitos de segunda ordem crescem mais rapidamente que os momentos internos resistentes na seção estudada.

No estudo de instabilidade deve-se obrigatoriamente levar em conta a não-linearidade física do material. Este efeito pode ser representado com base em relações momento x Curvatura.

Estas relações são obtidas, para uma dada seção transversal com armadura conhecida, e para um nível de esforço normal pré-estabelecido, a partir de equações de equilíbrio, equações de compatibilidade, das características do material e geométricas dos componentes do conjunto. Estas relações são apresentadas em um diagrama em que o eixo das abscissas representa Curvaturas ( $1/r$ ) e o eixo das ordenadas representa os momentos internos resistentes ( $M_d$ ). Pode-se também usar no eixo das abscissas, ao invés da Curvatura, o valor de uma Curvatura adimensional  $\theta$  ( $\theta=1000xh/r$ , onde  $h$ =altura da seção transversal e  $1/r$ = Curvatura da seção).

Segundo Loriggio & Burato (1995), as relações momento-Curvatura dependem diretamente do tipo de solicitação, dos fatores geométricos e materiais da peça e dos fenômenos considerados inerentes ao concreto armado. A forma dos

diagramas momento-Curvatura nos fornece uma idéia das considerações adotadas. Por exemplo, quando se considera material elástico linear, o diagrama momento-curvatura é uma reta inclinada passando pela origem. Quando se considera o material rígido-plástico é somente uma reta horizontal. Quando o estudo envolve relações não lineares entre tensões e deformações o diagrama é curvo. Os diagramas curvos podem ser substituídos por diagramas composto por retas. Além disso, os diagramas podem ser constituídos por faixas lineares e não lineares dependentes das considerações em estudo.

A Figura 2.1 mostra um exemplo de diagrama momento fletor x esforço normal x curvatura.

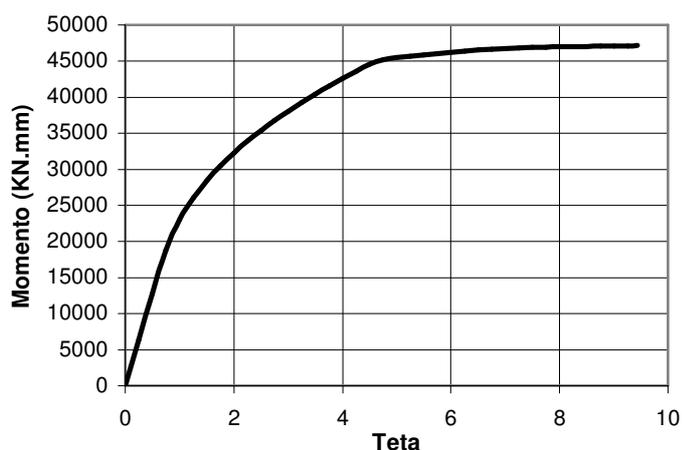


Figura 2.1 – Exemplo de Diagrama Esforço Normal x Momento Fletor x Curvatura para uma pilar com seção transversal de 15x30cm,  $f_{ck}=20\text{Mpa}$ , área de aço de  $2.50\text{cm}^2$  e Esforço Normal de 385KN, calculado com tensão máxima no diagrama tensão x deformação de  $0.85f_{cd}$ .

## **2.1 HIPÓTESES ADOTADAS PARA A CONSTRUÇÃO DOS DIAGRAMAS MOMENTO FLETOR X ESFORÇO NORMAL X CURVATURA**

Para a construção dos diagramas Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura ( $M \times N \times 1/r$ ) de barras de concreto armado foram adotadas as seguintes hipóteses básicas:

- As seções transversais ao eixo da peça permanecem planas e normais ao eixo deformado até a ruptura, isto é, ocorre a distribuição linear das deformações na seção;
- A variação da deformação nas barras de aço é a mesma do concreto a elas adjacentes;
- A resistência do concreto à tração é considerada nula.

## **2.2 DOMÍNIO DE DEFORMAÇÕES**

Os domínios de deformação que caracterizam o Estado Limite Último (ELU) da seção transversal são os dados pela NB-1/78 (NBR 6118) item 4.1.1.

De acordo com a NB-1/78 (NBR 6118), as hipóteses de cálculo no estado limite último nos casos de flexão simples ou composta, normal ou oblíqua, e de compressão ou tração uniforme, excluídas as vigas paredes, são as seguintes:

a) As seções transversais permanecem planas. Os vários casos possíveis são ilustrados na Figura 2.2.

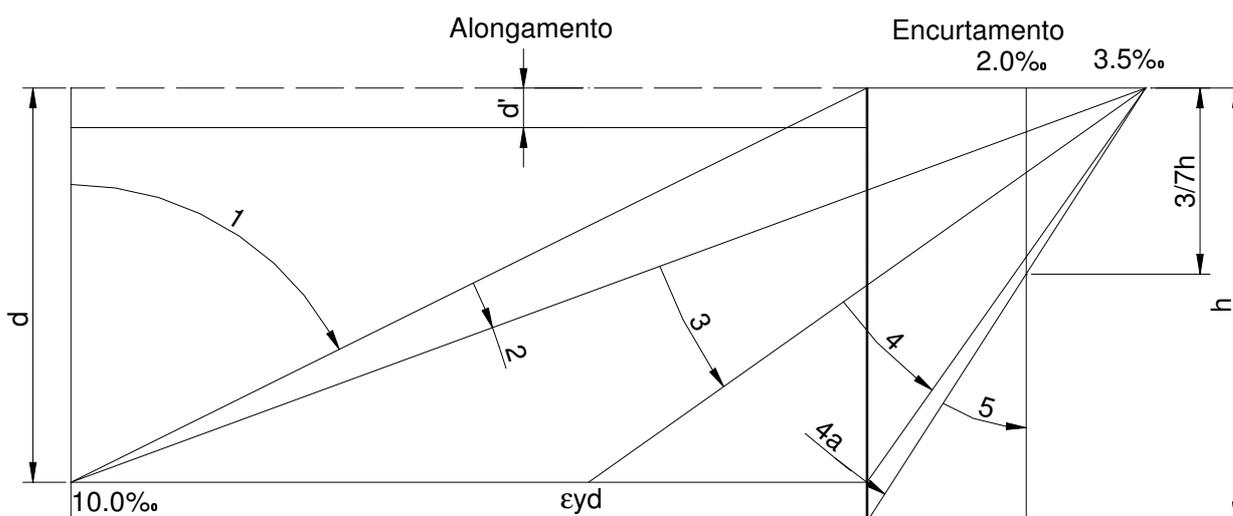


Figura 2.2 – Domínios de deformação que caracterizam o Estado Limite Último

b) Para o encurtamento de ruptura do concreto nas seções não inteiramente comprimidas considera-se o valor convencional de 3.5‰ (domínios 3 a 4a da figura 2.2). Nas seções inteiramente comprimidas (domínio 5 da figura 2.2) admite-se que o encurtamento da borda mais comprimida, na ocasião da ruptura, varie de 3.5‰ a 2.0‰, mantendo-se inalterada e igual a 2.0‰ a deformação a 3/7 da altura total da seção, a partir da borda mais comprimida.

- c) O alongamento máximo permitido ao longo da armadura de tração é de 10.0‰ (domínio 1 e 2 figura 2.2), a fim de prevenir deformação plástica excessiva.
- d) A distribuição das tensões do concreto na seção se faz de acordo com o diagrama parábola-retângulo do item 8.2.4 da NBR 6118.

### **2.3 DIAGRAMAS PROPOSTOS PELA REVISÃO DA NB-1/78**

Segundo a proposta de revisão da NB-1/78 (NBR 6118), a deformabilidade dos elementos deve ser calculada com base em diagramas tensão deformação dos materiais tendo como tensão de pico o valor de  $1,10 f_{cd}$ . O novo diagrama é calculado de maneira análoga ao antigo, tendo como momento máximo o mesmo valor encontrado com o diagrama traçado com tensão de pico do diagrama tensão x deformação de  $0,85 f_{cd}$ . Pode-se aproximada de completar o gráfico, de maneira aproximada, é com um trecho reto a partir do ponto que o diagrama atinge esse momento máximo até a sua curvatura máxima.

Os diagramas traçados de acordo com a NB-1/78 apresentam valores mais conservadores, pois levam em conta valores de cálculo dos materiais, superestimando assim as deformações dos pilares em estudo. Já os diagramas com a proposta de revisão da norma possuem uma rigidez maior, que pode ser verificada pela inclinação do trecho

inicial do diagrama, fornecendo deslocamentos menores. Estas diferenças serão analisadas melhor no Capítulo 3 que estudará o Estado Limite Último de Instabilidade.

De acordo com França (1991), nas estruturas, a verificação da capacidade portante é feita a partir de valores de cálculo nas seções críticas. Os valores característicos das resistências são minorados por fatores de segurança que levam em conta a variabilidade da resistência efetiva e incertezas na determinação de esforços resistentes decorrentes do método de cálculo empregado. A utilização destes valores conduz a cálculos de deformações excessivas para a estrutura, ou seja, significa supor que todas seções sejam iguais a seção crítica da estrutura. Esta abordagem conduz a resultados a favor da segurança, mas com uma probabilidade de ocorrência muito menor em relação ao que realmente irá acontecer. Por isso, a revisão da norma propõe um novo diagrama momento-curvatura para cálculo das deformações das estruturas.

A Figura 2.3 mostra o novo diagrama proposto.

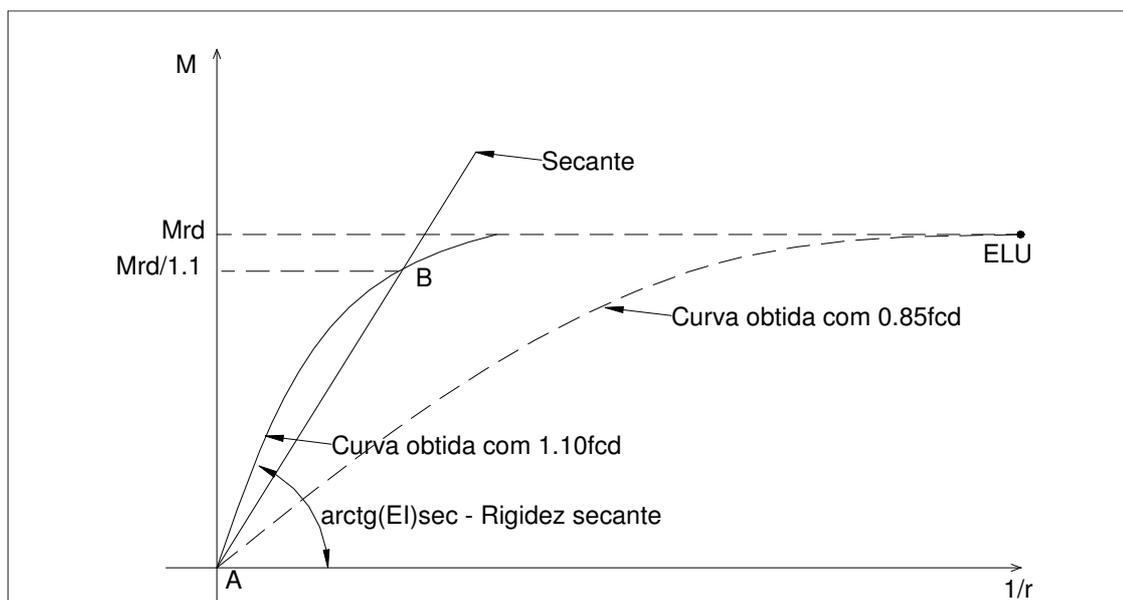


Figura 2.3 – Diagrama Esforço Normal x Momento Fletor x Curvatura – Proposta de Revisão da NB-1/78

A curva AB, que, em favor da segurança, pode ser linearizada pela reta AB, é utilizada no cálculo das deformações.

A curva tracejada, obtida com os valores de cálculo das resistências do concreto e do aço, é utilizada somente para definir os esforços resistentes  $M_{rd}$  e  $N_{rd}$  (Ponto Máximo).

## 2.4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Para realizar os estudos propostos neste trabalho foi necessária a elaboração de vários diagramas  $M \times N \times 1/r$  e o estudo de vários casos de pilares. Tanto os diagramas

quanto os métodos de estudo de instabilidade são calculados de maneira iterativa resultando em um processo muito trabalhoso. Para facilitar os estudos sentiu-se a necessidade de elaboração de um programa computacional que resolvesse o problema mais rapidamente.

A linguagem de programação escolhida para desenvolver o aplicativo necessário aos estudos foi o Visual Basic.

O ambiente Visual Basic é ideal para criar vários tipos de programas facilmente, pois possui vários recursos gráficos e boa linguagem de processamento numérico. Ele possibilita o desenvolvimento fácil e rápido de aplicativos Windows.

A escolha do Visual Basic deve-se também ao fato de ser uma linguagem de fácil aprendizado. O Visual Basic já está sendo utilizado no LAE (Laboratório de Análise de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina) por vários alunos e já existem várias rotinas elaboradas dentro do laboratório.

#### **2.4.1 ELABORAÇÃO DE DIAGRAMAS**

Os diagramas Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura são utilizados para a obtenção das curvaturas ao longo do pilar, em função do nível do momento fletor atuante para um esforço Normal e uma armadura pré-estabelecidos.

Como o objetivo principal do trabalho é verificar as diferenças causadas pela nova normalização, existiu a necessidade de elaborar os diagramas de acordo com as duas propostas da norma.

O programa é todo desenvolvido em vários formulários que contém todas as rotinas necessárias à elaboração dos diagramas.

No primeiro formulário, o usuário escolhe um arquivo de dados de entrada. Este arquivo deve ser previamente elaborado na forma de texto. Nele estão contidas todas as informações necessárias a elaboração dos diagramas, como, por exemplo, as dimensões da seção, a área e a posição da armadura, a resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ). Neste arquivo de entrada devem ser também informados vários parâmetros que vão influenciar a precisão dos resultados finais. Estes parâmetros de entrada serão comentados no Capítulo 4. A Figura 2.4 mostra o formulário de escolha do arquivo com dados de entrada.

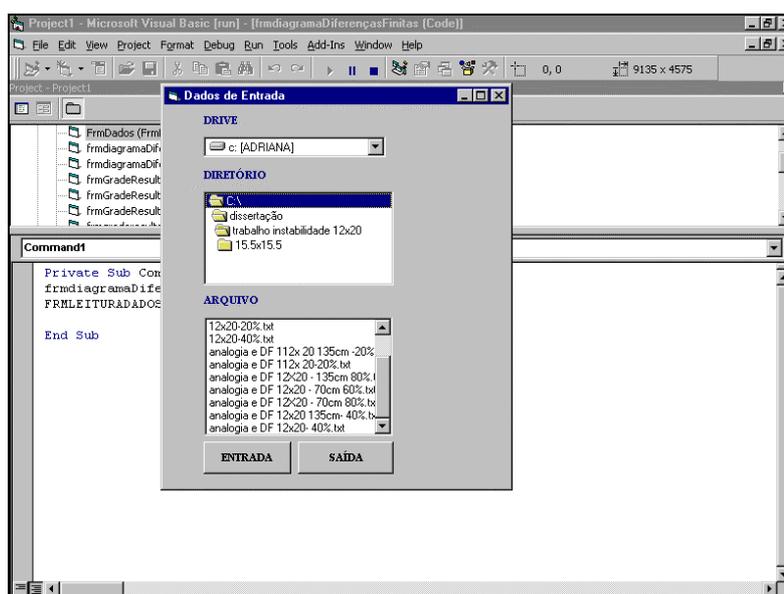


Figura 2.4 – Formulário de Entrada de dados

O segundo formulário mostra para o usuário uma listagem dos dados de entrada escolhidos na primeira janela. Através desta tela o usuário pode conferir os dados inseridos. A Figura 2.5 mostra este formulário.

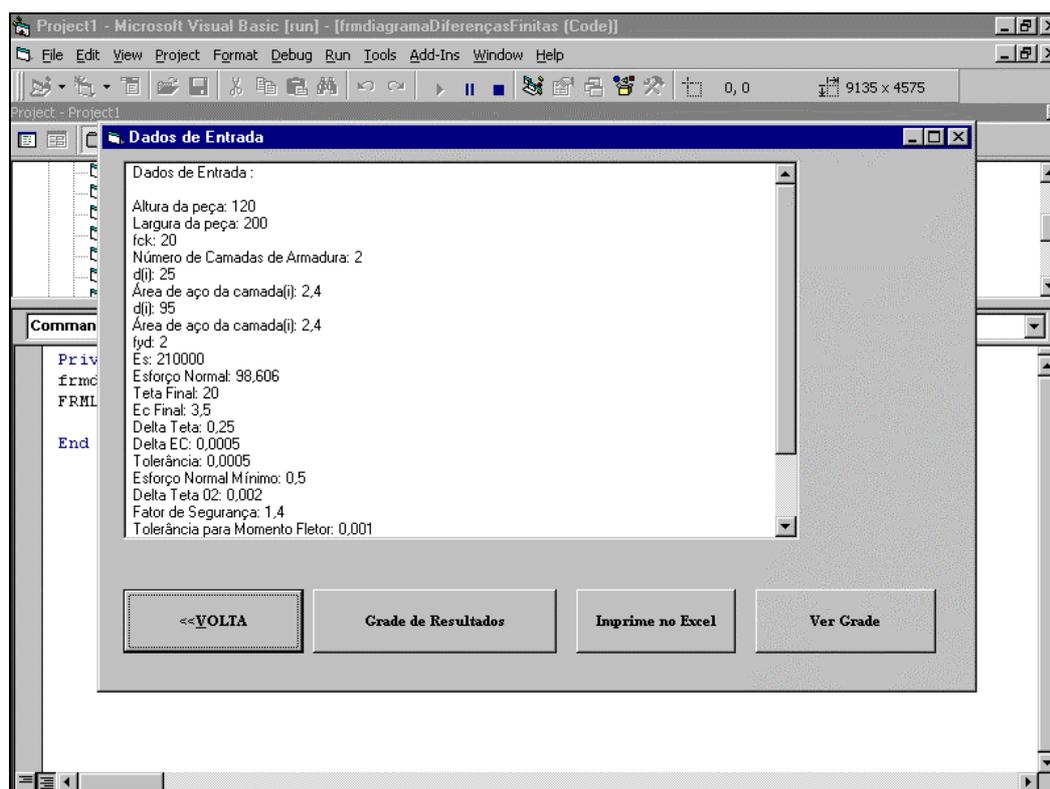


Figura 2.5 –Verificação de dados de entrada.

A partir desta tela já é possível acessar os comandos que realizam os cálculos para o traçado do diagrama.

No próximo formulário o usuário pode visualizar uma tabela com todos resultados dos cálculos efetuados. Os cálculos são realizados para as duas propostas da norma. A partir desta tela pode-se ver o gráfico ou então transferir os dados em forma de tabela eletrônica para o aplicativo Excel, em arquivos do tipo \*.xls.

Se a opção gráfico for escolhida, abre-se uma janela com o desenho dos diagramas. No arquivo de entrada de dados, o usuário escolhe arbitrariamente os valores de intervalos de teta e Momento Fletor para que o programa trace a grade do diagrama. Estes parâmetros poderão ser alterados posteriormente na própria tela do diagrama para que, desta maneira, o usuário defina o melhor intervalo para o traçado do gráfico. Nesta tela existem outros botões através dos quais o usuário pode, por exemplo, imprimir o gráfico, finalizar o programa, ou ainda, partir para o estudo de instabilidade do pilar. A Figura 2.6 mostra um exemplo de diagrama  $M \times N \times 1/r$  traçado para as duas propostas da Norma. O diagrama traçado em azul refere-se à NB-1/78 e o traçado em vermelho ao diagrama proposto pela revisão da norma.

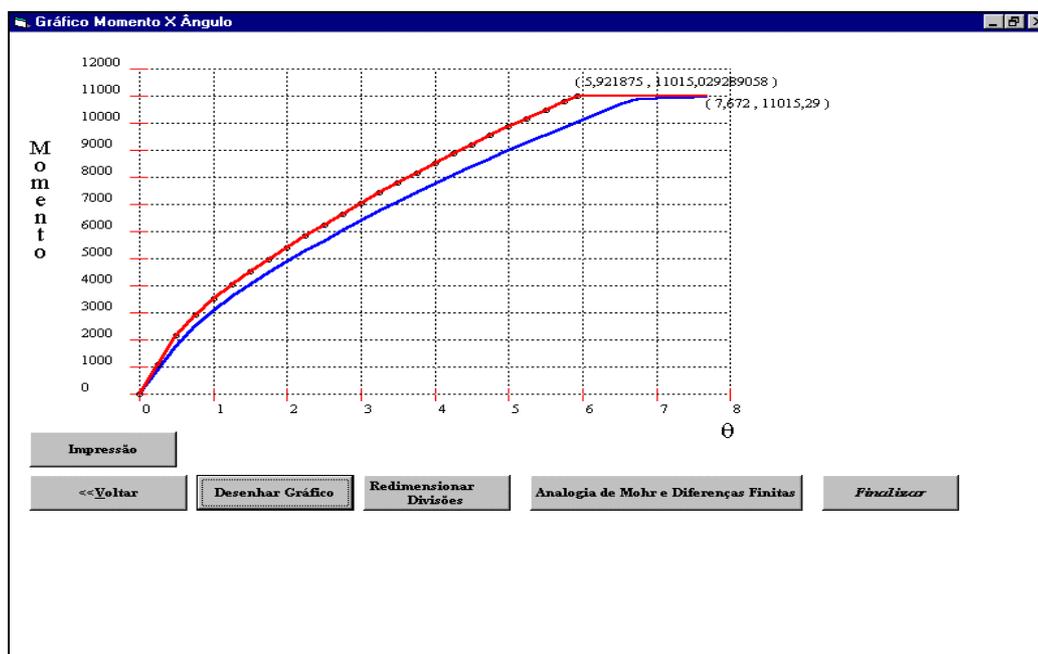


Figura 2.6 – Exemplo de um diagrama  $M \times N \times \theta$

## 2.5 EXEMPLOS DE DIAGRAMAS “ESFORÇO NORMAL X MOMENTO FLETOR X CURVATURA”

A fim de mostrar as diferenças causadas nos diagramas (MxNx1/r) foram elaborados alguns diagramas de pilares com momento atuante na direção de menor inércia.

### 2.5.1 EXEMPLO 01:

O primeiro exemplo efetuado foi o de um pilar com seção transversal de 12x20cm. Adotou-se um concreto com resistência característica à compressão de 20Mpa.

Os diagramas foram traçados com os seguintes dados:

$$d'/h = 0.1$$

$$f_{yd} = 435 \text{ MPa}$$

$$v = \frac{Nd}{Ac \cdot f_{cd}} \quad \text{eq.(2.1)}$$

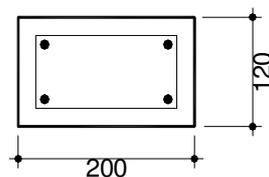


Figura 2.7 – Seção transversal

O primeiro exemplo elaborado (Figura 2.8) mostra os diagramas traçados de acordo com o item 8.2.4 da NB1/78, com tensão de pico do diagrama ( $\sigma_{cd}$ ) igual a  $0.85f_{cd}$  e vários níveis de esforço normal.

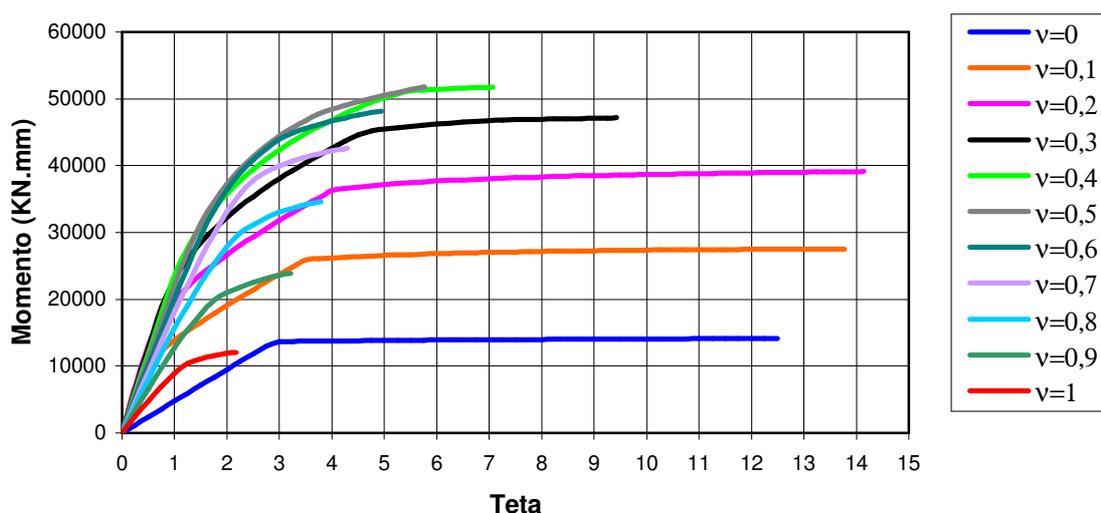


Figura 2.8 – Diagrama Esforço Normal x Momento Fletor Curvatura -  $\sigma_{cd}=0.85f_{cd}$

Segundo a revisão da NB-1, deve-se calcular a deformabilidade dos elementos com base em diagramas tensão x deformação dos materiais, tendo como tensão de pico o valor de  $1.10 f_{cd}$ . O segundo diagrama foi elaborado com base nesta revisão.

O primeiro exemplo elaborado (Figura 2.8) mostra os diagramas traçados de acordo com o item 8.2.4 da NB1/78, com tensão de pico do diagrama ( $\sigma_{cd}$ ) igual a  $0.85f_{cd}$  e vários níveis de esforço normal.

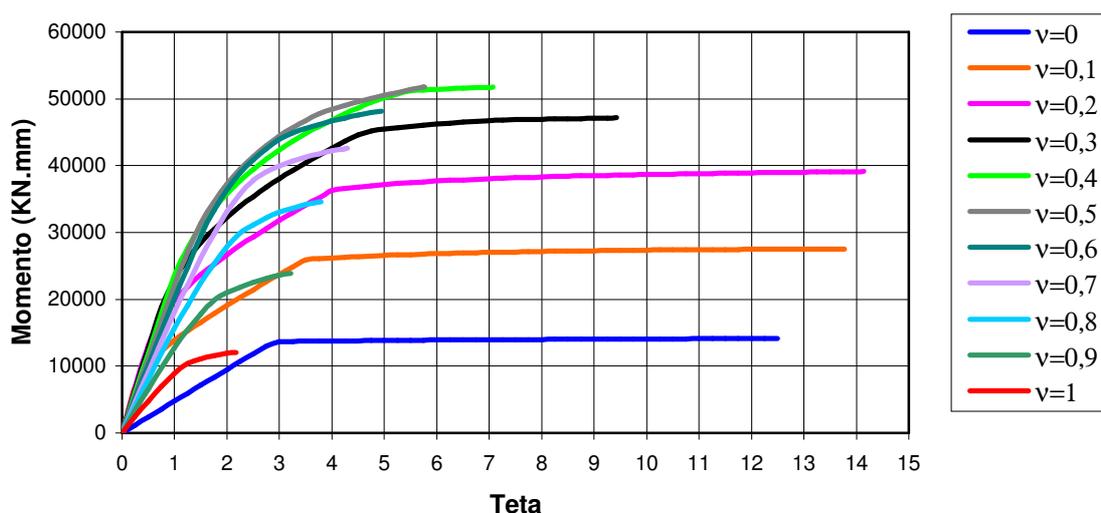


Figura 2.8 – Diagrama Esforço Normal x Momento Fletor Curvatura -  $\sigma_{cd}=0.85f_{cd}$

Segundo a revisão da NB-1, deve-se calcular a deformabilidade dos elementos com base em diagramas tensão x deformação dos materiais, tendo como tensão de pico o valor de  $1.10 f_{cd}$ . O segundo diagrama foi elaborado com base nesta revisão.

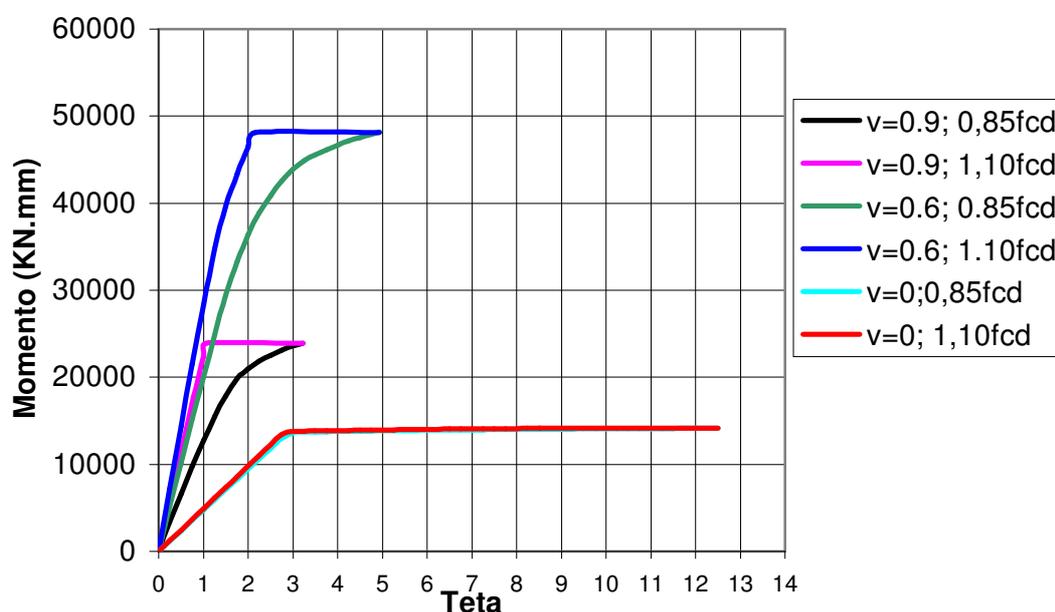


Figura 2.10 – Diagrama Esforço Normal x Momento Fletor x Curvatura - Comparação de valores

Um ponto de grande importância é a precisão no traçado dos diagramas. Na análise de instabilidade os valores de teta são obtidos a partir dos momentos fletores, diretamente nos diagramas ( $M \times N \times 1/r$ ). Estes valores são calculados através de interpolações lineares entre os pontos do diagrama. Portanto, para que os valores obtidos no diagrama tenham uma boa precisão é necessário que ele seja traçado a partir de intervalos pequenos de teta. Ou seja, quanto mais pontos calculados no traçado do diagrama, melhor será a precisão dos resultados finais.

### 2.5.2 EXEMPLO 02:

O segundo exemplo foi elaborado para um pilar com 20x20cm (Figura 2.11), variando-se além do nível de esforço normal, a taxa de armadura da seção transversal e a resistência à compressão do concreto,  $f_{ck}$ .

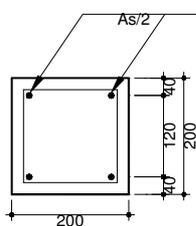
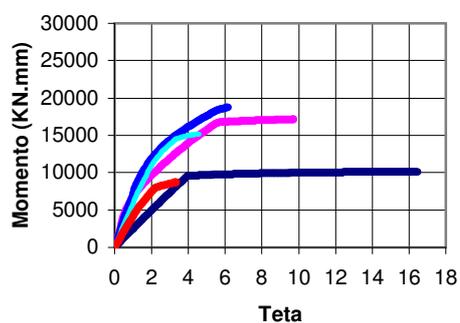


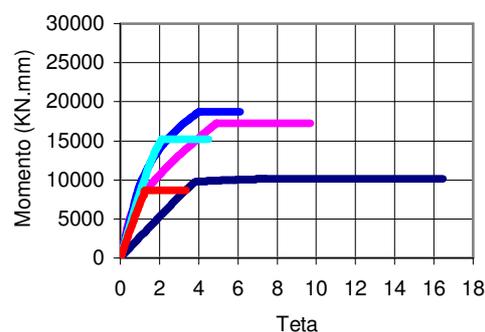
Figura 2.11 –Seção transversal - Exemplo 02

Os diagramas da Figura 2.12 foram elaborados segundo as duas propostas da norma, três níveis de armadura e dois valores de resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), sendo que cada diagrama apresenta 5 níveis de esforço normal.



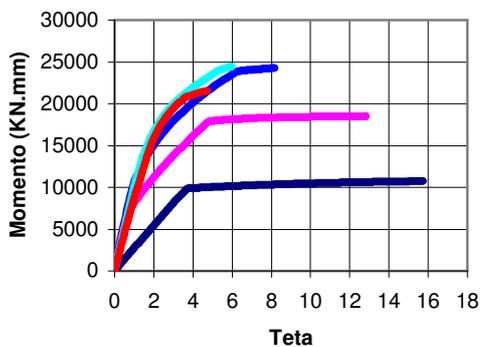
— Nd=0kN    — Nd=124kN    — Nd=248kN  
 — Nd=372kN    — Nd=496kN

(a)  $A_s = 3,2\text{cm}^2 - f_{ck} = 20 \text{ Mpa} - \sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$



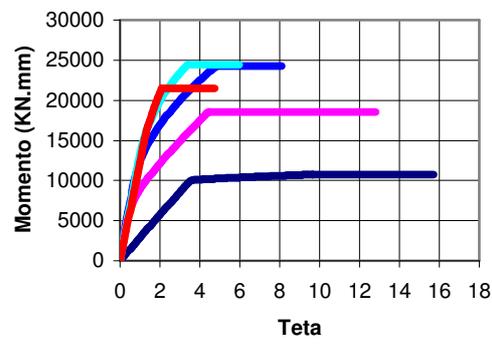
— Nd=0kN    — Nd=124kN    — Nd=248kN  
 — Nd=372kN    — Nd=496kN

(b)  $A_s = 3,2\text{cm}^2 - f_{ck} = 20 \text{ Mpa} - \sigma_{cd} = 1,10f_{cd}$



— Nd=0kN    — Nd=124kN    — Nd=248kN  
 — Nd=372kN    — Nd=496kN

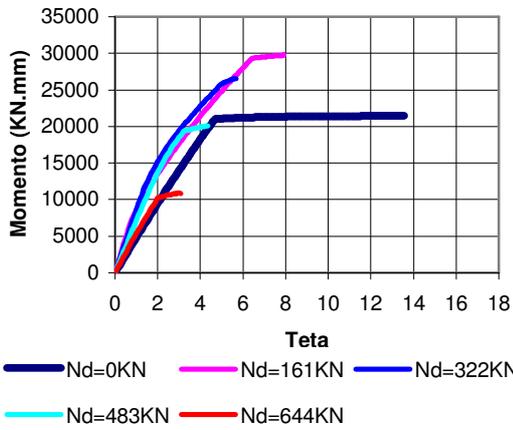
(c)  $A_s = 3,2\text{cm}^2 - f_{ck} = 30 \text{ Mpa} - \sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$



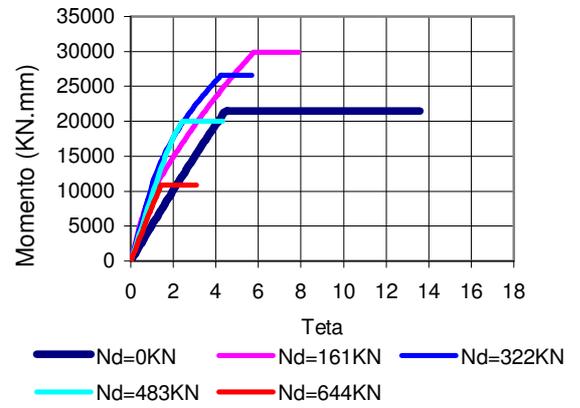
— Nd=0kN    — Nd=124kN    — Nd=248kN  
 — Nd=372kN    — Nd=496kN

(d)  $A_s = 3,2\text{cm}^2 - f_{ck} = 30 \text{ Mpa} - \sigma_{cd} = 1,10f_{cd}$

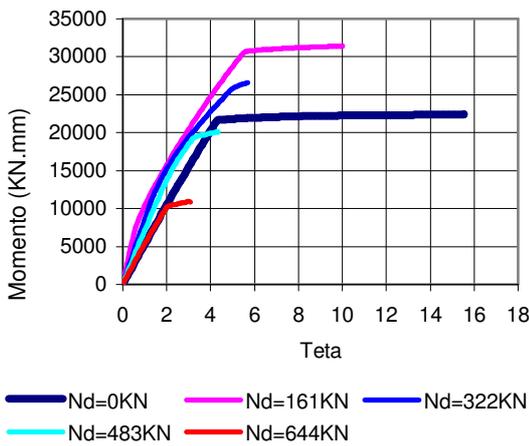
Figura 2.12 - Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura – Seção 20x20



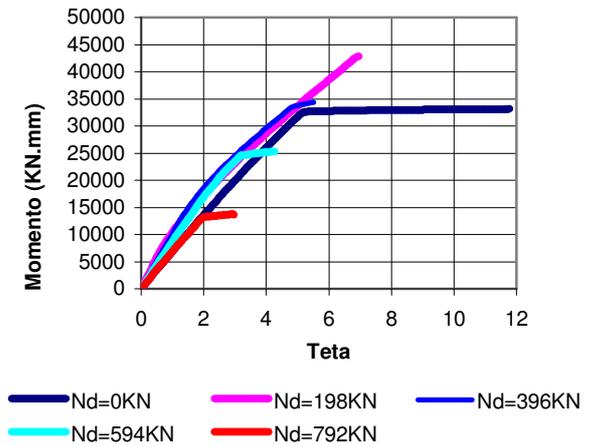
(e)  $A_s = 7,5\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 20 \text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$



(f)  $A_s = 7,5\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 20 \text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 1,10f_{cd}$

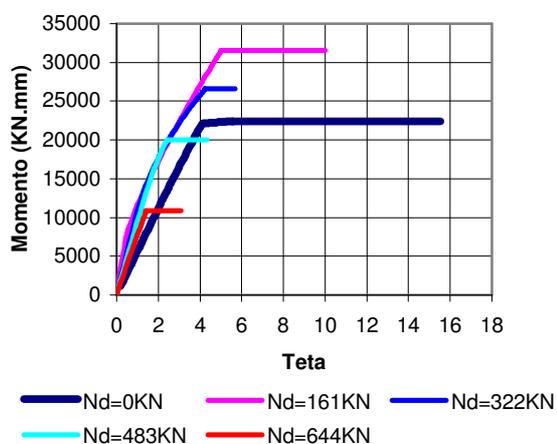


(g)  $A_s = 7,5\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 30 \text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$

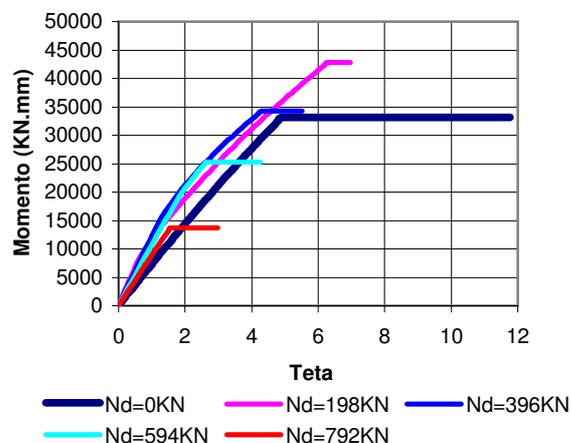


(h)  $A_s = 7,5\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 30 \text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 1,10f_{cd}$

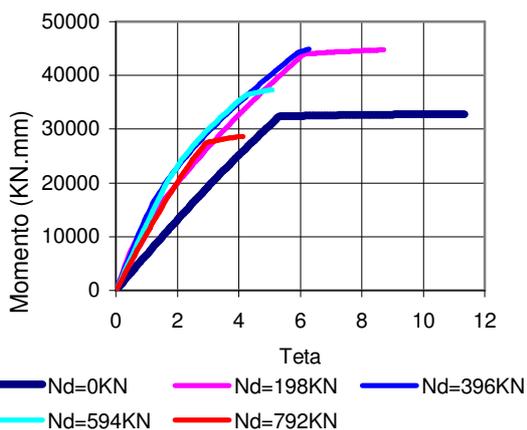
Figura 2.12 – Continuação - Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura  
 Seção 20x20



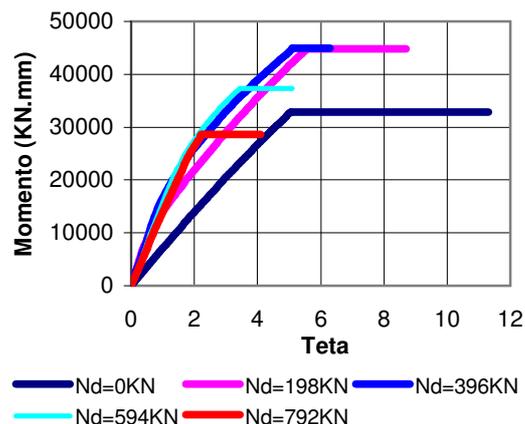
(i)  $A_s = 12\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 20\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$



(j)  $A_s = 12\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 20\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 1,10f_{cd}$



(k)  $A_s = 12\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 30\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$



(l)  $A_s = 12\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 30\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 1,10f_{cd}$

Figura 2.12 Continuação - Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura –  
 Seção 20x20

### 2.5.3 EXEMPLO 03:

O terceiro exemplo foi elaborado para um pilar com 20x30cm, variando-se também a taxa de armadura da seção transversal e a resistência característica à compressão do concreto.

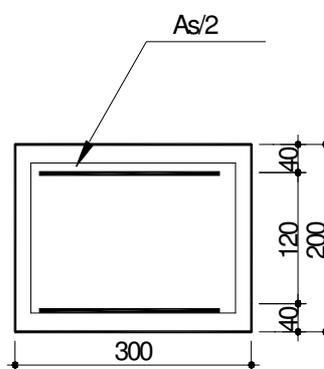
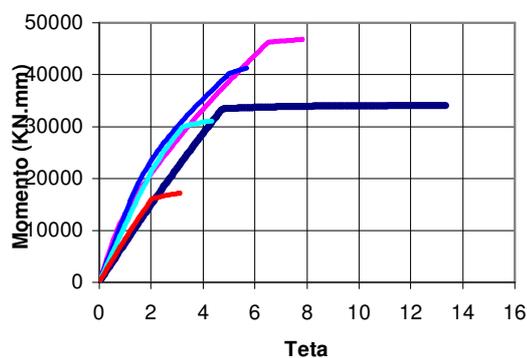
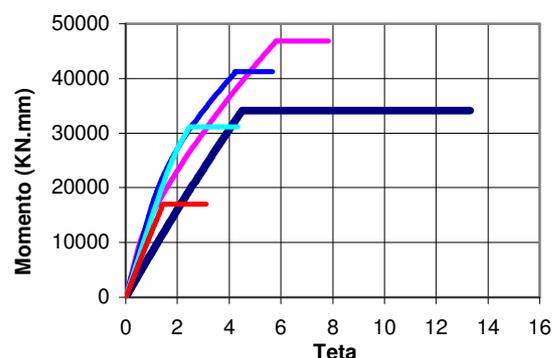


Figura 2.13 –Seção transversal - Exemplo 03

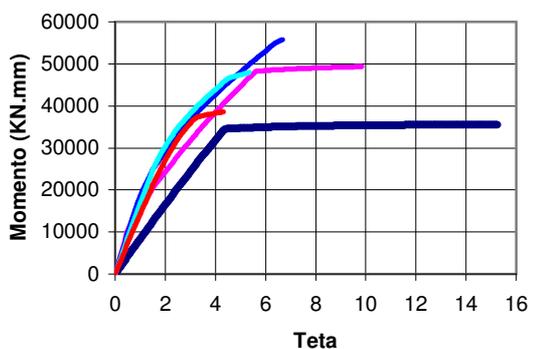
Da mesma maneira que o exemplo anterior, os diagramas da 2.14, foram traçados para três níveis de armadura, dois valores de resistência característica à compressão do concreto e cinco níveis de Esforço Normal.



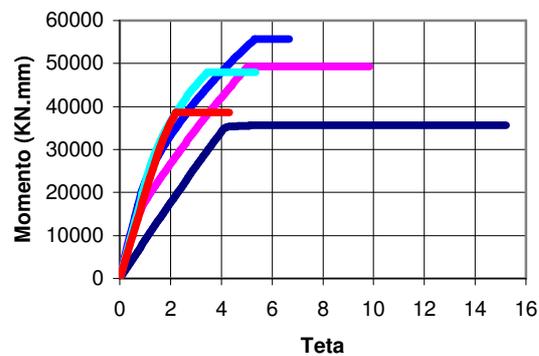
(a)  $A_s = 12\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 20\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$



(b)  $A_s = 12\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 20\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 1,10f_{cd}$

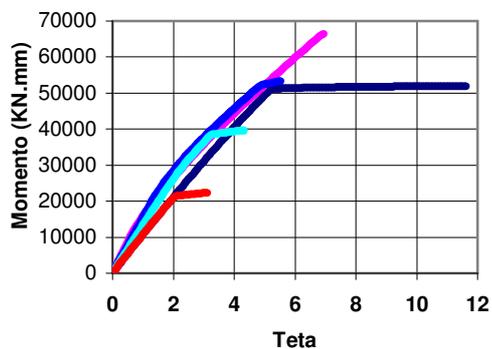


(c)  $A_s = 12\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 30\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$

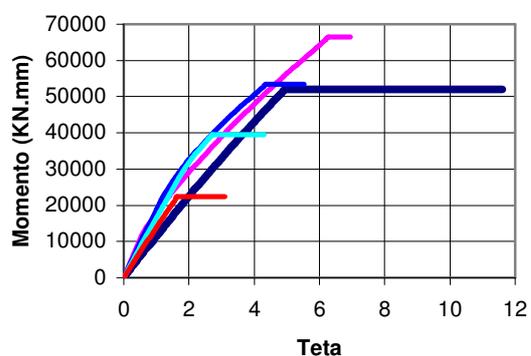


(d)  $A_s = 12\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 30\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 1,10f_{cd}$

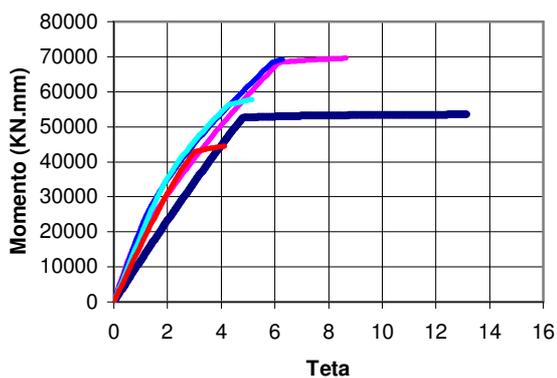
Figura 2.14 - Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura – Seção 20x30



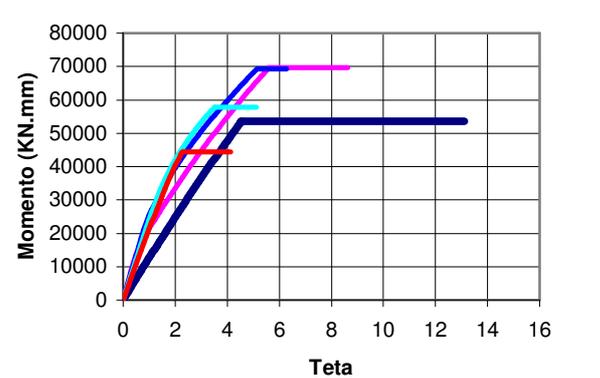
(e)  $A_s = 18.9\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 20\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$



(f)  $A_s = 18.9\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 20\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 1,10f_{cd}$



(g)  $A_s = 18.9\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 30\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$



(h)  $A_s = 18.9\text{cm}^2$  -  $f_{ck} = 30\text{ Mpa}$  -  $\sigma_{cd} = 1,10f_{cd}$

Figura 2.14 - Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura – Seção 20x30

## 2.5.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Através dos exemplos elaborados observa-se que para valores de  $v \leq 0,5$ , aumentando-se o Esforço Normal, existe um correspondente aumento do momento

máximo do diagrama. Já para valores de  $\nu > 0.5$  os resultados se invertem, e, desta forma cada aumento de esforço normal representa uma diminuição no diagrama, diminuindo também a rotação última que pode ser atingida, ou seja, diminuindo a ductibilidade da peça.

Por meio da comparação entre os resultados obtidos através das duas propostas da norma, observa-se que existem diferenças entre os dois diagramas. Na flexão simples, ou seja, quando não existe esforço normal atuando, verifica-se que os diagramas são praticamente os mesmos. Como o aumento do nível de esforço normal as diferenças ficam maiores.

Nos diagramas traçados para o mesmo pilar, aumentando-se a taxa de armadura, observa-se uma maior rigidez no diagrama, ou seja, momento fletor último maior para valores de  $\theta$  menores. Quanto maior o índice de armadura mais inclinado fica o diagrama, tendo como resultado deformações menores. Outra alteração encontrada é a diminuição da ductilidade da seção. Estas diferenças são mais acentuadas para níveis baixos de esforço normal.

Da mesma forma, para a mesma seção transversal, aumentando-se a resistência do concreto obtém-se valores de momento último resistente maiores, resultando também no aumento da ductilidade da seção transversal. De maneira contrária, com aumento da taxa de armadura estas diferenças são maiores para níveis de esforço normal elevados. O aumento da resistência do concreto causa um efeito semelhante ao efeito encontrado nos diagramas traçados para a nova proposta da norma.

A influência dos resultados dos diagramas anteriores ficará mais clara quando forem feitos exemplos de verificação de instabilidade de pilares, onde poderão ser obtidos os resultados de deformação nos pilares.

Os exemplos foram elaborados para uma variação no incremento do valor de teta igual a 0.1. Este valor de incremento vai influenciar na precisão dos resultados obtidos no cálculo das deformações já que o diagrama é traçado realizando-se uma interpolação linear entre os pontos calculados. Portanto, quanto menor o incremento maior a precisão dos resultados obtidos.

Outro parâmetro que influencia a precisão dos resultados obtidos é o valor do esforço normal encontrado. O diagrama é calculado de maneira iterativa devendo-se variar os valores da deformação do concreto até que se encontre o valor do esforço normal pré-estabelecido. Define-se então uma porcentagem de tolerância entre o valor do esforço normal estabelecido e o encontrado. O valor desta tolerância também vai influenciar nos resultados finais. No capítulo 04 será feito um estudo dos parâmetros envolvidos no traçado do diagrama.

### **3 MODELAGEM DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE INSTABILIDADE**

Para o cálculo das deformações da estrutura deve-se considerar tanto a não-linearidade física do material quanto a não linearidade geométrica.

Os efeitos de não-linearidade podem, em geral, ser considerados através da construção de relações momento-curvatura.

A determinação do estado limite último de instabilidade pode ser feita utilizando-se os métodos do Pilar Padrão, Analogia de Mohr e Diferenças Finitas.

De uma maneira geral os pilares esbeltos podem atingir o Estado Limite Último ou por Instabilidade ou por esgotamento da capacidade portante de alguma das suas seções transversais (Loriggio, 1999). Mesmo no segundo caso é necessário que os esforços solicitantes ao longo do pilar sejam calculados com as não-linearidades física e geométrica. Os métodos citados anteriormente são adequados para ambas as situações.

#### **3.1 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS**

Seja a função  $y=f(x)$ , dos quais são conhecidos apenas valores pontuais, conforme Figura 3.1.

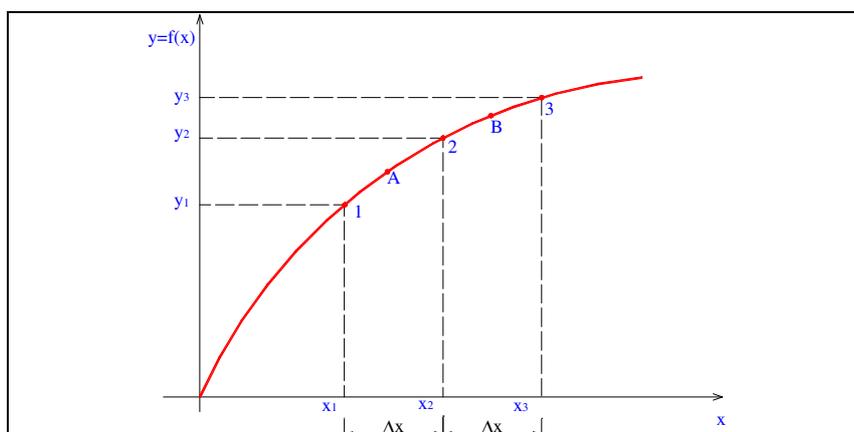


Figura 3.1 – Diferenças Finitas

Sendo conhecidos os valores da função em alguns pontos pode-se determinar os valores aproximados de primeira e segunda derivadas.

Para calcular o valor da derivada no ponto “2”, por exemplo, pode-se utilizar:

$$y'_2 \cong \frac{y_3 - y_1}{2\Delta x} \quad \text{eq. 3.1}$$

E para determinar a segunda derivada pode-se utilizar:

$$y''_2 = \frac{y_B - y_A}{\Delta x} = \frac{\frac{y_3 - y_2}{\Delta x} - \frac{y_2 - y_1}{\Delta x}}{\Delta x} \quad \text{eq. 3.2}$$

$$y''_2 = \frac{y_3 - 2y_2 + y_1}{\Delta x^2} \quad \text{eq. 3.3}$$

O método de Diferenças Finitas pode ser aplicado no cálculo de deformações dos pilares, como será descrito a seguir.

### 3.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS EM PILARES DE CONCRETO ARMADO – PROCESSO DE ENGESSER-VIANELLO

O método de diferenças finitas pode ser usado para o estudo de pilares esbeltos, e neste trabalho será utilizado para verificação de pilares com excentricidade inicial constante. Através deste método pode-se calcular os valores de deslocamentos em qualquer seção do pilar em estudo.

A altura do pilar,  $l$ , é dividida em um número finito de pontos distantes entre si de um comprimento  $\Delta x$ . Em uma seção arbitrária a deflexão é  $y_i$ .

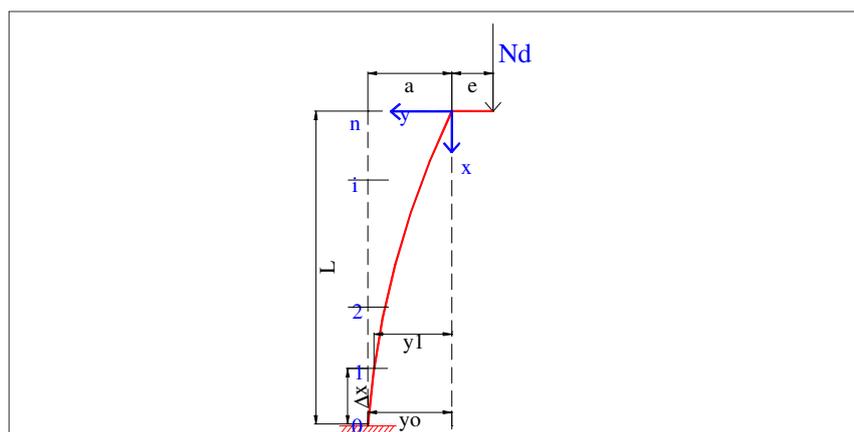


Figura 3.2 – Método de Diferenças Finitas

Se a flecha “a” no topo do pilar fosse conhecida, poder-se-ia calcular o valor do momento total conforme a equação 3.4.

$$Md = M1d + M2d \quad (3.4)$$

Para o ponto “0”:

$$(M1d)_0 = Nd.e \quad (3.5)$$

$$(M2d)_0 = Nd.a \quad (3.6)$$

$$(Md)_0 = Nd.(e + a) \quad (3.7)$$

Onde:

M1d = momento de primeira ordem

M2d = momento de segunda ordem

n=número de divisões do pilar

l= comprimento do pilar

dx= comprimento dos trechos do pilar = l/n

a = deslocamento no topo do pilar

1/r = curvatura

Com o valor de  $(Md)_0$  pode-se obter o valor da curvatura através do diagrama  $MxNx1/r$  (fig. 3.3).

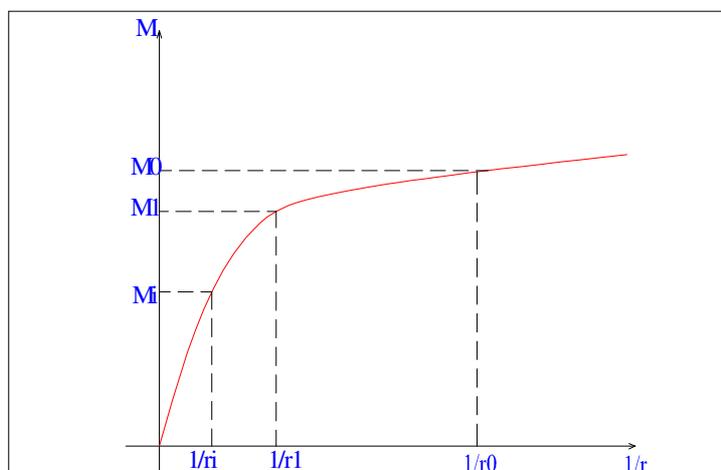


Fig. 3.3 – Diagrama Momento Fletor x Curvatura

A curvatura no ponto “0” pode ser considerada igual à segunda derivada da linha elástica (eq. 3.8) (para pequenas rotações  $dy/dx$ ).

$$(y'')_0 = -\frac{1}{r_0} \quad (3.8)$$

Analisando-se as condições de contorno na base do pilar (fig. 3.3), tem-se:

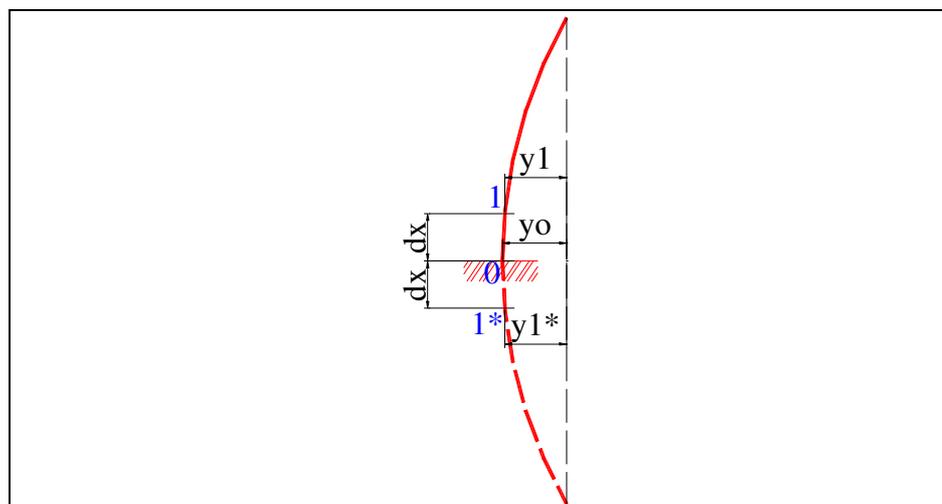


Fig. 3.4 – Diferenças Finitas

Considerando o ponto fictício “1\*”, pode -se calcular a segunda derivada no ponto “0”:

Para que a tangente no ponto "0" seja vertical (engaste), o deslocamento no ponto “1” e “1\*” deve ser o mesmo, então:

$$y''_0 = \frac{2y_1 - 2y_0}{\Delta x^2} = -\frac{1}{r_0} \quad \text{eq. 3.9}$$

Portanto,

$$y_1 = \frac{-\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_0} + y_0 \quad \text{eq. 3.10}$$

E, quando  $y_0=a$ :

$$y_1 = \frac{-\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_0} + a$$

eq. 3.11

Se o valor de “a” for conhecido pode -se calcular o valor de  $y_1$  (eq. 3.11) e  $(Md)_1$  (eq. 3.12).

$$(Md)_1 = (M1d)_1 + (m2d)_1 = Nd.e + Nd.y_1$$

eq. 3.12

Da mesma forma, no diagrama  $MxNx1/r$  obtém-se o valor de  $1/r$  correspondente ao momento na primeira seção. O deslocamento na segunda seção será obtido pela equação 3.11:

$$(y'')_1 = -1/r_1$$

(3.13)

$$\frac{y_2 - 2y_1 + y_0}{dx^2} = -\frac{1}{r_1} \therefore y_2 = -\frac{dx^2}{r_1} + 2y_1 - y_0$$

(3.14)

Portanto, genericamente os deslocamentos podem ser calculados por:

$$y_{i+1} = 2y_i - y_{i-1} - dx^2 \cdot \frac{1}{r_i}$$

(3.15)

Chegando-se ao ponto "n" deve-se obter  $y_n=0$ .

O processo é iterativo e consiste em adotar um valor para o deslocamento inicial "a" e modificá-lo sucessivamente de modo a obter  $y_n=0$ . O valor de "a" encontrado por este processo é o valor do deslocamento de segunda ordem no topo do pilar.

Utilizando-se este método pode-se variar progressivamente as excentricidades de primeira ordem mantendo-se fixo o carregamento, até que seja atingido o valor da excentricidade crítica.

A figura 5 mostra dois casos possíveis. Na figura 3.5a o máximo valor de "a" corresponde ao momento último do diagrama momento fletor x esforço normal x curvatura. Na figura 3.5b a falha por instabilidade ocorre para ' $N=N_{\text{máximo}}$ '.

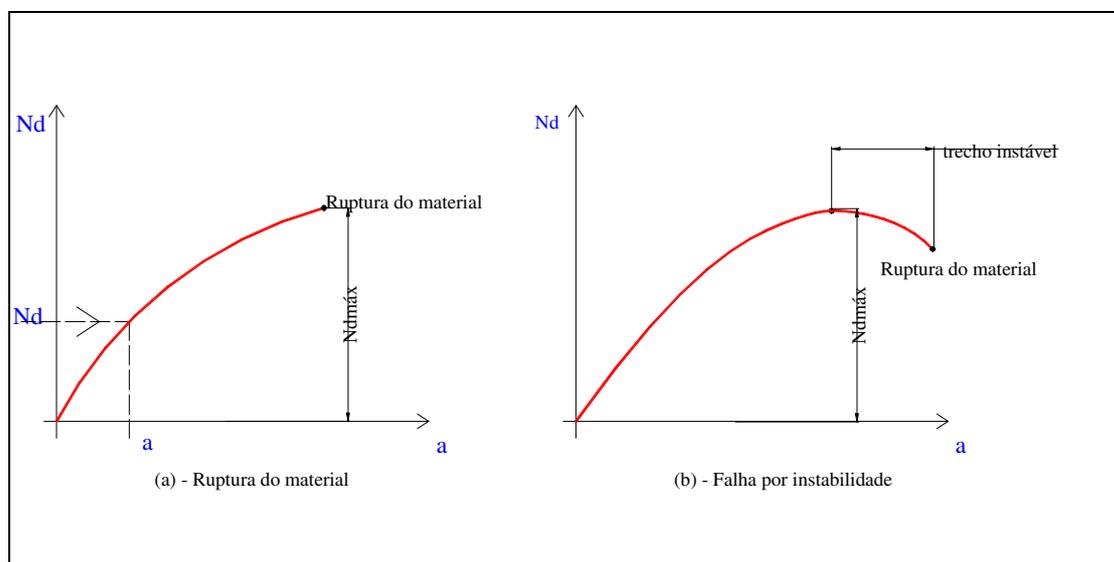


Figura 3.5 – Método de Diferenças Finitas

### 3.2.1 VARIANTES DO MÉTODO

O mesmo método de Diferenças Finitas pode ser utilizado de maneiras diferentes.

A primeira variante do método consiste em fixar os valores da excentricidade inicial “ $e$ ” e o valor da flecha no topo “ $\delta$ ” e encontrar o valor do Esforço Normal “ $N_d$ ” correspondente.

Inicia-se o processo arbitrando-se um valor de  $N_d$  e calculando-se o valor de  $y_n$  correspondente. Deve-se variar o valor de  $N_d$  até que se encontre  $y_n$  igual a zero.

Esta variante do método serve para calcular o trecho instável da curva (fig. 3.6). A desvantagem é a necessidade de se construir o diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura para cada valor de  $N_d$  utilizado.

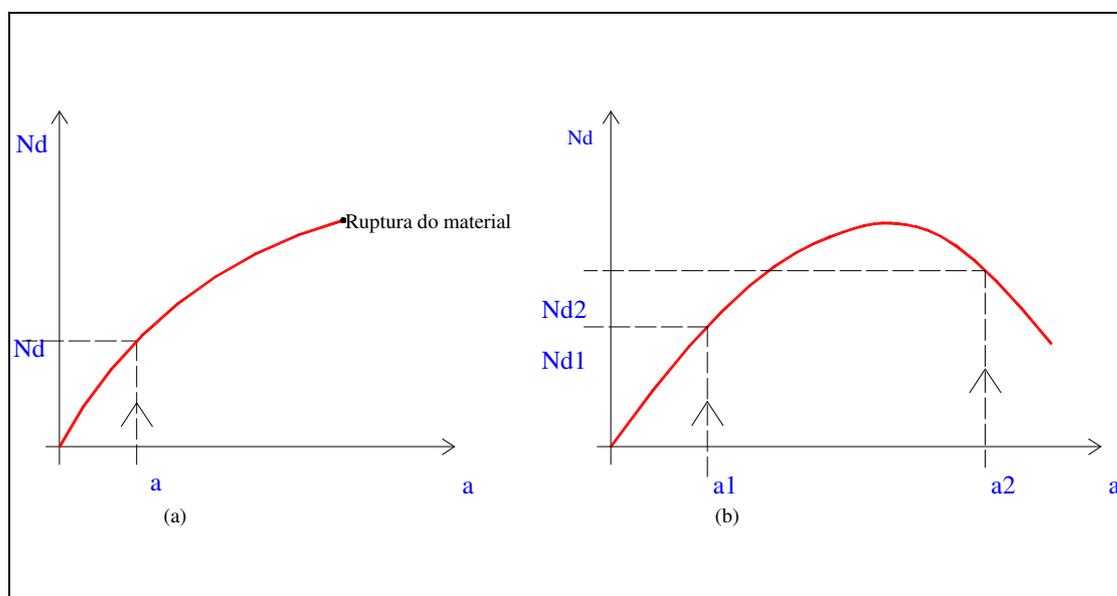


Figura 3.6 – Método de Diferenças Finitas



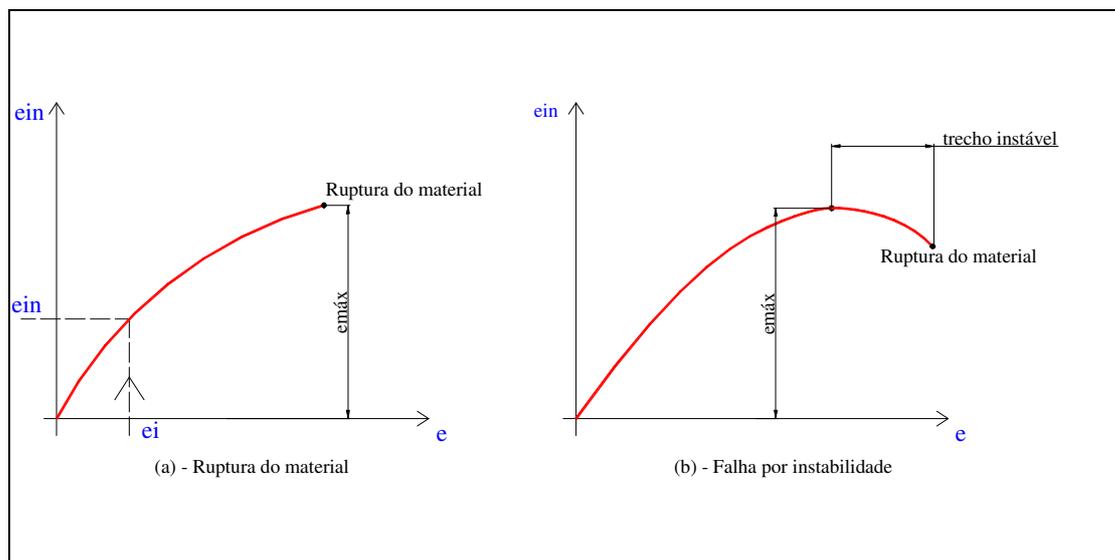


Figura 3.8 – Método de Diferenças Finitas

No segundo caso pode-se chegar a valores de excentricidades iniciais iguais para dois valores de  $e_0$  diferentes (fig. 3.9).

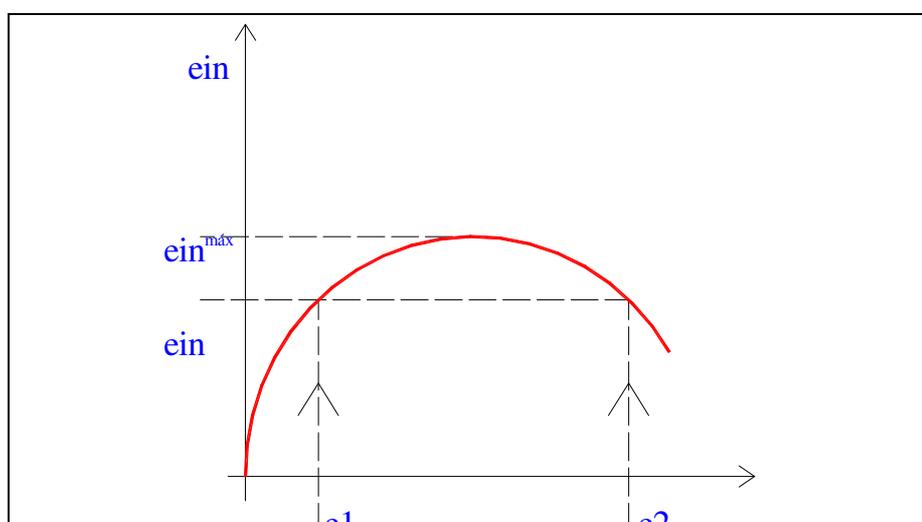


Figura 3.9 – Falha por instabilidade

O processo que será utilizado para o estudo de instabilidade neste trabalho será a segunda variante do método.

### 3.3.ANALOGIA DE MOHR

O processo idealizado por Mohr permite obter, sem aplicação do teorema dos trabalhos virtuais, a linha elástica de uma viga reta.

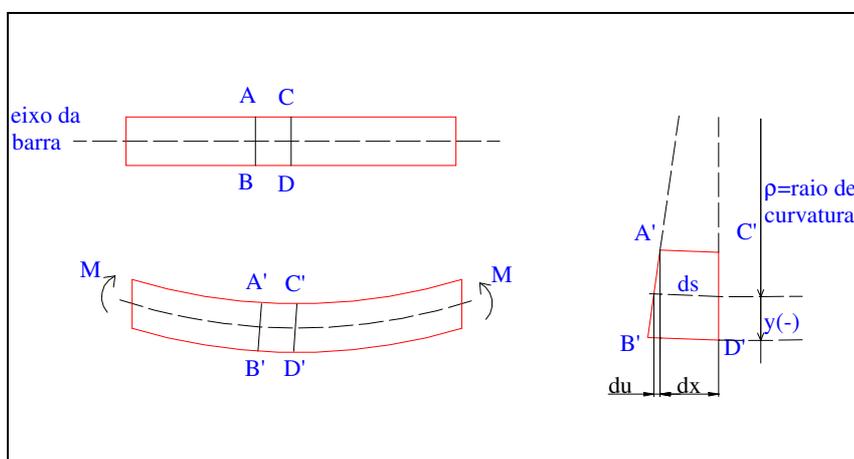


Figura 3.10 – Linha Elástica

Da figura 3.10 tem-se:

$$du = \varepsilon \times ds \quad \text{eq. 3.16}$$

$$\frac{ds}{\rho} = \frac{du}{-y} \quad \text{eq. 3.17}$$

Das equações 3.16 e 3.17 tem-se:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon \times ds}{-y} \quad \text{eq. 3.18}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon}{-y} \quad \text{Relação deformação x curvatura}$$

Onde:  $1/\rho$  = curvatura da barra

Da lei de Hooke, válida somente para material elástico linear, tem-se:

$$\sigma = \varepsilon E \quad \text{eq. 3.19}$$

Substituindo a eq. 3.19 na equação 3.18:

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{\sigma}{Ey} \quad \text{eq. 3.20}$$

Da resistência dos materiais sabe-se que:

$$\sigma = \frac{-My}{I} \quad \text{eq. 3.21}$$

Onde I=momento de inércia da seção em relação ao eixo horizontal.

Substituindo 3.21 em 3.20:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad \text{eq. 3.22}$$

Por outro lado, do cálculo infinitesimal, sabe-se que a curvatura de uma curva plana  $w=w(x)$  é igual, por definição, à curvatura – referida em um sistema  $xw$  e é dada por

$$\frac{1}{\rho} = - \frac{w''}{[1 + w'^2]^{3/2}} \quad \text{eq. 3.23}$$

Na equação (3.23),  $w'$  e  $w''$  são a primeira e a segunda derivadas da função  $w(x)$  que a curva representa. No entanto, como neste trabalho admite-se que deformações são pequenas, a declividade  $w'$  é muito pequena, de modo que seu quadrado pode ser desprezado em face à unidade.

Portanto, a equação da linha elástica de uma viga fletida, obtida da equação diferencial, pode ser assim escrita:

$$\frac{1}{\rho} \cong - \frac{d^2w}{dx^2} \cong \frac{M}{EI} \quad \text{eq. 3.24}$$

Onde:

$w$ =deslocamentos verticais da linha elástica

$dw/dx$ =inclinação da linha elástica

A equação encontrada é a equação diferencial linear de segunda ordem que é a equação que rege o comportamento elástico de colunas.

Observando a analogia matemática entre a equação diferencial da elástica, e a equação diferencial do equilíbrio  $d^2M/dx^2 = -q$ , Mohr teve a idéia de imaginar os deslocamentos como sendo o momento fletor numa viga, que é chamada de *viga*

*análoga*, carregada com uma carga distribuída igual a  $I/r$ , sendo  $M$  o momento fletor da viga dada. A determinação da viga análoga depende das suas condições de contorno.

Assim, empregando o Processo de Analogia de Mohr, tem-se o seguinte:

- A rotação na viga dada é igual ao esforço cortante na viga análoga,
- O deslocamento vertical da viga dada é igual ao momento fletor na viga análoga.

Através do processo da Analogia de Mohr pode-se levar em consideração a não-linearidade física e geométrica no estudo de instabilidade de pilares.

Em uma primeira etapa a Analogia de Mohr pode ser usada para calcular deslocamentos no pilar através da integração das curvaturas obtidas através dos momentos de primeira ordem atuantes e do diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura das seções transversais.

Este procedimento leva em consideração a não-linearidade física no cálculo dos deslocamentos. A Figura 3.4 (Loriggio, 2000) representa a primeira etapa do processo.

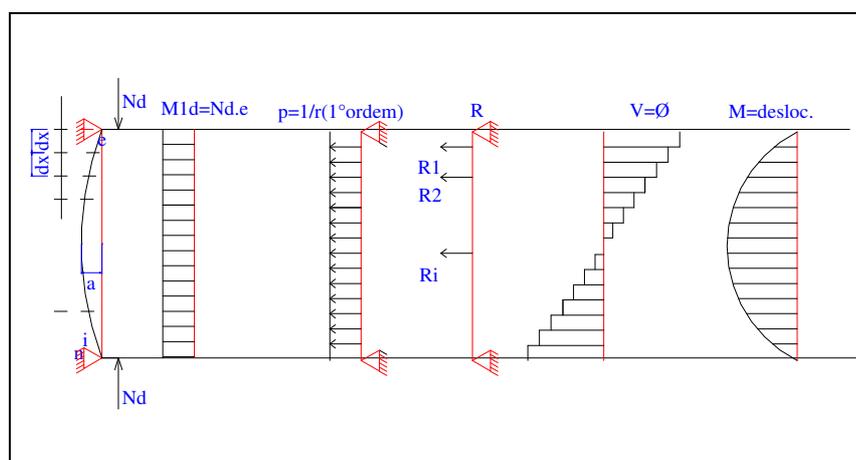


Figura 3.11 – Método de Analogia de Mohr

O pilar é dividido em  $n$  partes. No lugar de um carregamento uniformemente distribuído utilizam-se cargas concentradas aplicadas nos pontos de divisão do pilar. Os valores de momentos fictícios, que correspondem aos deslocamentos da viga, devem ser calculados nesses pontos, resolvendo a viga análoga.

Com os deslocamentos obtidos nesta primeira etapa é possível determinar momentos totais de primeira e segunda ordem ao longo do pilar.

$$(M2d)_i = Nd.\delta_i \quad \text{eq. 3.25}$$

$$(Md)_i = Nd.(e + \delta_i) \quad \text{eq. 3.26}$$

Com os novos momentos pode-se utilizar, novamente, o diagrama momento fletor x esforço normal x curvatura e encontrar novas curvaturas para cada ponto intermediário. As novas cargas concentradas obtidas em função das curvaturas em cada ponto:

$$R_0 = R_n = \left(\frac{1}{r}\right)_0 \frac{\Delta x}{2} = \left(\frac{1}{r}\right)_n \frac{\Delta x}{2} \quad (\text{p/ } i=2, \dots, n-1) \quad \text{eq. 3.27}$$

$$R_i = \left(\frac{1}{r}\right)_i \Delta x \quad \text{eq. 3.28}$$

A partir dessas cargas encontram-se os momentos fletores, mais uma vez resolvendo-se a viga bi-apoiada.

Repete-se o processo até que os deslocamentos encontrados em duas iterações sucessivas estejam dentro da tolerância admitida.

Este processo também pode ser utilizado para pilares de seção, armadura e esforço normal variáveis ao longo do pilar. Nestes casos torna-se necessário obter um diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura de cada uma das seções transversais dos pontos intermediários.

Como já foi mencionado, para o cálculo dos momentos e conseqüentemente a obtenção das correspondentes curvaturas é necessário que a viga seja dividida em trechos. Portanto, quanto maior o número de divisões, melhor será a precisão dos resultados obtidos. O resultado depende também dos parâmetros utilizados no traçado do diagrama  $MxNx1/r$ . Deve-se também tomar cuidado com a precisão dos resultados obtidos entre duas iterações. Esta precisão deve ser pequena para que não leve a um erro acumulado grande.

A precisão dos resultados obtidos depende também da grandeza dos incrementos na excentricidade inicial. Quanto menor o valor deste incremento, maior será a precisão atingida.

### **3.4 MÉTODO DO PILAR PADRÃO**

Segundo Fusco (1981), a aplicação do método de estudo de instabilidade no qual o cálculo de deformações de barras é realizado por meio de integração do

diagrama de curvaturas resulta em geral em um trabalho excessivo para o cálculo manual.

Tendo em vista uma simplificação destes métodos, criou-se o conceito de pilar padrão, aplicável a barras de seção transversal constante, inclusive a armadura, ao longo de todo o seu comprimento (figura 3.12).

O pilar padrão é definido como um pilar em balanço com uma flecha “ $a$ ” em sua extremidade livre. Admitindo que o pilar tenha uma deformada senoidal, a flecha no topo pode ser escrita em função da curvatura na base e é dada por:

$$a = 0,4 \times l^2 \times \left( \frac{1}{r} \right)_{base} = \frac{le^2}{10} \left( \frac{1}{r} \right)_{base} \quad \text{eq. 3.29}$$

Onde  $le$ =comprimento efetivo de flambagem (coluna bi-rotulada).

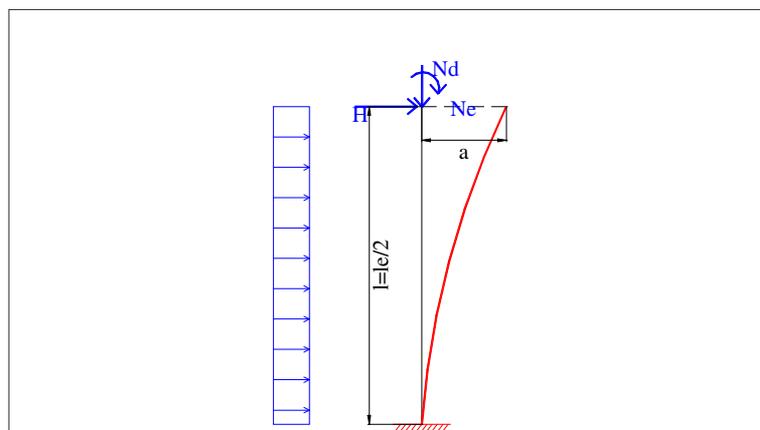


Figura 3.12 – Pilar Padrão

Admite-se, portanto, que a flecha máxima ‘a’ seja uma função linear da curvatura na base.

O diagrama da figura 3.13 é construído diretamente a partir do diagrama de Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura da seção da base do pilar padrão, sem a necessidade de integração das curvaturas ao longo do comprimento do pilar.

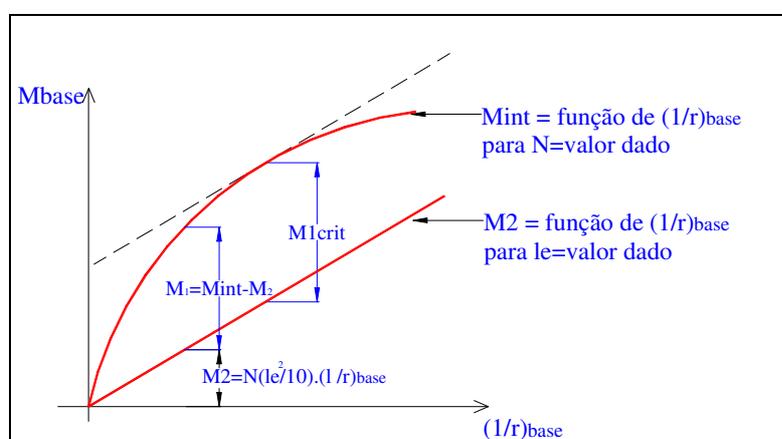


Figura 3.13– Processo do Pilar Padrão

Para a seção da base o diagrama  $M \times N \times 1/r$  corresponde à curva de momentos internos resistentes.

O momento externo solicitante é calculado como sendo a soma dos momentos de primeira e segunda ordem. E o momento de segunda ordem na base é igual ao esforço normal aplicado multiplicado pela flecha a no topo. Deste modo, como mostra a figura 3.13, restará para as solicitações de primeira ordem a parcela composta pela diferença entre o momento interno resistente e o momento de segunda ordem na base.

De acordo com Fusco(1981), repetindo o cálculo para diferentes valores de  $N$ , tem-se o diagrama de iteração da seção considerada, para um 'le' conhecido (fig. 3.14). Para seções transversais que difiram apenas pela taxa de armadura e para um valor de comprimento da peça conhecido, podem ser traçados diagramas adimensionais de iteração ( $\mu_{1,crit}, v_{crit}$ ) a partir dos resultados obtidos com o pilar padrão. Os resultados destes diagrama de iteração podem também ser apresentados em forma de tabelas.

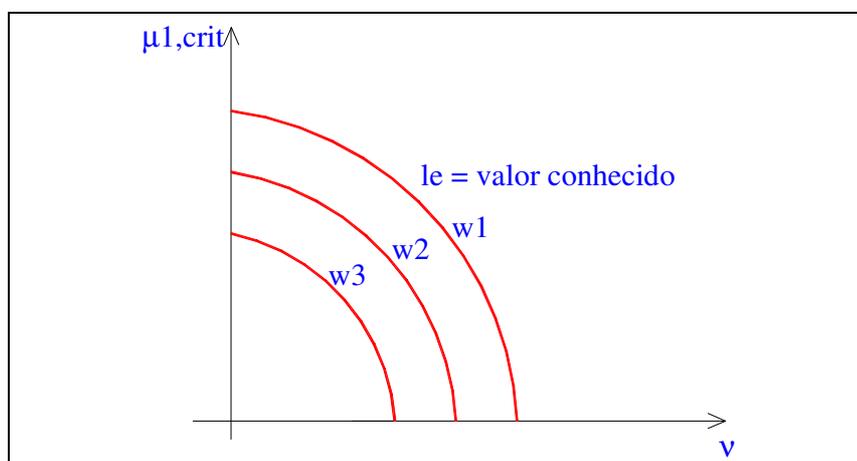


Figura 3.14 – Esquema de Diagramas de Iteração

Estas tabelas de iteração podem também ser encontradas no Boletim 103 do CEB.

### 3.5 PROCESSO DO PILAR PADRÃO MELHORADO

O processo do pilar padrão conduzirá ao resultado razoavelmente preciso quando a linha elástica for realmente senoidal. Isto acontecerá quando a seção

transversal for constante e para determinados casos de carregamento. Quando existirem cargas transversais, o processo do pilar padrão pode ser melhorado, chegando-se ao chamado "processo do pilar padrão melhorado".

De um modo geral a linha elástica de primeira ordem depende da lei de distribuição de momentos de primeira ordem.

Segundo Fusco, “o pilar padrão surge para melhorar os resultados. Nele é considerada a verdadeira distribuição de momentos de primeira ordem, admitindo-se que apenas os momentos de segunda ordem produzam deslocamentos transversais com distribuição senoidal”.

### **3.6 OUTROS PROCESSOS**

Existem, também, outras alternativas para a inclusão da não-linearidade geométrica, conforme exposto por Loriggio (1999). Uma alternativa é a utilização da matriz de rigidez geométrica, onde os efeitos não-lineares geométricos são obtidos somando-se à matriz de rigidez tradicional da estrutura, uma outra matriz que é função do esforço normal nas barras.

Outra alternativa é o método  $P-\Delta$  que é tradicional dentro da área de projeto sendo citado por muitos autores e normas (Fusco, 1981; França, 1993; NBR 8800).

A não linearidade física pode continuar sendo considerada com o diagrama momento fletor x esforço normal x curvatura.

### 3.7 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Após a conclusão das rotinas para traçado dos diagramas implementou-se no programa as rotinas para o estudo da Instabilidade de pilares.

Depois de traçado o diagrama pode-se escolher a opção Analogia de Mohr ou Diferenças Finitas (3.15).

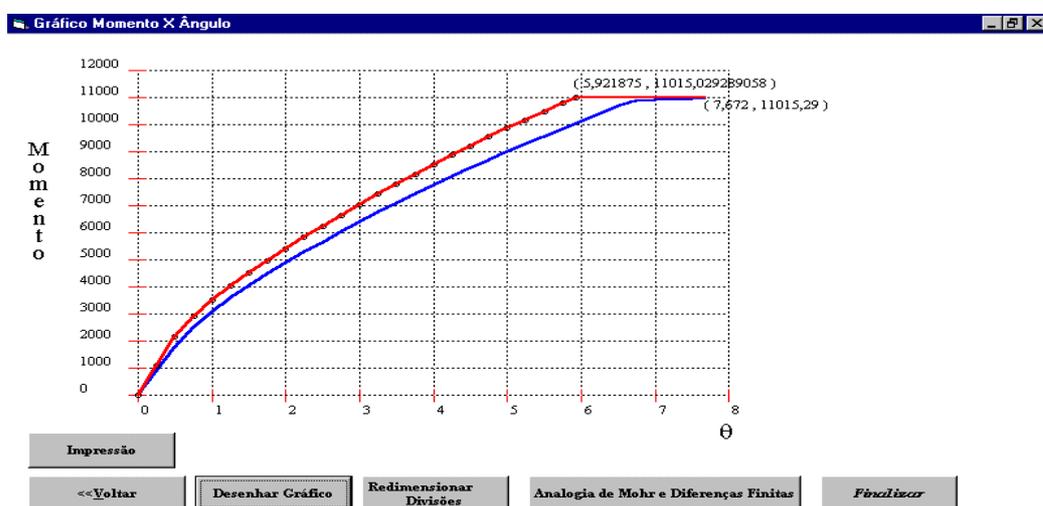


Figura 3.15 – Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura

A próxima tela do programa é a tela de escolha do arquivo com os dados de entrada para a análise do pilar. Este arquivo de dados de entrada é também um arquivo de texto e contém os dados do pilar em estudo (altura, excentricidade, esforço normal) e os parâmetros de precisão para o cálculo de verificação da instabilidade dos pilares.

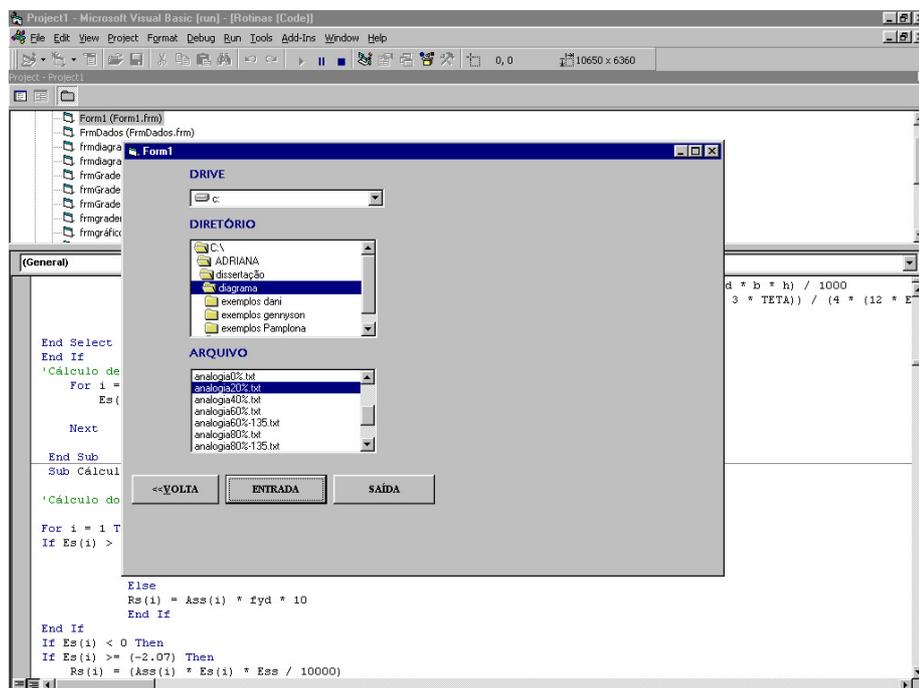


Figura 3.16 – Escolha do arquivo de dados de entrada

Novamente, depois de ser escolhido o arquivo de entrada abre-se uma tela com uma listagem dos parâmetros do arquivo de entrada.

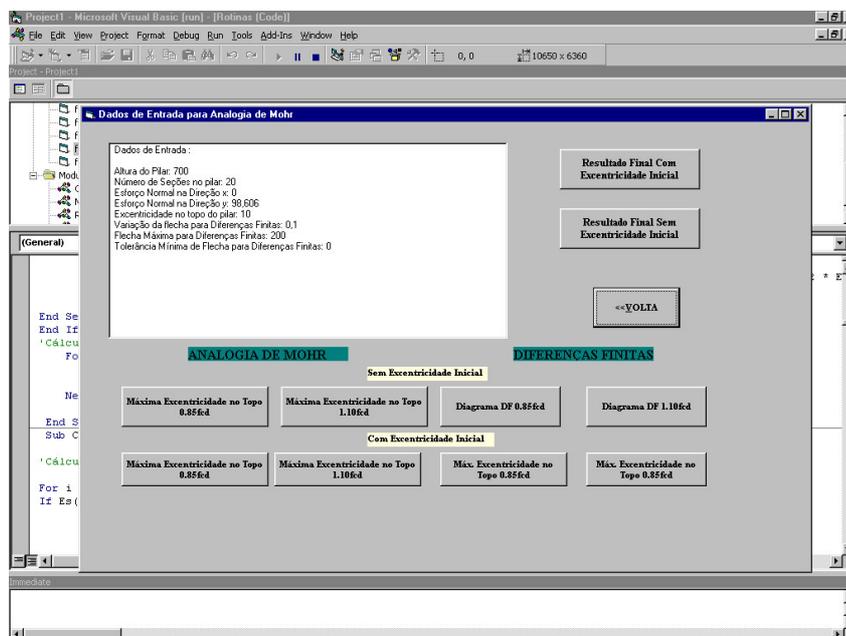


Figura 3.17 – Tela de dados de entrada para analogia de Mohr e Diferenças Finitas



#### **4 ESTUDO DE PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA ANÁLISE DE PILARES ESBELTOS**

Os resultados dos métodos de verificação de instabilidade dependem de vários parâmetros utilizados durante o processo. Estas variações são tanto mais importantes quanto mais suscetível for a estrutura aos esforços de segunda ordem, ou melhor, quanto mais esbelta ela for, ou maior for o nível de Esforço Normal aplicado. Portanto, o estudo deve iniciar na análise dos parâmetros envolvidos no traçado dos diagramas  $M_x N_x 1/r$  e nos métodos de estudo do estado limite último de instabilidade. Será realizado um estudo inicial sobre precisão de todos esses parâmetros de modo a obter os resultados mais adequados. Esta pesquisa será feita através do estudo de vários exemplos elaborados.

Estudou-se a influência dos seguintes parâmetros:

- variações nos valores dos intervalos de teta ( $\Delta\theta$ );
- número de divisões dos pilares em estudo;
- incremento na excentricidade inicial para a obtenção da excentricidade máxima ( $\Delta f$ );
- variação entre os valores do Esforço normal esperado para o traçado do diagrama  $M_x N_x 1/r$  e o valor encontrado ( $\Delta N$  ou  $N_{mín}$ );

- Variação dos valores encontrados entre duas iterações sucessivas (para Analogia de Mohr), ( $\Delta iter$ ).

#### 4.1 VARIACÃO DOS INTERVALOS DE TETA ( $\Delta\theta$ )

O diagrama  $M_x N_x 1/r$  é construído arbitrando-se um valor de teta e calculando-se o valor do momento correspondente. Depois de obtidos os pontos (pares de teta e Momento), uma das maneiras de traçar o gráfico é ligando-os por interpolação linear.

Convém observar que o intervalo entre valores de  $\theta$  arbitrados, para os quais se calcula o momento resistente correspondente, influencia diretamente na precisão dos resultados da análise de segunda ordem. Portanto, quanto menor este intervalo melhor será a precisão dos dados obtidos através dos diagramas.

No entanto, um intervalo muito pequeno pode resultar em custos computacionais elevados sem um correspondente retorno em termos de precisão.

E necessário então, saber qual o intervalo mais adequado à precisão necessária.

#### 4.2 VARIACÃO ENTRE OS VALORES DE ESFORÇO NORMAL ( $\Delta N$ )

O diagrama  $M_x 1/r x N$  é feito para um nível de esforço normal pré-determinado. Os pontos do diagrama são calculados, para cada  $\theta$ , variando o valor das deformações

do concreto ( $\epsilon_c$ ) e calculando as reações do aço e do concreto até que se encontre o esforço normal procurado. Nem sempre se consegue variar este valor de  $\epsilon_c$  até encontrar o valor exato do esforço normal procurado, mas encontra-se um valor muito próximo dele. Pode-se então definir uma tolerância para esta diferença entre estes dois valores de esforço normal. Esta tolerância pode ser definida em termos de porcentagem do esforço encontrado, ou então, através de um valor mínimo que pode ser atingido. Utiliza-se este valor mínimo no caso de uma tolerância muito pequena ou no caso em que o esforço normal procurado seja próximo de zero. O programa elaborado testa estes valores da seguinte maneira:

$$|N_d - N| < tol * N_d \text{ Or } |N_d - N| < DN_{\text{mín}}$$

Onde:

$N_d$  = valor esperado

$N$  = valor encontrado

$tol$  = tolerância

$DN_{\text{mín}}$  = valor mínimo da diferença entre os valores de esforço Normal

Os exemplos serão elaborados utilizando um valor baixo de **tol** e **DN<sub>mín</sub>** para obter-se os valores de Esforço Normal mais próximos possíveis dos valores esperados.

### **4.3 NÚMERO DE DIVISÕES DOS PILARES EM ESTUDO**

Os métodos de estudo de instabilidade são feitos de maneira iterativa. Para estes estudos o pilar é dividido em várias seções, nas quais calculam-se os deslocamentos. O número de seções em que o pilar é dividido também influencia na precisão dos resultados. É necessário, portanto, saber qual o melhor número de divisões que deve ser utilizado nos estudos de segunda ordem, ou seja, que traga resultados suficientemente precisos em termos de engenharia.

Com o objetivo de verificar a influência da discretização do pilar nos resultados, os exemplos foram resolvidos com os seguintes números de divisões:

- 06 divisões;
- 12 divisões;
- 20 divisões;
- 50 divisões.

### **4.4 INCREMENTO NA EXCENTRICIDADE INICIAL PARA A OBTENÇÃO DA EXCENTRICIDADE MÁXIMA ( $\Delta F$ )**

Para verificação do estado limite último de instabilidade, pelos métodos de Diferenças Finitas e Analogia de Mohr, através do programa elaborado, é necessário

incrementar gradativamente a excentricidade aplicada ao topo do pilar até que ocorra o esgotamento da capacidade portante da seção.

A precisão dos resultados obtidos depende da grandeza dos incrementos utilizados. Com a diminuição do incremento, existe a tendência de diminuir a distância entre os resultados esperados e os efetivamente encontrados. Entretanto, mesmo com incrementos elevados pode-se chegar, por puro acaso, a resultados precisos.

#### **4.5 VARIAÇÃO DOS VALORES ENCONTRADOS ENTRE DUAS ITERAÇÕES SUCESSIVAS (PARA ANALOGIA DE MOHR).**

O cálculo dos deslocamentos no topo dos pilares através do método de Analogia de Mohr é feito de maneira iterativa. Os cálculos são repetidos até que entre duas iterações sucessivas seja encontrado o mesmo valor para o deslocamento no topo ou que os valores sejam muito próximos. Segundo Loriggio (1999), deve-se tomar cuidado com a tolerância adotada para esta diferença entre duas iterações sucessivas. Mesmo adotando-se uma tolerância pequena pode-se chegar a uma diferença acumulada grande. Deve-se então verificar a diferença acumulada.

Os exemplos foram calculados com uma tolerância bem próxima de zero, ou seja, até que entre duas iterações sucessivas praticamente não exista diferença nos valores encontrados.

## 4.6 EXEMPLOS

Para verificar a influência dos parâmetros mencionados foram elaborados alguns exemplos.

A análise será feita variando-se os valores dos parâmetros de modo a verificar a influência de cada um deles

### 4.6.1 EXEMPLO 01:

O primeiro exemplo analisado tem as seguintes características:

Seção 30x30cm

$f_{ck}=20\text{Mpa}$

$A_{s1}=7.5\text{cm}^2$

$A_{s2}=7.5\text{cm}^2$

$N_d=1000\text{KN}$

$d_1=3.3\text{cm}$

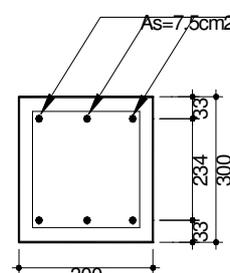
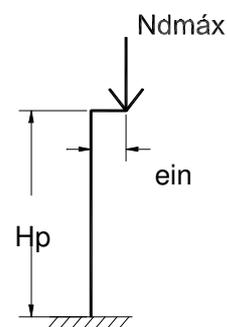
$d_2=26.7\text{cm}$

$H_p=3.47\text{m}$

$\lambda=80$

$\Delta\theta = 0,1$

$DN_{mín} = 1$



Tolerância = 0,05%

$\Delta_{iter} = 0\%$

As tabelas 4.1 e 4.2 mostram os resultados da máxima excentricidade que pode ser aplicada no topo do pilar e o correspondente deslocamento, em função do incremento da excentricidade inicial e do número de divisões. Os resultados foram obtidos pelo método da Analogia de Mohr e Diferenças Finitas. O exemplo foi feito mantendo-se fixos os valores de  $\Delta\theta$ ,  $DN_{mín}$ ,  $tol$  e  $\Delta_{iter}$  e variando o valor do incremento da excentricidade inicial ( $\Delta f$ ) e o número de divisões do pilar (NDIV).

O exemplo foi elaborado de acordo com as duas versões da norma.

Tabela 4.1- Resultados de máxima excentricidade(mm)

$\Delta f(\text{mm})$		0,05		0,1		0,5		1	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	25.85	36.80	25.80	36.80	25.50	36.50	25.00	36.00
	DF	25.87	36.84	25.87	36.84	25.86	36.82	25.88	36.71
12	AM	25.95	36.90	25.90	36.90	25.50	36.50	25.00	36.00
	DF	25.97	36.92	25.97	36.92	25.97	36.90	25.97	36.79
20	AM	25.95	36.90	25.90	36.90	25.50	36.50	25.00	36.00
	DF	26.00	36.94	26.00	36.944	25.99	36.91	26.00	36.80
50	AM	26.00	36.90	26.00	36.90	26.00	36.50	26.00	36.00
	DF	26.02	36.97	26.00	36.95	26.01	36.94	26.00	36.81

\*AM – Analogia de Mohr , DF – Diferenças Finitas

Através da análise dos resultados observa-se que os valores diferem pouco alterando o número de divisões dos pilares. A variação do incremento da excentricidade

inicial provocou alterações mais significativas. Para Analogia de Mohr,  $\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$  (atual versão da norma), obteve-se para 6 divisões no pilar, 3.20% de diferença variando  $\Delta f$  de 1 para 0.05. Já para  $\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$ , esta diferença foi de 2.17%.

Para a análise por diferenças Finitas aplicou-se a segunda variante do método. Nesta variante a excentricidade máxima é calculada de maneira diferente do método de Analogia de Mohr. Em Analogia de Mohr aplica-se uma excentricidade inicial a partir da qual calcula-se o deslocamento provocado. Já no método de Diferenças Finitas adota-se um valor de  $e_0$  que é o resultado da soma do da excentricidade inicial mais deslocamento no topo. O valor de  $e_0$  é múltiplo de  $\Delta f$ . Por este motivo à variação de  $\Delta f$  não influencia no método de Diferenças Finitas da mesma maneira que influencia nos resultados do Método de Analogia de Mohr, provocando, portanto, pouca variação dos resultados com a variação de  $\Delta f$ .

As diferenças encontradas no exemplo eram esperadas. O cálculo da máxima excentricidade é feito aumentando-se o valor da excentricidade inicial por meio de  $\Delta f$  aplicada até que se alcance o limite. E, portanto, quanto menor este valor de incremento mais precisos os resultados encontrados no processo.

Outro resultado obtido é o valor do deslocamento no topo correspondente à excentricidade máxima possível. A tabela 4.2 mostra os resultados obtidos.

Tabela 4.2- Resultados de deslocamento no topo(mm)

$\Delta f(\text{mm})$		0,05		0,1		0,5		1	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	47.05	41.57	46.38	41.60	45.12	40.65	43.25	39.41
	DF	47.33	41.76	47.33	41.76	47.14	41.68	47.14	41.29
12	AM	46.55	41.59	46.24	41.59	44.61	40.33	42.81	39.16
	DF	47.23	41.68	47.23	41.59	47.03	41.62	47.03	41.22
20	AM	46.35	41.51	46.12	41.51	44.50	40.28	42.73	39.11
	DF	47.20	41.66	47.20	41.66	47.00	41.59	47.00	41.19
50	AM	46.65	41.62	46.78	47.09	46.65	40.25	46.78	39.09
	DF	47.18	41.68	47.09	41.65	46.99	41.56	46.99	41.19

\*AM – Analogia de Mohr , DF – Diferenças Finitas

Os valores apresentados na tabela 4.2 são valores de deslocamento no topo calculados a partir da excentricidade máxima possível aplicada no topo do pilar. Como estes valores de excentricidade máxima (tab. 4.1) foram calculadas para as duas propostas da norma, resultaram em valores de excentricidades diferentes. Conseqüentemente não é possível comparar diretamente os valores de deslocamento no topo, pois correspondem a duas excentricidades máximas diferentes.

O mesmo exemplo foi calculado com uma excentricidade inicial, aplicada no topo do pilar, de 20mm. Esta é uma situação menos crítica (excentricidade mínima), por isso os resultados são menos sensíveis às variações dos parâmetros. A tabela 4.3 mostra os valores de deslocamento no topo encontrados.

Tabela 4.3- Resultados de deslocamento no topo(mm)

$\Delta f(\text{mm})$		0,05		0,1		0,5		1	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	31.52	19.12	31.52	19.11	31.52	19.00	31.52	19.11
	DF	31.25	18.95	31.30	19.00	31.50	19.00	58.00	19.00
12	AM	31.33	19.05	31.33	19.05	31.33	19.00	31.53	19.05
	DF	31.10	18.90	31.10	18.90	31.50	19.00	58.00	19.00
20	AM	31.29	19.04	31.29	19.04	31.29	19.00	31.29	19.04
	DF	31.05	18.85	31.10	18.90	31.50	19.00	58.00	19.00
50	AM	31.25	19.03	31.27	19.03	31.26	19.03	31.27	19.03
	DF	31.00	18.85	31.00	18.90	31.00	20.00	31.00	19.00

\*AM – Analogia de Mohr, DF – Diferenças Finitas.

Na tabela 4.3 pode-se observar que a variação de  $\Delta f$  causou diferenças muito pequenas nos resultados. Neste exemplo pode-se comparar os resultados obtidos através das duas propostas da norma. Estas diferenças ficaram em torno de 40%, ou seja, obteve-se deslocamentos em torno de 40% menores.

O mesmo exemplo foi feito mantendo-se fixo o valor do incremento de excentricidade inicial ( $\Delta f=0.1$ ),  $N_{mín}$  e tolerância e variando o valor  $\Delta\theta$ , e do número de divisões do pilar. A tabela 4.4 mostra os resultados da máxima excentricidade inicial pelo método de Analogia de Mohr e Diferenças Finitas

Tabela 4.4- Resultados de máxima excentricidade no topo(mm)

$\Delta\theta$		0,05		0,5		1,0	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	25.90	36.80	25.10	35.80	24.00	33.90
	DF	25.90	36.88	25.15	35.83	24.09	33.94
12	AM	26.00	36.90	25.20	35.90	24.20	33.90
	DF	26.01	36.96	25.24	35.95	24.22	33.95
20	AM	26.00	36.90	25.20	35.90	24.20	33.90
	DF	26.04	36.97	25.25	35.98	24.25	33.95
50	AM	26.00	37.00	25.20	36.00	24.20	33.90
	DF	26.06	36.99	25.28	36.00	24.55	33.95

\*AM – Analogia de Mohr , DF – Diferenças Finitas

A variação do intervalo de  $\Delta\theta$  tem maior influência nos resultados obtidos. Variando  $\Delta\theta$  de 1 para 0.05 encontra-se resultados em torno de 8% maiores (método de Analogia de Mohr, 6 divisões). Os valores de deslocamento no topo (tabela 4.5) também sofrem grande influencia da variação dos intervalos de teta.

Tabela 4.5- Resultados de excentricidade no topo (mm)

$\Delta\theta$		0,05		0,5		1,0	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	46.99	41.46	44.35	42.57	48.63	36.93
	DF	46.99	41.72	44.65	42.76	50.10	37.06
12	AM	46.78	41.38	44.48	42.34	49.74	36.68
	DF	46.99	41.64	46.46	42.65	49.98	37.05
20	AM	46.61	41.31	44.27	42.28	49.36	36.52
	DF	46.96	41.63	45.25	42.64	50.05	37.55
50	AM	46.48	41.65	44.11	42.59	-	-
	DF	46.94	41.61	45.72	42.60	-	-

\*AM – Analogia de Mohr, DF – Diferenças Finitas

A Tabela 4.6 mostra os resultados de deslocamento no topo para uma excentricidade inicial de 20mm.

Tabela 4.6- Resultados de deslocamento no topo

$\Delta\theta$		0,05		0,5		1,0	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	31.30	19.00	31.71	19.15	32.17	19.23
	DF	31.52	19.12	31.50	19.00	31.90	19.10
12	AM	31.33	19.05	31.52	19.08	31.98	19.16
	DF	31.10	18.90	31.30	18.90	31.80	19.00
20	AM	31.29	19.04	31.48	19.07	31.94	19.14
	DF	31.10	18.90	31.20	18.90	31.70	19.00
50	AM	31.25	19.03	31.44	19.05	-	-
	DF	31.00	18.90	31.20	18.90	-	-

#### 4.6.2 Exemplo 02:

O segundo exemplo analisado foi um pilar com as seguintes características:

Seção 25x40

$f_{ck}=20\text{Mpa}$

$A_{s1}=6\text{cm}^2$

$A_{s2}=6\text{ cm}^2$

$N_d=600\text{KN}$

$d_1= 3.3\text{cm}$

$d_2=21.7\text{cm}$

$\lambda=100$

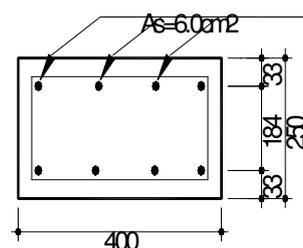
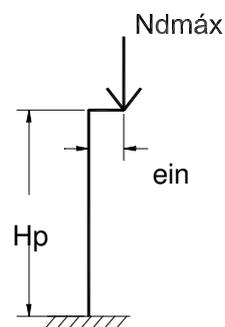
$H_p=3.61\text{m}$

$DN_{\text{mín}} = 1$

Tolerância = 0,1%

$\Delta_{\text{iter}} = 0\%$

$\Delta\theta = 0,1$



Como no exemplo anterior o pilar foi resolvido mantendo-se fixo o valor de  $\Delta\theta$ ,  $DN_{\text{mín}}$  e tolerância e variando o valor do incremento da flecha ( $\Delta f$ ) e o número de divisões do pilar.

As tabelas 4.7 e 4.8 mostram os resultados da máxima excentricidade possível e o correspondente deslocamento no topo do pilar calculados pelo dois métodos de acordo com as duas versões da norma.

Tabela 4.7 - Resultados de máxima excentricidade (mm)

$\Delta f$ (mm)		0,05		0,1		0,5		1	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	33.60	44.40	33.60	44.40	33.50	44.00	33.00	44.00
	DF	33.63	44.42	33.63	44.42	33.63	44.42	33.62	44.42
12	AM	33.75	44.55	33.7	44.50	33.50	44.50	33.0	44.00
	DF	33.75	44.58	33.75	44.58	33.75	44.58	33.75	44.58
20	AM	33.80	44.60	33.80	44.60	33.50	44.50	33.00	44.00
	DF	33.81	44.64	33.81	44.64	33.81	44.64	33.81	44.64
50	AM	33.80	44.65	33.80	44.60	33.50	44.50	33.00	44.00
	DF	33.83	44.66	33.83	44.66	38.33	44.66	33.83	44.66

Tabela 4.8- Resultados de deslocamento no topo (mm)

$\Delta f$ (mm)		0,05		0,1		0,5		1	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	59.16	67.42	59.16	67.42	56.10	58.38	49.78	58.38
	DF	62.27	69.73	62.27	69.78	62.37	70.08	62.37	69.58
12	AM	60.62	67.444	58.14	65.38	54.10	65.38	48.90	56.85
	DF	62.00	70.42	61..95	70.42	62.25	70.42	62.25	70.42
20	AM	60.28	66.91	60.28	66.91	53.40	63.70	48.56	56.28
	DF	62.09	70.51	62.09	70.56	62.19	70.36	62.19	70.36
50	AM	59.43	68.93	59.43	66.15	53.24	63.32	48.47	52.13
	DF	62.02	70.59	62.08	70.64	62.17	70.84	62.17	70.34

O mesmo pilar foi analisado com uma excentricidade inicial aplicada no topo do pilar de 20mm. A tabela 4.9 mostra os valores de deslocamento no topo encontrados.

Tabela 4.9- Resultados de deslocamento no topo (mm)

$\Delta f$ (mm)		0,05		0,1		0,5		1	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	20.81	13.97	20.81	13.97	20.81	13.97	20.80	13.97
	DF	20.65	13.80	20.70	13.80	21.00	14.00	21.00	14.00
12	AM	20.74	13.94	20.75	13.94	20.75	13.94	20.75	13.94
	DF	20.55	13.80	20.60	13.80	115.50	14.00	115.00	14.00
20	AM	20.72	13.93	20.72	13.93	20.72	13.93	20.72	13.93
	DF	20.55	13.80	20.60	13.80	115.50	14.00	115.00	14.00
50	AM	20.71	13.92	20.71	13.92	20.70	13.92	20.71	13.92
	DF	20.55	13.80	20.60	13.80	115.50	14.00	115.00	14.00

Para analisar a influência da variação do  $\Delta\theta$  elaboram-se as tabelas 4.10 a 4.12.

Tabela 4.10- Resultados de máxima excentricidade (mm)

$\Delta\theta$		0,05		0,1		0,5		1	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	33.60	44.40	33.60	44.40	33.30	44.20	33.00	44.00
	DF	33.63	44.43	33.63	44.42	33.35	44.42	33.35	44.42
12	AM	33.70	44.50	33.7	44.50	33.60	44.40	33.00	44.00
	DF	33.76	44.58	33.75	44.58	33.62	44.48	33.62	44.48
20	AM	33.82	44.65	33.80	44.60	33.60	44.50	33.00	44.00
	DF	33.81	44.64	33.81	44.64	33.68	44.54	33.68	44.54
50	AM	33.80	44.60	33.80	44.60	33.60	44.50	33.30	44.20
	DF	33.83	44.66	33.83	44.66	33.70	44.56	33.34	44.27

Tabela 4.11- Resultados de deslocamento no topo(mm)

$\Delta\theta$		0,05		0,1		0,5		1	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	58.83	63.12	59.16	67.42	56.62	66.96	52.02	62.76
	DF	62.07	69.97	62.27	69.78	62.25	68.17	52.02	62.76
12	AM	58.01	65.23	58.14	65.38	60.06	65.22	50.64	58.49
	DF	62.04	70.84	61.95	770.42	63.98	71.32	63.38	71.52
20	AM	61.98	70.75	60.28	66.91	58.00	66.90	50.26	57.80
	DF	61.98	70.75	62.09	70.56	63.92	71.16	63.32	71.46
50	AM	61.98	70.84	59.43	66.15	57.51	66.08	63.31	65.90
	DF	61.97	70.84	62.08	70.64	63.90	71.14	65.06	70.43

Tabela 4.12- Resultados de deslocamento no topo(mm), obtidos para excentricidade inicial de 20mm.

$\Delta\theta$		0,05		0,1		0,5		1	
NDIV	Método*	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$	$\sigma_{sd}=0.85f_{cd}$	$\sigma_{sd}=1.10f_{cd}$
6	AM	20.81	13.97	20.81	13.97	20.97	14.18	20.97	14.18
	DF	20.60	13.80	20.70	13.80	20.80	14.10	21.00	15.00
12	AM	20.74	13.94	20.75	13.94	20.86	14.13	20.86	14.13
	DF	20.60	13.80	20.60	13.80	20.70	14.00	21.00	14.00
20	AM	20.72	13.93	20.72	13.93	20.33	14.11	20.83	14.11
	DF	20.60	13.80	20.60	13.80	20.70	14.00	21.00	14.00
50	AM	20.60	13.80	20.71	13.92	20.70	14.00	20.80	14.90
	DF	20.71	13.92	20.60	13.80	20.82	14.11	20.91	15.05

Os resultados encontrados no segundo exemplo foram semelhantes aos encontrados no primeiro exemplo.

#### 4.7 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com a análise dos parâmetros envolvidos nos resultados observa-se que o método de Analogia de Mohr sofre grande influência com a variação do incremento na excentricidade inicial. Estas diferenças são maiores para os valores de deslocamento no topo. Já o método de Diferenças Finitas não trouxe muita variação dos resultados variando o valor do incremento da excentricidade inicial.

A variação de teta provocou alterações menores nos resultados de máxima excentricidade, influenciando de maneira semelhante no método de Diferenças Finitas e Analogia de Mohr. Já nos resultados de deslocamentos no topo estas diferenças foram maiores.

Observa-se também, que o número de divisões no pilar tem menor influência nos resultados.

Baseado nos resultados obtidos nos exemplos anteriores os parâmetros que serão utilizados são os seguintes:

- $\Delta f = 0.1$
- $\Delta \theta = 0.1$

- $\Delta_{iter} \cong 0$
- $DN_{mín}$  em torno de 0.1% do valor do esforço normal aplicado
- Número de divisões do pilar = 20 divisões

## 5 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO:

Para a verificação do Estado Limite Último de Instabilidade foram escolhidas algumas seções transversais com índices de esbeltez diferentes. Isso irá possibilitar o estudo da proposta da revisão da atual NB-1.

Nas seções em estudo adotou-se uma armadura simétrica disposta paralelamente a face maior, de forma que seja considerado como altura da seção, a dimensão mais desfavorável.

Para o cálculo das deformações da estrutura deve-se considerar tanto a não-linearidade física do material quanto a não linearidade geométrica

A determinação do estado limite último de instabilidade pode ser feito utilizando os métodos do Pilar Padrão, Analogia de Mohr e Diferenças Finitas. Neste estudo serão utilizados os métodos de Diferenças Finitas e Analogia de Mohr que fornecem uma maior precisão dos resultados, embora o método do Pilar Padrão seja mais comum por proporcionar maior facilidade de aplicação.

De uma maneira geral, os pilares esbeltos aqui estudados podem atingir o Estado Limite Último ou por Instabilidade ou por esgotamento da capacidade portante de alguma das suas seções transversais. Mesmo no segundo caso, é necessário que os esforços solicitantes ao longo do pilar sejam calculados com as não-linearidades física e geométrica. Os métodos citados anteriormente são adequados para ambas as situações.

Ambos os métodos foram implementados em um programa computacional em linguagem Visual Basic, e resolvem a estrutura iterativamente. Faz parte do programa a

determinação do diagrama  $MxN \times 1/r$  que é utilizado para a obtenção das Curvaturas relativas ao longo do pilar em função do nível do momento fletor atuante.

### 5.1 EXEMPLO 01:

O primeiro exemplo foi elaborado para um pilar com as seguintes características:

- Seção = 20x40cm
- $f_{ck}=20\text{Mpa}$
- $\Delta f=0.1$
- $\Delta \theta = 0.1$
- $\Delta i_{ter} = 0$
- $DN_{mín}$  em torno de 0.1% do valor do esforço normal aplicado
- Número de divisões do pilar = 20 divisões

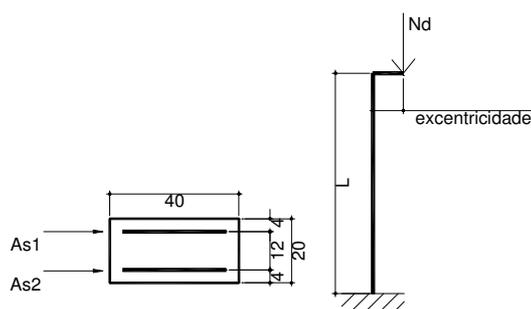


Fig. 5.1 - Exemplo 01

O exemplo foi elaborado variando o valor do esforço normal e a esbeltez do pilar para verificar a sensibilidade dos resultados da análise do estado limite último de instabilidade. Alterou-se também a taxa de armadura do pilar. Os diagramas da Figura 5.2 mostram os resultados obtidos para uma taxa de armadura total de  $A_s = 6.4\text{cm}^2$  ( $A_{s1}=A_{s2}$ ).

A verificação do estado limite último de instabilidade foi feita pelos métodos de Analogia de Mohr e Diferenças Finitas. Como os dois métodos tem resultados praticamente iguais, representa-se nos diagramas apenas os valores obtidos por Diferenças Finitas.

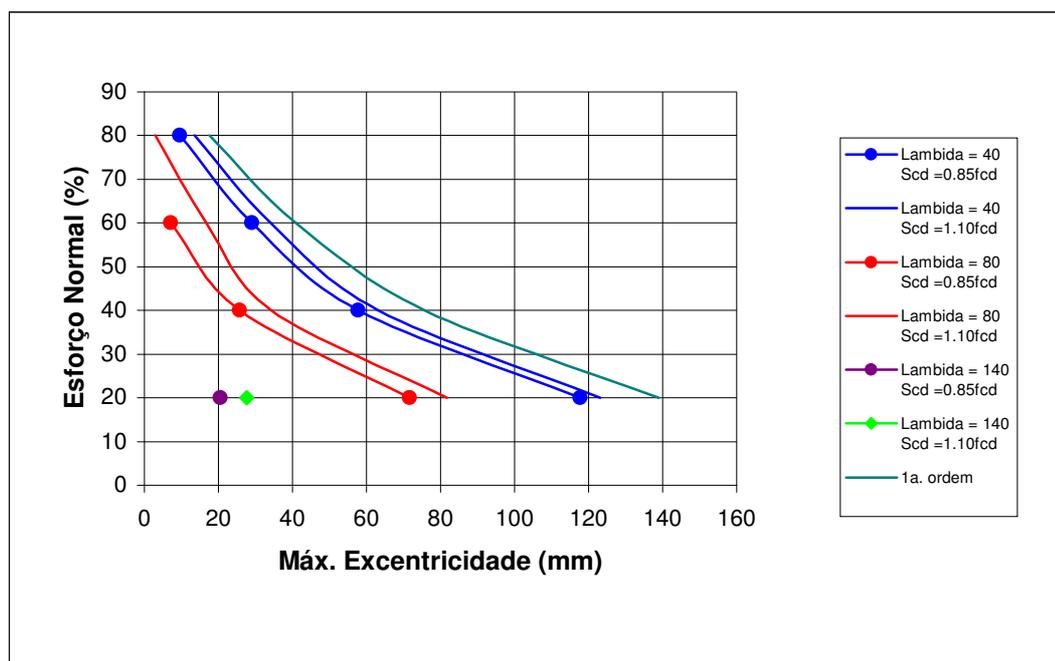


Figura 5.2 – Máxima Excentricidade Inicial– Método de Diferenças Finitas

Os valores da tabela 5.2 representam os valores de deslocamento no topo correspondente a excentricidade máxima possível no topo do pilar, ou seja, não é possível comparar diretamente os valores de deslocamento para  $\sigma_{cd}=0.85f_{cd}$  e  $1.10f_{cd}$  já que correspondem a duas excentricidades diferentes.

Nas tabelas 5.1 e 5.2 estão representadas as diferenças encontradas comparando-se a proposta de alteração da norma com a NB-1/78. Os valores negativos indicam que com a nova proposta da norma encontra-se valores menores do que os da NB-1/78.

Tabela 5.1. – Máxima Excentricidade Inicial no topo (projeto de revisão e NB-1/78)

20 x 40 As= 6.4cm <sup>2</sup>	$\lambda$	$\sigma_{cd}$	Analogia de Mohr		Diferenças Finitas		
			Máxima Excentricidad e no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	Máxima Excentricidad e no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	
Nd= 248KN	40	0.85fcd	117.70	4.54	117.72	4.41	
		1.10fcd	123.30		123.15		
	80	0.85fcd	71.70	12.35	71.74	12.32	
		1.10fcd	81.80		81.82		
	140	0.85fcd	20.57	25.95	20.57	25.95	
		1.10fcd	27.78		27.78		
Nd= 496KN	40	0.85fcd	57.80	8.40	57.82	8.37	
		1.10fcd	63.10		63.10		
	80	0.85fcd	25.67	25.25	25.67	26.14	
		1.10fcd	34.344		34.35		
	Nd= 744KN	40	0.85fcd	29.00	14.71	29.10	14.49
			1.10fcd	34.00		34.03	
80		0.85fcd	7.16	57.38	7.16	57.36	
		1.10fcd	16.80		16.79		
Nd= 992KN	40	0.85fcd	9.43	29.52	9.43	29.63	
		1.10fcd	13.38		13.40		
	80	0.85fcd	0	-	0	-	
		1.10fcd	3.00		3.01		

Tabela 5.2. – Deslocamento no topo (projeto de revisão e NB-1/78)

20 x 40 As= 6.4cm <sup>2</sup>	$\lambda$	$\sigma_{cd}$	Analogia de Mohr		Diferenças Finitas		
			Deslocamento no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	Deslocamento no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	
Nd= 248KN	40	0.85fcd	18.20	-2.42	18.48	-16.40	
		1.10fcd	17.76		15.45		
	80	0.85fcd	63.43	-10.12	63.66	-10.34	
		1.10fcd	57.01		57.08		
	140	0.85fcd	35.21	0.04	35.63	0.04	
		1.10fcd	35.34		35.70		
Nd= 496KN	40	0.85fcd	17.71	-29.42	17.78	-29.70	
		1.10fcd	12.50		12.50		
	80	0.85fcd	29.63	7.03	30.15	6.80	
		1.10fcd	31.87		32.35		
	Nd= 744KN	40	0.85fcd	10.23	-34.11	10.70	-36.73
			1.10fcd	6.74		6.77	
80		0.85fcd	24.35	-2.10	24.71	-3.24	
		1.10fcd	23.84		23.91		
Nd= 992KN		40	0.85fcd	6.88	-39.83	7.01	-41.84
			1.10fcd	4.14		4.13	
	80	0.85fcd	0	-	0	-	
		1.10fcd	14.34		14.50		

Os valores destacados nas Tabela 5.1 e 5.2 representam valores de excentricidade máxima menor do que 2cm, ou seja, menor do que a mínima excentricidade accidental prescrita pela norma.

O diagrama da Figura 5.3 mostra os resultados obtidos para uma taxa de armadura total de  $A_s = 16\text{cm}^2$

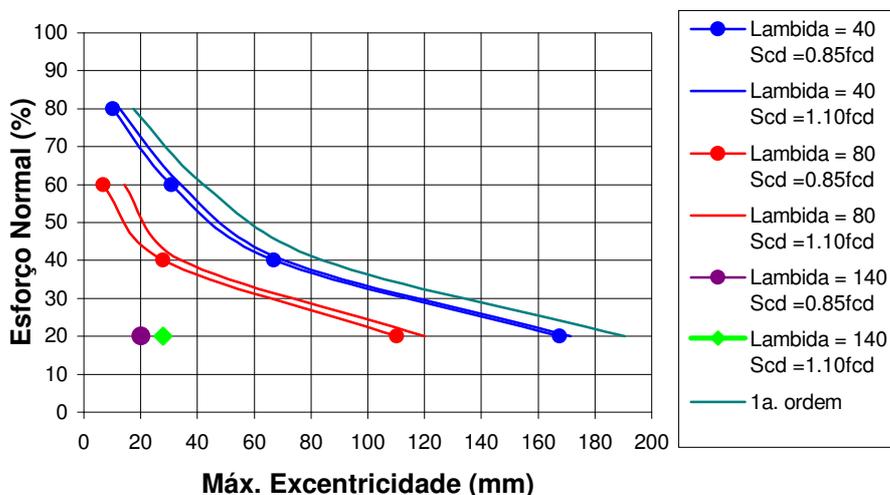


Figura 5.3 – Máxima Excentricidade Inicial– Método de Diferenças Finitas

Os resultados obtidos estão representados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3. Máxima Excentricidade no Topo (projeto de revisão e NB-1/78)

20 x 40 As= 16.00cm <sup>2</sup>	$\lambda$	$\sigma_{cd}$	Analogia de Mohr		Diferenças Finitas		
			Máxima Excentricidade no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	Máxima Excentricidade no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	
Nd= 328KN	40	0.85fcd	167.5	2.28	167.53	2.28	
		1.10fcd	171.40		171.43		
	80	0.85fcd	110.30	8.08	110.33	8.06	
		1.10fcd	120.00		120.00		
	140	0.85fcd	20.18	27.36	20.18	27.36	
		1.10fcd	27.78		27.78		
Nd= 656KN	40	0.85fcd	66.90	4.83	66.94	4.85	
		1.10fcd	70.30		70.35		
	80	0.85fcd	37.85	18.85	37.85	18.85	
		1.10fcd	34.32		34.32		
	Nd= 984KN	40	0.85fcd	30.80	10.20	30.81	10.17
			1.10fcd	34.30		34.30	
80		0.85fcd	7.87	50.01	7.88	50.03	
		1.10fcd	15.77		15.77		
Nd= 1313KN		40	0.85fcd	10.10	20.47	10.16	20.00
			1.10fcd	12.70		12.70	
	80	0.85fcd	0	-	0	-	
		1.10fcd	1.30		1.30		

Tabela 5.4. Deslocamento no Topo (projeto de revisão e NB-1/78)

20 x 40 As=16.00 cm <sup>2</sup>	$\lambda$	$\sigma_{cd}$	Analogia de Mohr		Diferenças Finitas		
			Deslocamen to no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	Deslocamen to no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	
Nd= 328KN	40	0.85fcd	22.02	-13.90	22.47	-15.58	
		1.10fcd	18.96		18.97		
	80	0.85fcd	77.77	-9.55	77.87	-9.60	
		1.10fcd	70.34		70.40		
	140	0.85fcd	20.18	27.36	20.18	27.36	
		1.10fcd	27.78		27.78		
Nd= 656KN	40	0.85fcd	16.84	-19.71	16.96	-20.11	
		1.10fcd	13.52		13.55		
	80	0.85fcd	27.85	18.85	27.85	18.85	
		1.10fcd	34.32		34.32		
	Nd= 984KN	40	0.85fcd	10.47	-24.55	10.69	-26.10
			1.10fcd	7.90		7.90	
80		0.85fcd	28.93	-3.04	29.91	-6.10	
		1.10fcd	28.05		28.09		
Nd= 1313KN		40	0.85fcd	6.32	-25.63	6.54	-28.13
			1.10fcd	4.70		4.70	
	80	0.85fcd	0	-	0	-	
		1.10fcd	15.83		15.85		

O diagrama da Figura 5.4 mostra os resultados obtidos para uma taxa de armadura total de  $A_s = 20\text{cm}^2$

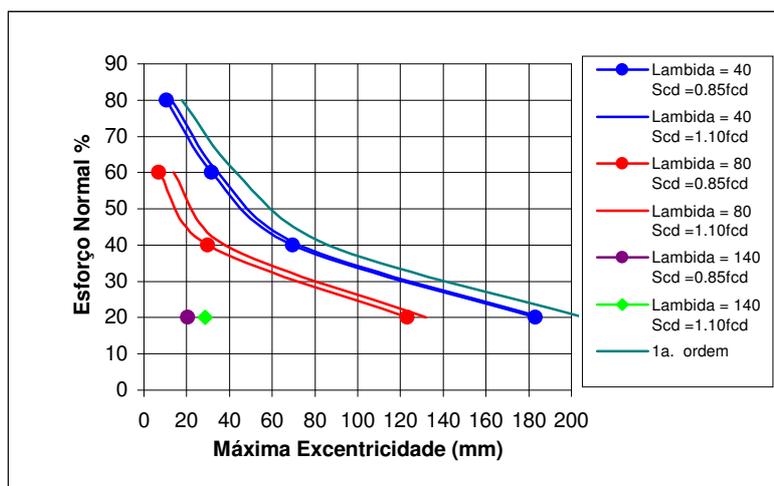


Figura 5.4 – Máxima Excentricidade Inicial– Método de Diferenças Finitas

Os resultados obtidos estão representados nas Tabela 5.5 e 5.6.

Tabela 5.5. – Máxima Excentricidade no Topo (projeto de revisão e NB-1/78)

20 x 40 As= 20.00cm <sup>2</sup>	$\lambda$	$\sigma_{cd}$	Analogia de Mohr		Diferenças Finitas	
			Máxima Excentricidade e no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	Máxima Excentricidade e no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)
Nd= 360KN	40	0.85fcd	183.06	1.53	178.74	1.23
		1.10fcd	185.92		180.97	
	80	0.85fcd	123.13	6.56	121.07	6.11
		1.10fcd	131.8		128.95	
	140	0.85fcd	20.52	27.97	20.52	27.97
		1.10fcd	28.49		28.49	
Nd= 720KN	40	0.85fcd	69.50	4.14	69.55	4.10
		1.10fcd	72.50		72.50	
	80	0.85fcd	29.92	21.11	29.92	21.11
		1.10fcd	37.93		37.94	
Nd= 1080KN	40	0.85fcd	31.50	8.96	31.55	8.89
		1.10fcd	34.60		34.63	
	80	0.85fcd	6.95	49.71	6.95	49.75
		1.10fcd	13.82		13.83	
Nd= 1440KN	40	0.85fcd	10.60	17.83	10.69	17.32
		1.10fcd	12.90		12.93	
	80	0.85fcd	0	-	0	-
		1.10fcd	0.9		0.99	

Tabela 5.6. – Deslocamento no Topo (projeto de revisão e NB-1/78)

20 x 40 As=20.00 cm <sup>2</sup>	$\lambda$	$\sigma_{cd}$	Analogia de Mohr		Diferenças Finitas	
			Deslocamento no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	Deslocamento no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)
Nd=360KN	40	0.85fcd	22.66	-12.53	21.25	-10.50
		1.10fcd	19.82		19.02	
	80	0.85fcd	81.42	-9.17	78.92	-9.98
		1.10fcd	73.95		71.04	
	140	0.85fcd	56.96	23.16	58.10	20.94
		1.10fcd	74.13		73.49	
Nd=720KN	40	0.85fcd	16.44	-17.27	16.55	-17.82
		1.10fcd	13.60		13.60	
	80	0.85fcd	54.31	-11.29	54.33	-9.45
		1.10fcd	48.18		48.25	
Nd=1080KN	40	0.85fcd	10.31	-20.17	10.65	-22.35
		1.10fcd	8.23		8.27	
	80	0.85fcd	30.12	-3.85	30.57	-4.78
		1.10fcd	28.96		29.11	
Nd=1440KN	40	0.85fcd	6.25	-20.80	6.51	-23.66
		1.10fcd	4.95		4.97	
	80	0.85fcd	0	-	0	-
		1.10fcd	12.82		16.30	

## 5.2 EXEMPLO 02:

O segundo exemplo foi elaborado para um pilar com as seguintes características:

- Seção = 30x60cm
- $f_{ck}=20\text{Mpa}$
- $\Delta f=0.1$
- $\Delta \theta = 0.1$

- $\Delta iter = 0$
- $DN_{mín}$  em torno de 0.1% do valor do esforço normal aplicado
- Número de divisões do pilar = 20 divisões

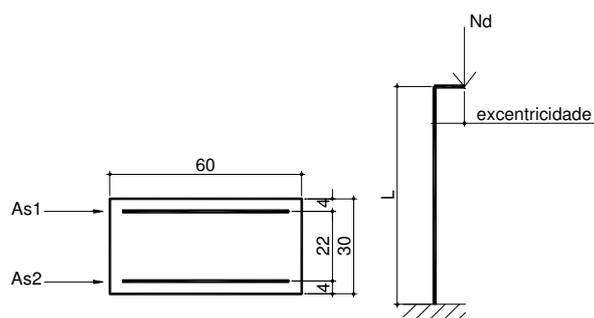


Fig. 5.5 - Exemplo 02

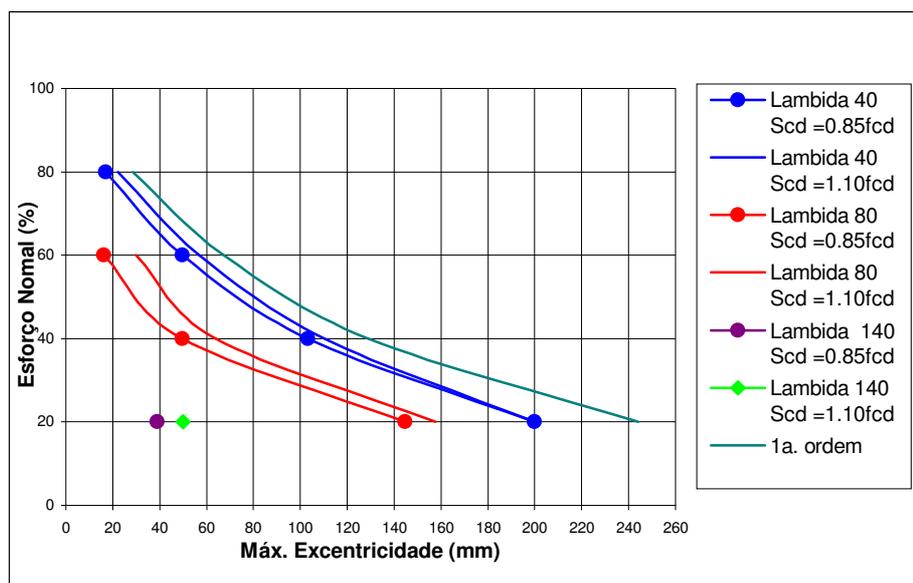


Figura 5.6 – Máxima Excentricidade Inicial– Método de Diferenças Finitas

As tabelas 5.7 mostram os resultados obtidos para este exemplo.

Tabela 5.7. – Máxima Excentricidade no Topo (projeto de revisão e NB-1/78)

30 x 60 As= 16.00cm <sup>2</sup>	$\lambda$	$\sigma_{cd}$	Analogia de Mohr		Diferenças Finitas	
			Máxima Excentricidad e no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	Máxima Excentricidad e no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)
Nd= 570KN	40	0.85fcd	200.00	0	181.23	1.21
		1.10fcd	200.00		183.45	
	80	0.85fcd	144.80	8.12	130.50	5.67
		1.10fcd	157.60		138.33	
	140	0.85fcd	39.00	21.98	39.00	22.00
		1.10fcd	49.99		50.00	
Nd= 1140KN	40	0.85fcd	103.30	6.45	103.33	6.40
		1.10fcd	110.30		110.40	
	80	0.85fcd	49.65	22.30	49.65	22.34
		1.10fcd	63.90		63.94	
Nd= 1710KN	40	0.85fcd	49.80	12.32	49.87	12.24
		1.10fcd	56.80		56.83	
	80	0.85fcd	16.24	46.12	16.24	46.12
		1.10fcd	30.14		30.14	
Nd= 2280KN	40	0.85fcd	17.00	23.77	17.02	23.68
		1.10fcd	22.30		22.30	
	80	0.85fcd	0	-	0	-
		1.10fcd	6.50		6.54	

Tabela 5.8. – Deslocamento no Topo (projeto de revisão e NB-1/78)

30 x 60 As= 16.00cm <sup>2</sup>	$\lambda$	$\sigma_{cd}$	Analogia de Mohr		Diferenças Finitas		
			Deslocamento no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	Deslocamento no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	
Nd= 570KN	40	0.85fcd	22.02	-13.67	18.67	-11.89	
		1.10fcd	19.01		16.45		
	80	0.85fcd	87.43	-7.01	69.40	-11.28	
		1.10fcd	81.30		61.57		
	140	0.85fcd	68.54	4.43	69.88	4.21	
		1.10fcd	71.72		72.95		
Nd= 1140KN	40	0.85fcd	25.63	-27.35	25.77	-27.44	
		1.10fcd	18.62		18.70		
	80	0.85fcd	60.67	5.38	61.56	5.01	
		1.10fcd	64.12		64.81		
	Nd= 1710KN	40	0.85fcd	14.99	-30.95	15.83	-34.50
			1.10fcd	10.35		10.37	
80		0.85fcd	43.07	-14.12	42.80	-13.55	
		1.10fcd	36.99		37.00		
Nd= 2280KN	40	0.85fcd	9.49	-34.67	9.88	-37.25	
		1.10fcd	6.20		6.20		
	80	0.85fcd	0	-	0	-	
		1.10fcd	21.73		21.96		

### 5.3 EXEMPLO 03:

O terceiro exemplo foi elaborado para um pilar com as seguintes características:

- Seção = 20x60cm
- $f_{ck}=20\text{Mpa}$
- $\Delta f=0.1$
- $\Delta \theta = 0.1$

- $\Delta_{iter} = 0$
- $DN_{mín}$  em torno de 0.1% do valor do esforço normal aplicado
- Número de divisões do pilar = 20 divisões
- $A_s = 20\text{cm}^2$  ( $A_{s1} = A_{s2}$ )

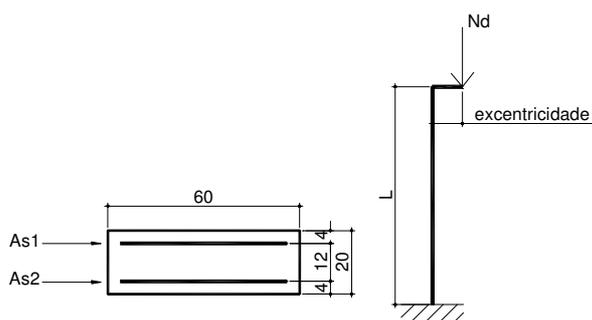


Fig. 5.7 - Exemplo 03

A figura 5.8 mostra os resultados obtidos com o método de Analogia de Mohr.

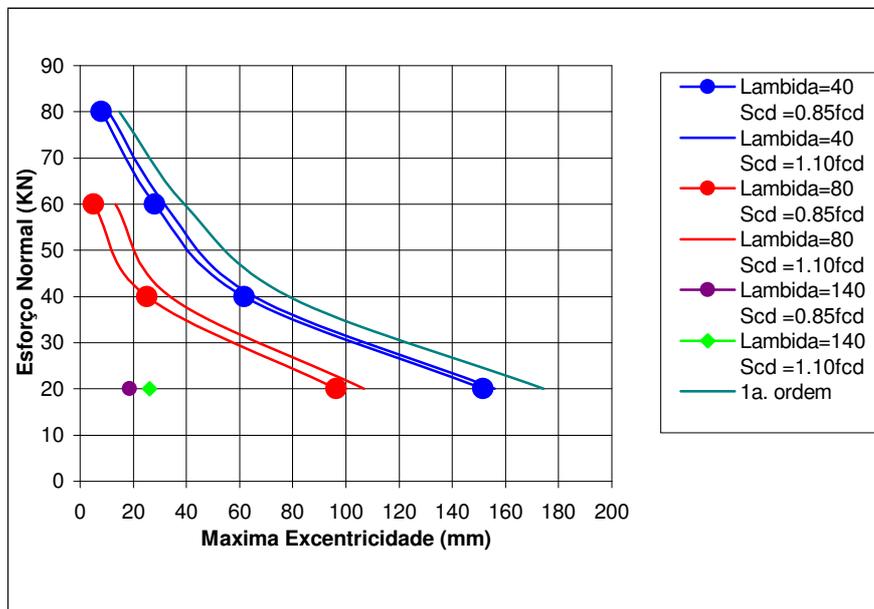


Figura 5.8 – Máxima Excentricidade Inicial – Método de Diferenças Finitas

A tabela 5.9 mostra os resultados obtidos para este exemplo.

Tabela 5.9. – Máxima Excentricidade no Topo (projeto de revisão e NB-1/78)

20 x 60 As= 20.00cm <sup>2</sup>	$\lambda$	$\sigma_{cd}$	Analogia de Mohr		Diferenças Finitas	
			Máxima Excentricidade e no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	Máxima Excentricidade e no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)
Nd= 474KN	40	0.85fcd	151.50	2.88	151.58	2.81
		1.10fcd	156.00		155.97	
	80	0.85fcd	96.40	9.65	96.48	9.63
		1.10fcd	106.70		106.76	
	140	0.85fcd	18.77	28.14	18.78	28.13
		1.10fcd	26.12		26.13	
Nd= 948KN	40	0.85fcd	61.70	5.95	61.79	5.82
		1.10fcd	65.60		65.61	
	80	0.85fcd	25.15	25.96	25.15	25.99
		1.10fcd	33.97		33.98	
Nd= 1422KN	40	0.85fcd	28.00	11.95	28.06	11.80
		1.10fcd	31.80		31.81	
	80	0.85fcd	5.20	60.61	5.21	60.65
		1.10fcd	13.20		13.24	
Nd= 1896KN	40	0.85fcd	8.00	25.23	8.08	24.50
		1.10fcd	10.70		10.70	
	80	0.85fcd	0.00	-	0	-
		1.10fcd	0.70		0.77	

Tabela 5.10. – Deslocamento no Topo (projeto de revisão e NB-1/78)

20 x 60 As=20.00 cm <sup>2</sup>	$\lambda$	$\sigma_{cd}$	Analogia de Mohr		Diferenças Finitas		
			Deslocamento no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	Deslocamento no Topo (mm)	Diferença Entre 0.85fcd e 1.10fcd (%)	
Nd= 474KN	40	0.85fcd	21.16	-13.33	21.72	-15.61	
		1.10fcd	18.34		18.33		
	80	0.85fcd	75.15	-10.33	75.42	-10.45	
		1.10fcd	67.39		67.54		
	140	0.85fcd	42.81	7.94	43.77	7.70	
		1.10fcd	46.50		47.42		
Nd= 948KN	40	0.85fcd	16.45	-21.70	16.71	-22.86	
		1.10fcd	12.88		12.89		
	80	0.85fcd	37.14	11.52	37.83	11.86	
		1.10fcd	41.91		42.92		
	Nd= 1422KN	40	0.85fcd	9.90	26.36	10.24	28.81
			1.10fcd	7.29		7.29	
80		0.85fcd	25.75	-1.28	26.59	-2.75	
		1.10fcd	25.42		25.86		
Nd= 1896KN		40	0.85fcd	5.77	-28.94	6.02	-31.89
			1.10fcd	4.10		4.10	
	80	0.85fcd	0	-	0	-	
		1.10fcd	10.66		13.23		

## 5.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Verificou-se que o novo diagrama proposto pela revisão da NB1/78 altera significativamente a análise de pilares esbeltos de concreto armado.

Analisando os resultados do exemplo 01, observa-se que as alterações causadas pela nova proposta da norma são maiores com o aumento dos níveis de esforço normal aplicado e com o aumento do índice de esbeltez do pilar. Esta tendência permanece semelhante para todos os exemplos apresentados.

Observa-se também que para alguns casos quando os pilares foram calculados de acordo com a NB1-78, resultaram em excentricidade máxima menor do que 2cm (excentricidade inicial mínima acidental exigida pela NB1-78) os quais seriam inviabilizados e quando calculados pelo proposto na revisão da norma obtém-se excentricidades dentro dos limites mínimos prescritos.

Convém salientar que nos exemplos não foram levadas em conta o cálculo da fluência.

## 6 TABELAS DE INTERAÇÃO:

Com o programa elaborado foi possível construir com facilidade tabelas adimensionais de Interação. As tabelas foram elaboradas para as duas propostas da norma para ter-se mais parâmetros de comparação entre elas.

As tabelas foram elaboradas pelo método de diferenças finitas e para um comprimento de pilar conhecido para várias seções transversais que diferem apenas na armadura.

Parâmetros para elaboração da tabela:

- $\Delta\theta = 0,1$
- $\Delta f = 0,1$
- $DN_{mín} = \text{entre } 0,5 \text{ e } 2,5\text{KN}$
- $\Delta_{iter}=0$
- Número de Divisões do Pilar = 20

$$v = Nd/(0,85.fcd.Ac)$$

$$\omega = As f_{yd} / (0,85.Ac.fcd)$$

$$\mu = Md/(0,85.fcd.Ac.h)$$

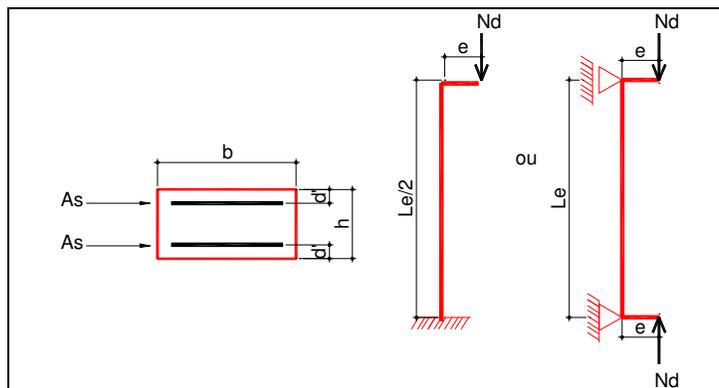


Figura 6.1 – Tabelas de Interação

As tabelas de interação só podem ser utilizadas para os casos de vinculação e excentricidades mostrados na figura 6.1.

Onde:

$N_d$  = Esforço Normal aplicada na seção transversal

$A_c$  = Área de concreto da seção transversal

$h$  = altura da seção do concreto

$M_d$  = Momento interno aplicado na seção transversal

$l_e$  = comprimento de flambagem

Tabela 6.1 – Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica – NB-1/78 –  $l_e/h=0$

$d'/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0	0	0,04	0,08	0,104	0,118	0,122	0,115	0,098	0,072	0,037
	0,1	0,084	0,124	0,159	0,184	0,198	0,196	0,181	0,162	0,14	0,111
	0,2	0,164	0,203	0,239	0,264	0,278	0,273	0,252	0,23	0,207	0,18
	0,3	0,244	0,282	0,32	0,344	0,358	0,351	0,327	0,302	0,276	0,249
	0,4	0,323	0,362	0,4	0,424	0,438	0,43	0,403	0,376	0,348	0,32
	0,5	0,403	0,442	0,48	0,501	0,518	0,509	0,48	0,451	0,422	0,393

Tabela 6.1- Continuação- Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica – NB-1/78 –

$l_e/h=0$  –  $d'/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,1	0,075	0,04	0,04	0	0	0	0	0	0	0
	0,2	0,15	0,114	0,078	0,04	0	0	0	0	0	0
	0,3	0,221	0,189	0,154	0,117	0,08	0,041	0	0	0	0
	0,4	0,292	0,261	0,228	0,193	0,156	0,119	0,08	0,04	0	0
	0,5	0,364	0,333	0,301	0,268	0,232	0,195	0,158	0,119	0,082	0,04

Tabela 6.2 – Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica – NB-1/78 –  $l_e/h=10$ –

$d'/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
10	0	0	0,037	0,061	0,085	0,096	0,097	0,089	0,07	0,043	0,016
	0,1	0,084	0,114	0,14	0,161	0,171	0,163	0,148	0,13	0,107	0,078
	0,2	0,164	0,192	0,218	0,24	0,25	0,238	0,216	0,193	0,17	0,143
	0,3	0,244	0,27	0,296	0,319	0,33	0,315	0,288	0,261	0,235	0,208
	0,4	0,323	0,349	0,375	0,399	0,41	0,394	0,363	0,333	0,304	0,275
	0,5	0,403	0,428	0,455	0,479	0,49	0,473	0,439	0,407	0,376	0,345

Tabela 6.2 - Continuação– Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica – **NB-1/78**

–  $l_e/h = 10$ –  $d'/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
<b>10</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,1	0,047	0,021	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,2	0,113	0,081	0,051	0,024	0	0	0	0	0	0
	0,3	0,18	0,148	0,116	0,084	0,054	0,026	0,026	0	0	0
	0,4	0,246	0,216	0,184	0,15	0,118	0,087	0,057	0,027	0	0
	0,5	0,315	0,284	0,252	0,22	0,186	0,152	0,12	0,09	0,058	0,027

Tabela 6.3 – Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica – **NB-1/78** –

$l_e/h = 20$ –  $d'/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
<b>20</b>	0	0	0,032	0,049	0,059	0,061	0,055	0,041	0,02	0,003	0
	0,1	0,084	0,1	0,11	0,113	0,107	0,096	0,083	0,06	0,043	0,02
	0,2	0,164	0,175	0,184	0,187	0,18	0,155	0,134	0,114	0,093	0,068
	0,3	0,244	0,251	0,26	0,263	0,257	0,226	0,194	0,169	0,145	0,121
	0,4	0,323	0,328	0,337	0,341	0,335	0,301	0,263	0,23	0,202	0,175
	0,5	0,403	0,406	0,412	0,42	0,414	0,377	0,335	0,297	0,264	0,233

Tabela 6.3 - Continuação– Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**NB-1/78** –  $l_e/h = 20$ –  $d'/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
<b>20</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,1	0,003	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,2	0,042	0,02	0,004	0	0	0	0	0	0	0
	0,3	0,095	0,067	0,042	0,022	0,003	0	0	0	0	0
	0,4	0,148	0,121	0,093	0,066	0,043	0,023	0,009	0	0	0
	0,5	0,205	0,177	0,148	0,118	0,091	0,066	0,044	0,026	0,011	0,002

Tabela 6.4 – Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica – **NB-1/78** –

$l_e/h = 30 - d/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
30	0	0	0,024	0,034	0,035	0,028	0,013	0			
	0,1	0,084	0,079	0,069	0,057	0,049	0,037	0,02	0,002	0	
	0,2	0,164	0,151	0,136	0,114	0,085	0,065	0,048	0,028	0,007	0
	0,3	0,244	0,226	0,208	0,184	0,151	0,113	0,083	0,06	0,038	0,002
	0,4	0,323	0,302	0,282	0,258	0,224	0,175	0,136	0,103	0,075	0,05
	0,5	0,403	0,378	0,358	0,334	0,299	0,243	0,196	0,156	0,122	0,092

Tabela 6.4 - continuação – Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**NB-1/78** –  $l_e/h = 30 - d/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,4	0,026	0,004	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,5	0,064	0,038	0,014	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 6.5 – Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**NB-1/78** –  $l_e/h = 40 - d/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
40	0	0	0,019	0,022	0,014	0	0	0	0	0	0
	0,1	0,084	0,053	0,034	0,026	0,013	0	0	0	0	0
	0,2	0,164	0,121	0,078	0,043	0,029	0,012	0	0	0	0
	0,3	0,244	0,194	0,144	0,09	0,049	0,023	0,01	0	0	0
	0,4	0,323	0,267	0,214	0,156	0,093	0,051	0,028	0,007	0	0
	0,5	0,403	0,342	0,287	0,226	0,16	0,093	0,052	0,027	0,005	0

Tabela 6.6 - Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**Proposta de Revisão da NB-1**– $l_e/h=0$  –  $d'/h=0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0	0,00	0,044	0,080	0,104	0,118	0,122	0,115	0,098	0,070	0,035
	0,1	0,082	0,123	0,159	0,184	0,198	0,195	0,180	0,162	0,138	0,110
	0,2	0,162	0,202	0,239	0,264	0,278	0,272	0,251	0,230	0,206	0,180
	0,3	0,242	0,282	0,319	0,344	0,358	0,350	0,326	0,301	0,276	0,248
	0,4	0,321	0,362	0,399	0,424	0,438	0,429	0,402	0,375	0,348	0,320
	0,5	0,401	0,441	0,479	0,504	0,518	0,508	0,479	0,450	0,422	0,392

Tabela 6.6 - Continuação - Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**Proposta de Revisão da NB-1**– $l_e/h=0$  –  $d'/h=0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,1	0,074	0,037	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,2	0,148	0,113	0,075	0,039	0	0	0	0	0	0
	0,3	0,220	0,188	0,152	0,114	0,076	0,038	0	0	0	0
	0,4	0,290	0,260	0,229	0,191	0,153	0,115	0,078	0,038	0	0
	0,5	0,362	0,332	0,300	0,267	0,230	0,194	0,155	0,116	0,077	0,038

Tabela 6.7 - Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**Proposta de Revisão da NB-1**– $l_e/h=10$  –  $d'/h=0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
10	0	0,00	0,038	0,068	0,092	0,106	0,110	0,103	0,085	0,059	0,028
	0,1	0,082	0,116	0,144	0,167	0,177	0,173	0,161	0,144	0,122	0,094
	0,2	0,162	0,194	0,221	0,244	0,255	0,246	0,226	0,205	0,184	0,159
	0,3	0,242	0,272	0,298	0,322	0,334	0,324	0,297	0,274	0,244	0,222
	0,4	0,321	0,350	0,377	0,401	0,414	0,400	0,371	0,343	0,316	0,287
	0,5	0,401	0,429	0,456	0,408	0,493	0,479	0,447	0,418	0,386	0,356

Tabela 6.7 - Continuação - Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**Proposta de Revisão da NB-1**– $l_e/h= 10 - d/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

<b>l<sub>e</sub>/h</b>	<b><math>\omega_0 \backslash \nu_0</math></b>	<b>1</b>	<b>1,1</b>	<b>1,2</b>	<b>1,3</b>	<b>1,4</b>	<b>1,5</b>	<b>1,6</b>	<b>1,7</b>	<b>1,8</b>	<b>1,9</b>
<b>10</b>	<b>0</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	<b>0,1</b>	0,062	0,031	0	0	0	0	0	0	0	0
	<b>0,2</b>	0,127	0,095	0,060	0,030	0	0	0	0	0	0
	<b>0,3</b>	0,193	0,162	0,132	0,094	0,061	0,032	0	0	0	0
	<b>0,4</b>	0,259	0,230	0,200	0,163	0,128	0,098	0,062	0,030	0	0
	<b>0,5</b>	0,329	0,297	0,266	0,234	0,199	0,165	0,130	0,094	0	0

Tabela 6.8 - Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**Proposta de Revisão da NB-1**– $l_e/h= 20 - d/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

<b>l<sub>e</sub>/h</b>	<b><math>\omega_0 \backslash \nu_0</math></b>	<b>0</b>	<b>0,1</b>	<b>0,2</b>	<b>0,3</b>	<b>0,4</b>	<b>0,5</b>	<b>0,6</b>	<b>0,7</b>	<b>0,8</b>	<b>0,9</b>
<b>20</b>	<b>0</b>	0,00	0,030	0,052	0,070	0,077	0,078	0,070	0,053	0,031	0,011
	<b>0,1</b>	0,082	0,101	0,116	0,124	0,124	0,118	0,110	0,097	0,077	0,052
	<b>0,2</b>	0,162	0,176	0,188	0,196	0,193	0,178	0,159	0,142	0,123	0,101
	<b>0,3</b>	0,242	0,253	0,264	0,271	0,268	0,248	0,219	0,196	0,173	0,150
	<b>0,4</b>	0,321	0,329	0,341	0,347	0,345	0,320	0,286	0,256	0,229	0,203
	<b>0,5</b>	0,401	0,407	0,417	0,424	0,424	0,400	0,357	0,323	0,290	0,260

Tabela 6.8 - Continuação- Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**Proposta de Revisão da NB-1**– $l_e/h= 20 - d/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

<b>l<sub>e</sub>/h</b>	<b><math>\omega_0 \backslash \nu_0</math></b>	<b>1</b>	<b>1,1</b>	<b>1,2</b>	<b>1,3</b>	<b>1,4</b>	<b>1,5</b>	<b>1,6</b>	<b>1,7</b>	<b>1,8</b>	<b>1,9</b>
<b>20</b>	<b>0</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	<b>0,1</b>	0,028	0,011	0	0	0	0	0	0	0	0
	<b>0,2</b>	0,073	0,048	0,026	0,010	0	0	0	0	0	0
	<b>0,3</b>	0,125	0,097	0,070	0,055	0,024	0,009	0	0	0	0
	<b>0,4</b>	0,177	0,150	0,122	0,092	0,066	0,043	0,023	0,009	0	0
	<b>0,5</b>	0,233	0,205	0,176	0,147	0,117	0,089	0,064	0,041	0	0

Tabela 6.9 - Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**Proposta de Revisão da NB-1** –  $l_e/h = 30$  –  $d/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
30	0	0	0,026	0,040	0,05	0,045	0,038	0,025	0,08	0	0
	0,1	0,028	0,082	0,077	0,068	0,064	0,058	0,047	0,032	0,014	0
	0,2	0,073	0,155	0,145	0,128	0,106	0,086	0,072	0,058	0,040	0,021
	0,3	0,125	0,230	0,216	0,197	0,171	0,138	0,110	0,089	0,070	0,050
	0,4	0,177	0,305	0,290	0,269	0,242	0,202	0,163	0,132	0,106	0,084
	0,5	0,233	0,381	0,365	0,343	0,316	0,270	0,224	0,185	0,152	0,123

Tabela 6.9 – Continuação - Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**Proposta de Revisão da NB-1** –  $l_e/h = 30$  –  $d/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,2	0,021	0,002	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,3	0,050	0,029	0,008	0,027	0	0	0	0	0	0
	0,4	0,084	0,061	0,039	0,016	0,002	0	0	0	0	0
	0,5	0,123	0,098	0,074	0,049	0,026	0,004	0,002	0	0	0

Tabela 6.10 - Tabela de Interação para seção retangular com armadura simétrica –

**Proposta de Revisão da NB-1** –  $l_e/h = 40$  –  $d/h = 0,10$  - Valores de  $\mu$

$l_e/h$	$\omega_0 \backslash \nu_0$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
40	0	0	0,022	0,029	0,026	0,017	0,002				
	0,1	0,028	0,058	0,041	0,038	0,029	0,016				
	0,2	0,073	0,127	0,089	0,055	0,043	0,030	0,014			
	0,3	0,125	0,199	0,155	0,108	0,065	0,047	0,030	0,012		
	0,4	0,177	0,272	0,224	0,172	0,117	0,071	0,049	0,030	0,001	
	0,5	0,233	0,347	0,296	0,241	0,182	0,119	0,074	0,049	0,028	

## 6.1 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DAS TABELAS DE ITERAÇÃO:

Apresentam-se a seguir exemplos de cálculo, nos quais são empregadas as tabelas adimensionais, que foram preparadas de acordo com as duas propostas da norma.

### 6.1.1 EXEMPLO 01:

$$b=120\text{mm}$$

$$h=200\text{mm}$$

$$f_{ck}=20\text{MPa}$$

$$f_{yd} = 4,35\text{Mpa}$$

$$l_e/h = 20$$

$$N_d = 116.57\text{KN}$$

$$L_e=240\text{cm}$$

$$\lambda=69.28$$

$$\text{excentricidade} = 6\text{cm}$$

$$A_s = ?$$

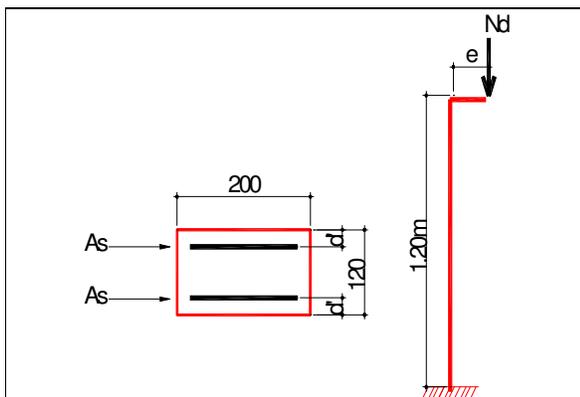


Figura 6.2 – Exemplo 01

Calculando os valores reduzidos

$$\nu = \frac{Nd}{0.85 \times f_{cd} \times A_c} = \frac{11657}{0.85 \times \frac{200}{1.4} \times 12 \times 20} = 0.40$$

$$\mu = \frac{Md}{0.85 \times f_{cd} \times A_c \times h} = \frac{11657 \times 6}{0.85 \times \frac{200}{1.4} \times 20 \times 12 \times 12} = 0.20$$

- Pela NB – 1/78

Da tabela 6.3, por interpolação entre os valores apresentados, obtêm-se:

$$\varpi = 0,2260$$

$$A_s = \frac{0.85x f_c d x A_c}{f_y d} \omega = \frac{0.85x \frac{200}{1.4} x 20 x 12}{4350} x 0.226 = 1.51 \text{ cm}^2$$

$$A_s, \text{ total} = 3,02 \text{ cm}^2$$

- **Pela Proposta de Revisão da NB-1**

Da tabela 6.7, por interpolação entre os valores apresentados, obtêm-se:

$$\omega = 0,2093$$

$$A_s = \frac{0.85x f_c d x A_c}{f_y d} \omega = \frac{0.85x \frac{200}{1.4} x 20 x 12}{4350} x 0.2093 = 1.19 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 1,40 \text{ cm}^2$$

$$A_s, \text{ total} = 2,80 \text{ cm}^2$$

Comparando os dois resultados observa-se que o cálculo feito para a proposta de revisão da norma resulta em uma economia de 7.36% no valor da armadura necessária a seção escolhida.

Convém salientar que o pilar utilizado no exemplo possui um cobrimento inferior ao preconizado pela norma NB-1/78, tratando-se apenas de exemplo didático para utilização das tabelas de iteração.

### 6.1.2 EXEMPLO 02:

O mesmo pilar do exemplo anterior será resolvido um comprimento maior.

$$h=120\text{mm}$$

$$b=200\text{mm}$$

$$f_{ck}=20\text{MPa}$$

$$f_{yd} = 4,35\text{Mpa}$$

$$l_e/h = 30$$

$$l_e=360\text{cm}$$

$$\lambda=104$$

$$N_d = 116.57\text{KN}$$

$$\text{excentricidade} = 6\text{cm}$$

$$A_s = ?$$

Calculando os valores reduzidos

$$\nu = \frac{Nd}{0.85x f_c d x A_c} = \frac{11657}{0.85 \times \frac{200}{1.4} \times 12 \times 20} = 0.40$$

$$\mu = \frac{Md}{0.85x f_c d x A_c x h} = \frac{11657 \times 6}{0.85 \times \frac{200}{1.4} \times 20 \times 12 \times 12} = 0.20$$

- **Pela NB – 1/78**

Da tabela 6.4, por interpolação entre os valores apresentados, obtêm-se:

$$\omega = 0,367$$

$$A_s = \frac{0.85x f_c d x A_c}{f_y d} \omega = \frac{0.85 \times \frac{200}{1.4} \times 20 \times 12}{4350} \times 0.367 = 2.46 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 2,46 \text{ cm}^2$$

$$A_s, \text{ total} = 4,92 \text{ cm}^2$$

- **Pela Proposta de Revisão da NB-1**

Da tabela 6.7, por interpolação entre os valores apresentados, obtêm-se:

$$\omega = 0,341$$

$$A_s = \frac{0.85x f_c d x A_c}{f_y d} \omega = \frac{0.85x \frac{200}{1.4} x 20 x 12}{4350} x 0.341 = 2.28 m^2$$

$$A_s = 2,28 \text{ cm}^2$$

$$A_s, \text{ total} = 4,56 \text{ cm}^2$$

Comparando os dois resultados observa-se que o cálculo feito para a proposta de revisão da norma resulta em uma economia de 7.16% no valor da armadura necessária a seção escolhida.

Convém salientar que o pilar utilizado no exemplo possui um cobrimento inferior ao preconizado pela norma NB-1/78, tratando-se apenas de exemplo didático para utilização das tabelas de iteração.

### 6.1.3 EXEMPLO 03:

No exemplo 03 apresenta-se um pilar mais esbelto dos que os exemplos anteriores.

$$h=200\text{mm}$$

$$b=400\text{mm}$$

$$f_{ck}=30\text{MPa}$$

$$f_{yd} = 4,35\text{Mpa}$$

$$l_e/h = 40$$

$$l_e=800\text{cm}$$

$$\lambda=138.56$$

$$N_d = 437,14\text{KN}$$

$$\text{excentricidade} = 14\text{cm}$$

$$A_s = ?$$

Calculando os valores reduzidos

$$\nu = \frac{N_d}{0.85 \times f_{cd} \times A_c} = \frac{43714.4}{0.85 \times \frac{300}{1.4} \times 40 \times 20} = 0.30$$

$$\mu = \frac{M_d}{0.85 \times f_{cd} \times A_c \times h} = \frac{43714.4 \times 14}{0.85 \times \frac{300}{1.4} \times 40 \times 20 \times 20} = 0.21$$

- **Pela NB – 1/78**

Da tabela 6.5, por interpolação entre os valores apresentados, obtêm-se:

$$\varpi = 0,335$$

$$A_s = \frac{0.85x f_c d x A_c}{f_y d} \omega = \frac{0.85x \frac{300}{1.4} x 20 x 12}{4350} x 0.335 = 11,23 m^2$$

$$A_s, \text{ total} = 24,46 \text{ cm}^2$$

- **Pela Proposta de Revisão da NB-1**

Da tabela 6.9, por interpolação entre os valores apresentados, obtêm-se:

$$\omega = 0,318$$

$$A_s = \frac{0.85x f_c d x A_c}{f_y d} \omega = \frac{0.85x \frac{300}{1.4} x 20 x 40}{4350} x 0.318 = 10,25 cm^2$$

$$A_s, \text{ total} = 20,50 \text{ cm}^2$$

Comparando os dois resultados observa-se que o cálculo feito para a proposta de revisão da norma resulta em uma economia de 5,10% no valor da armadura necessária a seção escolhida.

#### 6.1.4 EXEMPLO 04:

O pilar do exemplo anterior será resolvido para um nível de esforço normal menor e um índice de esbeltez maior.

$$h=200\text{mm}$$

$$b=600\text{mm}$$

$$f_{ck}=20\text{MPa}$$

$$f_{yd} = 4,35\text{Mpa}$$

$$l_e/h = 40$$

$$l_e=800\text{cm}$$

$$\lambda=138.56$$

$$N_d = 291,43\text{KN}$$

$$\text{excentricidade} = 4\text{cm}$$

$$A_s = ?$$

Calculando os valores reduzidos

$$\nu = \frac{N_d}{0.85 \times f_{cd} \times A_c} = \frac{29143}{0.85 \times \frac{200}{1.4} \times 60 \times 20} = 0.20$$

$$\mu = \frac{M_d}{0.85 \times f_{cd} \times A_c \times h} = \frac{29143 \times 4}{0.85 \times \frac{300}{1.4} \times 60 \times 20 \times 20} = 0.04$$

- **Pela NB – 1/78**

Da tabela 6.5, por interpolação entre os valores apresentados, obtêm-se:

$$\omega = 0,37$$

$$A_s, \text{ total} = 24,82 \text{ cm}^2$$

- **Pela Proposta de Revisão da NB-1**

Da tabela 6.9, por interpolação entre os valores apresentados, obtêm-se:

$$\omega = 0,329$$

$$A_s = \frac{0.85x f_c d x A_c}{f_y d} \omega = \frac{0.85x \frac{200}{1.4} x 20 x 60}{4350} x 0.329 = 11,02 \text{ cm}^2$$

$$A_s, \text{ total} = 22,04 \text{ cm}^2$$

Comparando os dois resultados observa-se que o cálculo feito para a proposta de revisão da norma resulta em uma economia de 11,22% no valor da armadura necessária a seção escolhida.

## 7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O estudo de instabilidade é essencial no caso de pilares de concreto armado. Os procedimentos de análise de instabilidade são resolvidos de maneira iterativa tornando o processo difícil de ser aplicado manualmente. O uso de um programa computacional pode facilitar este tipo de estudo e torná-los uma prática mais usual. O procedimento computacional desenvolvido neste trabalho pode ser uma ferramenta útil para o estudo deste pilares. O programa elaborado pode com facilidade ser melhorado e incluir outros tipos de vinculações, excentricidades e carregamentos nos pilares.

Para assegurar a permanente evolução das normas é necessário haver uma constante renovação de conhecimentos técnicos. Para tanto é necessário que os novos conceitos sejam testados e analisados constantemente. Este trabalho teve como objetivo analisar um dos itens que será alterado na próxima versão da norma. Privilegiou-se neste trabalho o estudo de alguns pontos específicos, mesmo porque um estudo completo seria muito extenso.

Quando se utiliza um programa computacional é necessário ter um domínio total de todos os dados de entrada utilizados. Neste trabalho realizou-se inicialmente um estudo de parâmetros de entrada que muitas vezes passam despercebidos dos usuários. Este estudo mostrou que uma definição correta desses parâmetros é muito importante para obter a precisão estabelecida ou esperada. A utilização incorreta destes parâmetros pode trazer resultados totalmente diferentes.

Estudou-se a influência da variação nos intervalos de teta, discretização dos pilares, incremento na excentricidade inicial, variação dos valores de Esforço Normal e variação dos resultados entre duas iterações sucessivas. Os resultados obtidos mostraram que a variação do incremento na excentricidade inicial ( $\Delta f$ ) tem grande influência nos resultados, principalmente para o método de analogia de Mohr. Com a diminuição deste incremento existe uma tendência de diminuir a distância entre os resultados esperados e os efetivamente encontrados.

A variação nos intervalos de teta ( $\Delta\theta$ ) influencia diretamente nos resultados dos diagramas, quanto menor for este intervalo, maior será a definição dos diagramas  $M \times N \times 1/r$ . Este parâmetro provocou menor influência nos valores de máxima excentricidade inicial. Para os valores de deslocamento no topo as diferenças encontradas foram maiores.

Observou-se também que o número de divisões nos pilares não teve muita influência nos resultados obtidos.

Concluiu-se, baseando-se nos resultados dos exemplos, que os melhores valores dos parâmetros a serem utilizados são os seguintes:

- $\Delta f = 0.1$
- $\Delta\theta = 0.1$
- $\Delta iter \cong 0$
- $DN_{mín}$  em torno de 0.1% do valor do esforço normal aplicado
- Número de divisões do pilar = 20 divisões

Outro estudo realizado foi a comparação dos diagramas elaborados de acordo com as duas propostas da norma. Observou-se que para os casos de flexão simples, estas mudanças não resultaram em diferenças significativas, ou seja, os dois diagramas praticamente se sobrepõem. À medida em que o esforço normal aplicado no pilar aumenta é que podem ser observadas diferenças maiores.

Estudou-se também as variações provocadas pelo aumento da taxa de armadura e resistência do concreto. O aumento na resistência do concreto provoca um efeito semelhante à variação proposta pela alteração da norma, aumentando o valor do momento último da peça e a ductibilidade da seção transversal. Os diagramas traçados com taxa de armadura maiores têm maior rigidez, ou seja, quanto maior o índice de armadura, mais inclinado fica o diagrama resultando em deformações menores. Estas diferenças são maiores para baixos níveis de esforço normal.

No estudo de instabilidade de pilares foi possível observar melhor as diferenças entre as duas propostas da norma. Este estudo foi realizado de duas maneiras diferentes. Primeiro comparou-se pilares com as mesmas dimensões, mesma taxa de armadura e esforços aplicados. O objetivo destes exemplos foi encontrar a máxima excentricidade possível de ser aplicada no topo dos pilares. Os resultados mostram que a alteração da tensão de pico do diagrama tensão x deformação de  $0,85f_{cd}$  para  $1,10f_{cd}$ , trouxe novamente resultados mais significativos para os casos de pilares com maior índice de esbeltez e nível de carregamento aplicado. Nestes casos, utilizando a nova proposta da norma seria possível, para o mesmo pilar, aplicar o carregamento com uma excentricidade maior e em muitos casos obter um deslocamento menor no topo. Para

pilares estudados com nível de esforço normal de 20% encontraram-se as seguintes diferenças nos resultados de máxima excentricidade inicial no topo:

- $\lambda=40$  – até 4%
- $\lambda=80$  - 6 a 12%
- $\lambda=140$  – 22 a 28%

Para nível de esforço normal de 40% as diferenças encontradas foram:

- $\lambda=40$  – 4 até 9%
- $\lambda=80$  - 18 a 26%
- $\lambda=140$  – não existe excentricidade possível

Para nível de esforço normal de 60% as diferenças encontradas foram:

- $\lambda=40$  – 8 até 12%
- $\lambda=80$  - 46 a 60%
- $\lambda=140$  – não existe excentricidade possível

E para nível de esforço normal de 80% as diferenças encontradas foram:

- $\lambda=40$  – 20 até 29%
- $\lambda=80$  - não existe excentricidade possível
- $\lambda=140$  – não existe excentricidade possível

De acordo com a NB-1/78, a excentricidade mínima que deve ser aplicada em pilares é de 2cm. Alguns casos em que os pilares estudados seriam inviáveis de serem utilizados, aplicando-se a nova proposta pode-se tornar possível a utilização dos mesmos.

A outra maneira de abordar o problema foi elaborando tabelas adimensionais para cálculo de pilares de concreto armado, elaboradas pelo método de diferenças finitas. Os exemplos foram feitos comparando-se a armadura necessária para os pilares de acordo com as duas versões da norma. Os resultados encontrados mostram que com a alteração da norma é possível diminuir a taxa de armadura para pilares, resultando assim em uma economia de materiais e mão de obra. Os exemplos apresentados mostraram uma economia de 5 a 11% na taxa de armadura. Quanto mais esbelto o pilar maior é a diferença.

Como o objetivo deste trabalho era verificar as diferenças causadas entre as duas propostas da norma, o programa foi elaborado apenas para um caso de vinculação e carregamento do pilar. Para o estudo de outros casos é possível complementar o programa com novas rotinas de cálculo. Esta implementação seria feita facilmente uma vez que as rotinas para o traçado dos diagramas já estão prontas.

Uma proposta feita por França para análises não lineares é a troca da utilização das relações esforço normal x momento fletor x curvatura por relações esforço normal x momento fletor x rigidez secante. Segundo França (1991), estas relações fornecem diretamente os valores necessários às etapas de análises lineares nas quais são decompostas as análises não-lineares. Esta linearização permite que se construam ábacos de interação que podem ser de grande auxílio em problemas de dimensionamento e verificação. Através do programa elaborado torna-se fácil o estudo desta proposta uma vez que todas as rotinas para o traçado dos diagramas já estão prontas, necessitando, portanto, apenas alguns ajustes nas rotinas de cálculo.

Conceitualmente a introdução dos coeficientes de segurança pode ser feita segundo dois formatos. Os coeficientes de segurança podem ser aplicados nas ações ou nas solicitações. O primeiro formato é tradicionalmente empregado nas estruturas. Mas isto só é possível para a análise de primeira ordem, na análise de segunda ordem os resultados obtidos utilizando as duas formas são diferentes, já que o problema não é linear. Aplicando-se o coeficiente de majoração nas ações os efeitos provocados na estrutura são superestimados. Na análise de segunda ordem os coeficientes de segurança devem ser aplicados nas solicitações subdividindo os coeficientes de segurança em três parcelas, cada uma correspondente a uma origem de aleatoriedade. Os estudos realizados neste trabalho foram feitos considerando o coeficiente de segurança apenas nas ações. O segundo formato de segurança poderia ser incluído em estudos futuros.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

**ANAIS DO III SIMPÓSIO EPUSC SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO –**  
EPUSP, São Paulo, 1993.

BURATO, NÉLIO ABILIO; **“ANÁLISE DE FLEXÃO DE PLACAS DE CONCRETO ARMADO COM NÃO LINEARIDADE FÍSICA UTILIZANDO MÉTODO ITERATIVO DIRETO APROXIMADO”**, Dissertação apresentada à UFSC, Dezembro, 1992.

CEB/FIP. **“BUCKLING AND INSTABILITY”**. Comitê Euro-Internacional du Béton (CEB), 1978.

COELHO, JANO D'ÁRAÚJO; **“PROJETO DE REVISÃO DA NB1-78”**, Artigo técnico, [www.altoqi.com.br](http://www.altoqi.com.br), Florianópolis, 2001.

FRANÇA, RICARDO LEOPOLDO E SILVA; **“CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES DE CONCRETO ARMADO”**; Tese apresentada à Escola Politécnica da USP, São Paulo, 1991.

FUSCO, P.B.; **“ESTRUTURAS DE CONCRETO. SOLICITAÇÕES NORMAIS”**.

Livros Técnicos de científicos Editora S.<sup>a</sup>, Rio de Janeiro, 1981.

KETTERMANN, A. C.; LORIGGIO, D. D.; **“ESTUDO DE INSTABILIDADE DE PILARES DE CONCRETO ARMADO”**. 43º Congresso Brasileiro de Concreto, 2001.

LORIGGIO, D. D.; BANK, A. ; **“ESTUDOS SOBRE O ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE INSTABILIDADE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO”**. 41º REIBRAC, CD room, Salvador, agosto 1999.

LORIGGIO, D. D.; BANK, A. ; **“CONTRIBUIÇÕES SOBRE O ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE INSTABILIDADE DE PEÇAS DE MADEIRA”**. VI EBRANEN, vol. 2, págs 193 a 204, Florianópolis, 1998.

LORIGGIO, D. D.; BURATO, N. A. ; **“ANÁLISE NÃO -LINEAR DE LAJES DE CONCRETO ARMADO PELO MÉTODO ITERATIVO DIRETO”** XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, vol 3, págs 121 a 128, Tucumán, Argentina, setembro de 1995.

LORIGGIO, D. D.; BURATO, N. A. ; **“NONLINEAR ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE SLABS BY DIRECT INTERACTIVE APPROACH”**, EPMESC V, Macau, agosto de 1995.

LORIGGIO, D. D; **‘NOTAS DE AULA DO CURSO DE INSTABILIDADE DE ESTRUTURAS’**, Curso de Mestrado - UFSC, 1999.

NB1-78; **‘PROJETO E EXECUÇÃO DE OBRAS DE CONCRETO ARMADO’**.  
Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1978.

PROJETO DE REVISÃO NBR 6118. **‘PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO’**. ABNT, RJ, 2000.

## **BIBLIOGRAFIA**

BEER, F. P; **‘RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS’**(1915); Tradução Paulo Prestes Castilho; Revisão Técnica Jorge Hauy. Editora McGraw- Hill, São Paulo, 1982.

COSTA, E. V.; **‘CURSO DE RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS: COM ELEMENTOS DE GRAFOSTÁTICA E DE ENERGIA DE DEFORMAÇÃO’**, vol. 1, Editora Nacional , São Paulo, 1974-78.

PARK, R.; PAULAY, T.; **‘REINFORCED CONCRETE STRUCTURES’** ; Editora John Wiley & Sons, 1933.

PFEIL, WALTER; **‘CONCRETO ARMADO – DIMENSIONAMENTO’**; Ed. Ao Livro Técnico S.A . , Rio de Janeiro, 1969.

RODRIGUEZ, FERNANDO; AZCUNAGA, AVIAL; **‘RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS’** ; Editora Tipografia Artística, Madrid, 1977.

SUSSEKIND, J. C.; **‘CURSO DE ANÁLISE ESTRUTURAL’** , vol. II, Editora Globo, Porto Alegre, 1979.

## **PROGRAMA PARA CÁLCULO DO DIAGRAMA MOMENTO FLETOR X ESFORÇO NORMAL X CURVATURA**

Para o estudo dos diagramas Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura foi elaborado um programa em linguagem Visual Básica que calcula o diagrama.

As relações momento x curvatura são obtidas para uma dada seção transversal com armadura conhecida e para um nível de esforço normal pré-estabelecido, a partir de equações de equilíbrio, equações de compatibilidade, das características do material e geométricas dos componentes do conjunto. Estas relações são apresentadas em um diagrama em que o eixo das abscissas representa curvaturas ( $1/r$ ) e o eixo das ordenadas representa os momentos internos resistentes ( $M_d$ ). Pode-se também usar no eixo das abscissas, no lugar da curvatura, o valor de  $\theta$  ( $\theta = 1000xh/r$ , no caso de momento fletor constante ao longo da altura do pilar).

Exemplo.

O programa é dividido em rotinas de cálculo. Cada rotina é responsável por uma parte do cálculo dos pontos do diagrama.

A primeira rotina do programa é a rotina principal, ou seja, nela estão contidas várias sub rotinas para o cálculo de cada uma das etapas do diagrama.

O cálculo do diagrama consiste em fixando um valor de  $\theta$ , variar o valor de  $\epsilon_c$  (deformação do concreto) até encontrar o valor do esforço normal pré-estabelecido. Para calcular o valor do esforço normal e necessário calcular, através de equações de compatibilidade, as deformações do aço em todas as camadas. Primeiro, então, é necessário obter o valor a altura da linha neutra da seção, calculando o valor de  $x$ . Obtido o valor das deformações do aço e concreto, é possível calcular o valor das resultantes correspondentes. A soma das resultantes de aço e de concreto é o valor do esforço normal na seção. Deve-se, portanto, variar o valor de  $\epsilon_c$ , até que se encontre o valor do esforço normal pré-estabelecido.

Repete-se a operação para vários valores de  $\theta$ , até que se encontre o valor do momento último da seção transversal. Este momento será obtido quando as deformações do aço ou do concreto atingem as tensões limites.

O programa foi elaborado para traçar o diagrama de acordo com as duas versões da norma.

A rotina, a seguir, refere-se a atual NB-1/78. Esta é a rotina principal do programa.

**Rotina: Programa**

$F = 0.85$

F= coeficiente para o cálculo da tensão de pico do diagrama Tensão x Deformação  $S_{cd} = F * f_{ck} / F_s$

$cont = 1$

cont= contador para o cálculo do diagrama  $N \times M \times 1/r$ . Os resultados obtidos nos cálculos são impressos em uma tabela, o valor do contador serve para marcar a linha da grade de resultados correspondente ao teta calculado.

*For TETA = Dteta To TetaFinal Step*

Nesta rotina é feito um “Loop”, no qual o valor de  $\theta$  varia de um valor inicial até um valor final. Estes valores são fornecidos pelo usuário no arquivo de dados de entrada do programa.

*Dteta*

No segundo “Loop” o valor de  $\epsilon_c$  varia até que se encontre o valor do esforço normal esperado.

$cont = cont + 1$

*For Ec = 0 To EcFinal + DEc Step Dec*

*Call cálculox*

O primeiro valor que deve ser obtido é o da distância da linha neutra (x) da seção transversal. Cálculo<sub>x</sub> é a sub-rotina que calcula o valor de x.

*Call EsforçoNormal*

A sub-rotina EsforçoNormal calcula o valor da tensão resultante do concreto e o valor das deformações do aço em todas as camadas.

*Call CálculoRs*

A sub-rotina CálculoRs calcula o valor da tensão resultante do aço e o valor do esforço Normal

*If Abs(Nd - N) < tol \* Nd Or Abs(Nd - N) < DNmín Then*

Depois de calculado o valor do esforço normal, deve-se verificar se o esforço normal obtido é igual ao valor desejado ou se está dentro de uma certa tolerância estabelecida. Verifica-se, então, este valor de esforço normal. Se

o valor do esforço normal estiver dentro da tolerância, é necessário testar o estado limite último, ou seja, verificar os valores de deformação do aço e do concreto. A rotina TestaELU verifica estes valores.

*Call TestaELU*

*If ELU = "sim" Then*

*ÚltimoTeta = TETA*

*Exit For*

*Else*

*Call cálculoM*

*Call ImpressãoExcel*

*ÚltimoTeta = TETA*

Caso alguma das deformações ultrapasse o valor limite estabelecido significa que o valor do momento último foi superado, deve-se então sair do loop para calcular o valor do momento último.

Se o estado limite último não for atingido, calcula-se o valor do momento fletor na seção através da sub-rotina cálculoM

A sub-rotina ImpressãoExcel armazena os valores calculados para o traçado posterior do diagrama.

Grava o último valor de teta desta rotina  
que será usado posteriormente para o  
cálculo do último ponto do gráfico

*Exit For*  
*End If*  
*End If*  
*Next Ec*

Feitas todas as verificações, temos um  
ponto do diagrama calculado, deve-se,  
então, sair do loop e calcular o próximo  
ponto.

*Call TestaELU*

Verifica o estado limite último  
novamente

*If ELU = "sim" Then*

*Call SeleçãoCELU*

Chama a rotina que verifica o caso do  
estado limite último

*Exit For*

*End If*

*Next TETA*

*múltimo = m*

Guarda o valor do momento último para  
ser utilizado posteriormente na rotina  
que traça o diagrama de acordo com a  
nova norma

*c = cont + 1*

*End Sub*

Guarda o valor do contador

## SUB-ROTINAS

### *Sub cálculox()*

*If TETA = 0 Then*

$$X = 10 \wedge 50$$

Verifica o valor de  $\theta$ . Se  $\theta$  for igual a zero o valor de x deve ser igual a infinito

*Else*

Se  $\theta$  for diferente de zero calcula-se o valor de x

$$X = Ec * h / TETA$$

*End If*

End Sub

### *Sub EsforçoNormal()*

$$Scd = F * fck / Fs$$

Scd é o valor da tensão de pico do concreto no diagrama Tensão x Deformação

```
If TETA = 0 Then  
    If Ec = 0 Then  
         $R_{cc} = 0$   
         $z_g = 0$   
    Else  
         $R_{cc} = S_{cd} * b * h$   
         $z_g = h / 2$   
    End If  
End If
```

```
If TETA <> 0 Then
```

Esta rotina calcula o valor da resultante do concreto e da posição da linha neutra.

Deve-se primeiro verificar o valor de  $\theta$ . Se for igual a zero, verifica-se o valor de  $\epsilon_c$ . se o valor de  $\epsilon_c$  for igual a zero, valor da resultante do concreto também deve ser zerado. Quando  $\epsilon_c$  for diferente de zero o programa calcula o valor da resultante do concreto ( $R_{cc}$ ) e do braço de alavanca ( $z_g$ ).

Para  $\theta$  diferente de zero o programa verifica através dos valores de  $x$ ,  $\epsilon_c$  e de  $h$  e em que caso de cálculo se enquadra o cálculo da resultante do concreto.

```
Select Case Ec  
    Case Is <= 2  
        If X <= h Then
```

### CASO A

$$R_{cc} = (Scd * b * X * ((Ec / 2) - (Ec ^ 2 / 12))) / 1000$$

$$z_g = (X / 4) * ((8 - Ec) / (6 - Ec))$$

*Else*

### CASO C

$$R_{cc} = (Ec + (Ec * TETA / 4) - (Ec ^ 2 / 4) - TETA / 2 - (TETA ^ 2 / 12)) *$$

$$Scd * b * h / 1000$$

$$z_g = (Ec * h / TETA) - (h * ((Ec ^ 3 / 3) - (Ec ^ 4 / 16) - ((Ec - TETA)^3 / 3 + ((Ec - TETA) ^ 4) / 16)) / (TETA ^ 2 * (Ec + (Ec * TETA / 4) - (Ec ^ 2 / 4) - (TETA / 2) - (TETA ^ 2 / 12)))$$

*End If*

*Case Is > 2*

### CASO B

*If X <= h Then*

$$R_{cc} = ((1 - (2 / (3 * Ec))) * Scd * b * X) / 1000$$

$$z_g = X * ((3 * Ec ^ 2 - 4 * Ec + 2) / (2 * Ec * (3 * Ec - 2)))$$

*Else*

**CASO D**

$$R_{cc} = (((12 * E_c - 8 - ((E_c - TETA) ^ 2 * (6 - E_c + TETA)))) / (12 * TETA)) * S_{cd} * b * h) / 1000$$

$$z_g = (h / TETA) * (E_c - ((24 * E_c ^ 2 - 16 - ((E_c - TETA) ^ 3) * (16 - 3 * E_c + 3 * TETA)) / (4 * (12 * E_c - 8 - (E_c - TETA) ^ 2 * (6 - E_c + TETA)))))$$

*End If*

*End Select*

*End If*

*'Cálculo de Es(i)*

*For i = 1 To ncam*

$$Es(i) = (X - d(i)) * TETA / h$$

*Next*

*End Sub*

**Sub TestaELU()**

*ELU = "não"*

$$Ec37h = (Ec / X) * (X - (3 * h / 7))$$

*If Ec > EcFinal Then*

Deve-se calcular o valor da deformação do concreto a 3/7h.

*If Ec37h > 2 Then*

A primeira verificação que deve ser feita é verificar o valor de da deformação do concreto. Este valor de deformação deve ser inferior a 0.35%. Este valor limite de deformação é informado pelo usuário do programa no arquivo de dados de entrada como o nome de Ecfinal.

Esta sub-rotina numera os casos de acordo com os valores de deformações. Posteriormente outra sub-rotina irá calcular os valores finais de acordo com cada caso.

Verificado o valor de  $\epsilon_c$ , verifica-se o valor da deformação do

*ELU = "sim"*

*CELU = 5*

*End If*

concreto a  $3/7$  da altura da seção

*End If*

transversal. Este valor deve ser inferior

*If Ec > EcFinal Then*

a 0.2%

Numera o caso de cálculo com sendo  
igual a 5.

*ELU = "sim"*

*CELU = 1*

*End If*

Verifica o valor de  $\epsilon_c$ , se for maior do  
que  $E_{cfinal}$ , numera o caso de cálculo  
como sendo igual a 1.

*For i = 1 To ncam*

Verifica o valor da deformação do aço  
em cada camada. Este valor deve ser  
superior a 0.1%. Se este valor for  
superado, numera o caso de cálculo  
como sendo igual a 2.

*If Abs(Es(i)) > 10 Then*

*testa o valor da deformação do aço -*

*deve ser menor do que 10/1000*

*ELU = "sim"*

*CELU = 2*

*End If*

*Next I*

*For i = 1 To ncam*

*If Ec > EcFinal And Abs(Es(i)) > 10*

*Then*

*CELU = 4*

*End If*

*Next i*

*If Ec37h > 2 Then*

*ELU = "sim"*

*CELU = 3*

*End If*

*End Sub*

Caso o valores de  $\epsilon_c$  de  $\epsilon_s$  superem os valores limites temos o caso 4 de cálculo.

Se apenas o valor da deformação do concreto a 3/7 da altura da seção for superada, temos o caso 3.

***Sub Seleção CELU()***

Seleciona o caso de estado limite último em que a seção se encontra, e chama a rotina correspondente a cada caso.

*Select Case CELU*

*Case Is = 1*

*Call caso1*

*Call ImpressãoExcel*

*Call impressão*

*Case Is = 2*

*Call caso2*

*Call ImpressãoExcel*

*Call impressão*

*Case Is = 3*

*Call caso3*

*Call ImpressãoExcel*

*Call impressão*

*Case Is = 4*

*Call caso1*

*m1 = m*

*Call caso2*

*m2 = m*

*If m1 > m2 Then*

*Call caso2*

*Call ImpressãoExcel*

*Call impressão*

*Else*

*Call caso1*

*Call ImpressãoExcel*

*Call impressão*

*End If*

*Case Is = 5*

*Call caso1*

*Call impressão*

*m1 = m*

*Call caso3*

*M3 = m*

*If m1 > M3 Then*

*Call caso3*

*Call ImpressãoExcel*

*Call impressão*

*Else*

*Call caso1*

*Call ImpressãoExcel*

*Call impressão*

*End If*

*End Select*

*End Sub*

### **Sub caso1()**

Esta rotina calcula o último ponto do diagrama quando  $E_c > E_{cFinal}$ . Esta rotina consiste em fixar o valor de  $\epsilon_c$  e calcular o valor de teta para encontrar o valor do esforço normal igual ao valor pré-estabelecido.

*TETA = ÚltimoTeta*

*Ec = EcFinal*

```
Do

cont = cont

cont1 = cont1

TETA = TETA + Dteta2

Call cálculox

Call EsforçoNormal

Call CálculoRs

If Abs(Nd - N) < tol * Nd Or Abs(Nd - N) < DNmín Then

    Call TestaELU

    If ELU = "sim" Then

        Exit Do

    Else

        Call cálculoM

        Call impressão

        Call ImpressãoExcel

        cont = cont

        cont1 = cont1

        Exit Do

    End If

End If

Loop

End Sub
```

**Sub caso2()**

Esta rotina calcula o último ponto do diagrama quando  $\epsilon_s > 1\%$ . Esta rotina consiste em fixar o valor de  $\epsilon_s$  e calcular o valor de  $\epsilon_c$  para encontrar o valor do esforço normal igual ao valor pré-estabelecido.

```
cont = cont  
cont1 = cont1  
For Ec = 0 To EcFinal + DEc Step DEc  
TETA = (Ec + 10) * h / (h - d(1))  
Call cálculox  
Call EsforçoNormal  
For i = 1 To ncam  
If 10 <= Es(i) Then  
Es(i) = 10  
End If  
If Es(i) <= (-10) Then  
Es(i) = (-10)  
End If  
Next i  
Call CálculoRs  
If Abs(Nd - N) < tol * Nd Or Abs(Nd - N) < DNmín Then
```

*Call TestaELU*

*If ELU = "sim" Then*

*Exit For*

*Else*

*Call cálculoM*

*Call impressão*

*Call ImpressãoExcel*

*Exit For*

*End If*

*End If*

*Next Ec*

*End Sub*

### ***Sub caso3()***

Esta rotina calcula o último ponto do diagrama quando  $\epsilon_c$  a  $3/7$  da altura da seção  $> 0.2\%$ . Esta rotina consiste em fixar o valor de  $\epsilon_c$  e calcular o valor de  $\theta$  para encontrar o valor do esforço normal igual ao valor pré-estabelecido.

*If  $\epsilon_c 37h > 2$  Then*

*TETA = ÚltimoTeta - Dteta*

*Do*

*cont = cont*

*cont1 = cont1*

*TETA = TETA + Dteta2*

*Ec = (3 \* TETA / 7) + 2*

*X = (3 \* h / 7 + 2 \* h / TETA)*

*Call EsforçoNormal*

*Call CálculoRs*

*If Abs(Nd - N) < tol \* Nd Or Abs(Nd - N) < DNmín Then*

*Call TestaELU*

*If ELU = "sim" Then*

*Exit Do*

*Else*

*Call cálculoM*

*Call ImpressãoExcel*

*Exit Do*

*End If*

*End If*

*Loop*

*End If*

*End Sub*

### **Sub cálculoM()**

Sub-rotina que calcula o valor do momento atuante na seção. Primeiro calcula-se o valor do momento causado pela resultante de tensões do concreto e posteriormente soma com o momento causado pelas resultantes de tensões do aço.

$$m = (Rcc * ((h / 2) - zg))$$

*For i = 1 To ncam*

$$m = m + Rs(i) * ((h / 2) - d(i))$$

*Next*

*End Sub*

### **Sub ImpressãoExcel()**

Sub-rotina que armazena os valores calculados para que possam usados posteriormente na tabela de resultados e no traçado do diagrama.

*If F = 0.85 Then*

*tetae(cont) = TETA*

*Mm(cont) = m*

*Ece(cont) = Ec*

*xe(cont) = X*

$$Rcce(cont) = Rcc$$

$$Es1e(cont) = Es(ncam - 1)$$

$$Es2e(cont) = Es(ncam)$$

$$Rs1e(cont) = Rs(ncam - 1)$$

$$Rs2e(cont) = Rs(ncam)$$

$$Ne(cont) = N$$

$$Zge(cont) = (zg)$$

*Else*

$$tetae1(cont1) = TETA$$

$$Mm1(cont1) = m$$

$$Ece1(cont1) = Ec$$

$$xe1(cont1) = X$$

$$Rcce1(cont1) = Rcc$$

$$Es1e1(cont1) = Es(ncam - 1)$$

$$Es2e1(cont1) = Es(ncam)$$

$$Rs1e1(cont1) = Rs(ncam - 1)$$

$$Rs2e1(cont1) = Rs(ncam)$$

$$Ne1(cont1) = N$$

$$Zge1(cont1) = (zg)$$

*End If*

*End Sub*

### **Sub impressão()**

Sub-rotina que imprime os valores calculados na grade de resultados.

*If F = 0.85 Then*

*Call GradeResultados*

*Else*

*Call GradeResultados2*

*End If*

*End Sub*

A revisão da NB-1/78, propõe uma alteração no traçado do diagrama. Segundo a proposta de revisão da NB-1, a deformabilidade dos elementos deve ser calculada com base em diagramas tensão x deformação dos materiais tendo como tensão de poço o valor o valor de  $1.10f_{cd}$ . O novo diagrama proposto é calculado de maneira análoga ao antigo, tendo como momento máximo o mesmo valor do diagrama anterior. Portanto, deve se completado com um trecho reto a partir do ponto que do diagrama atinge este momento até a sua curvatura máxima. A rotina, a seguir, é a rotina para traçado do diagrama de acordo com esta nova proposta.

### **Sub programa2()**

$$F = 1.1$$

F= coeficiente para o cálculo da tensão de pico do diagrama Tensão x Deformação

$$Scd = F * fck / Fs$$

Cont1= contador para o cálculo do diagrama NxMx1/r. Os resultados obtidos nos cálculos são impressos em uma tabela, o valor do contador serve para marcar a linha da grade de resultados correspondente ao teta calculado. o seu valor inicial começa depois do valor do contador da rotina “programa” para que os valores dos diagramas de acordo com as duas propostas sejam inseridos na mesma tabela.

Nesta rotina é feito um “Loop”, no qual o valor de  $\theta$  varia de um valor inicial até um valor final. Estes valores são fornecidos pelo usuário no arquivo de dados de entrada do programa.

As rotinas são as mesmas rotinas do diagrama anterior, mudando somente, o valor de Scd. Portanto, só serão comentadas as diferenças entre as duas rotinas.

*For TETA = Dteta To TetaFinal Step Dteta*

*cont1 = cont1 + 1*

*For Ec = 0 To EcFinal + DEc Step DEc*

*Call cálculox*

*Call EsforçoNormal*

*Call CálculoRs*

*If Abs(Nd - N) < tol \* Nd Or Abs(Nd - N) < DNmín Then*

*Call TestaELU*

*If ELU = "sim" Then*

*Call SeleçãoCELU*

*ÚltimoTeta = TETA*

*Exit For*

*Else*

*Call cálculoM*

Aqui existe a necessidade de verificar o valor do momento, este valor não deve ser superior ao valor do momento último obtido com  $S_{cd}=0.85f_{cd}$ . caso este valor seja ultrapassado deve-se sair do "loop" e o momento último do diagrama deve coincidir com o calculado anteriormente (com  $S_{cd}=0.85f_{cd}$ ).

*If m > múltimo Then*

*Exit For 'Se M>Múltimo sai do loop*

*End If*

*Call ImpressãoExcel*

*Call impressão*

*ÚltimoTeta = TETA*

*Exit For*

*End If*

*End If*

*Next Ec*

*Call TestaELU 'testa o estado limite último*

*If ELU = "sim" Then*

*Call SeleçãoCELU*

*Exit For*

*End If*

*If m > múltimo Then*

*Exit For*

*End If*

*Next TETA*

A sub-rotina ÚltimoPonto calcula o último ponto do diagrama, encontrando o valor de  $\theta$  correspondente ao momento último que deve ser encontrado.

*Call ÚltimoPonto*

*cont1 = cont1 + 1*

*g = cont1*

*End Sub*

## **SUB-ROTINAS**

*Sub ÚltimoPonto()*

Esta Rotina calcula o último ponto do diagrama quando  $Scd=1.10fcd$ .

*TETA = ÚltimoTeta*

Começa calculando a partir do último teta.

No arquivo de dados de entrada, o usuário define a tolerância desejada entre o momento último e o momento encontrado. Caso esta tolerância seja muito pequena, o programa pode entrar em um loop muito grande e não funcionar. Define-se, então, o número de iterações que o programa deve fazer. Caso após executar estas iterações o programa não encontrar um valor dentro da tolerância desejada o programa emite uma mensagem pedindo para o usuário definir outro valor de tolerância.

*y = 1*

*dteta1 = Dteta*

*Do*

*y = y + 1*

*If y > 50 Then*

*Dim resp As String*

*resp = MsgBox(" Defina outra tolerância", vbSimnão, "Tolerância muito pequena!").*

*If (resp = 1) Then 'se acionada a tecla Ok*

*stol2 = InputBox("Entre com o novo valor da tolerância para o momento máximo")*

*sdeltam = InputBox("Entre com o novo valor de DeltaM")*

*tol2 = Val(stol2)*

*DeltaM = Val(sdeltam)*

*If tol2 <> 0 Then*

*If DeltaM <> 0 Then*

*frmGradeResultados.grdResultados.Clear*

*Call programa*

*Call programa2*

*End If*

*End If*

*End If*

*If (resp = 0) Then 'se acionada a tecla Cancel*

*Exit Do*

*tol2 = tol2*

*'frmGradeResultados.Show*

*End If*

*End If*

Define-se um valor de  $\theta$  e calcula-se o valor do momento correspondente. Se o valor do momento não estiver dentro da tolerância definida, diminui-se o valor de teta até encontrar o valor do momento esperado.

*TETA = TETA + dteta1*

*Call cálculoec*

*Call TestaELU*

*If ELU = "sim" Then*

*Call SeleçãoCELU*

*Exit Do*

*End If*

*If m <= múltimo Then*

*If (múltimo - m) <= (tol2 \* múltimo) Or (múltimo - m) < DeltaM Then*

*Call impressão*

*Call ImpressãoExcel*

*Exit Do*

*Else*

*Call impressão*

*End If*

*Else*

$TETA = TETA - dteta1$

$dteta1 = dteta1 / 2$

*End If*

*Loop*

*EndSub*

## **PROGRAMA PARA CÁLCULO DOS MÉTODOS DE VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE INSTABILIDADE**

**Rotina de cálculo para verificação do estado limite último de instabilidade através do método de Analogia de Mohr.**

*Sub analogiaMohr()*

Para a verificação da instabilidade pelo método de Analogia de Mohr é necessário que o elemento estrutural seja dividido em seções. Para cada seção será calculado os valores dos esforços e deslocamentos. O usuário define o número de divisões que deseja dividir o elemento no arquivo de dados de entrada. O número de

divisões do elemento é muito importante, pois, vai também definir a precisão dos resultados obtidos nos cálculos.

A variável “dx” representa o comprimento de cada seção definida, “Hp” é o comprimento do elemento e “Ndiv” é o número de divisões definido.

$$dx = Hp / Ndiv$$

O método é iterativo, e consiste em calcular o valor da flecha em cada seção. A rotina a seguir garante que o valor da flecha na primeira iteração seja igual a zero.

*For j = 1 To Ndiv + 1*

$$yn(j) = 0$$

*Next*

*For k = 2 To 100*

$$iter = k - 1$$

$$YNI(k - 1) = yn(1)$$

A rotina a seguir, calcula o valor do momento em cada seção. Onde “yn” é o valor da flecha calculada na iteração anterior.

*For j = 1 To (Ndiv + 1)*

*sec = j*

*If j = 1 Then*

*Mam(j) = Fy \* (Etopo + yn(j)) + Fx \* dx \* (Ndiv)*

*Else*

*If j = Ndiv + 1 Then*

*Mam(j) = Fy \* (Etopo + yn(j))*

*Else*

*Mam(j) = Fy \* (Etopo + yn(j)) + Fx \* dx \* (Ndiv + 1 - j)*

*End If*

É necessário que seja feita uma verificação do valor do momento, este valor não deve ultrapassar o valor do momento último do diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura. Caso este valor for ultrapassado o programa emitirá uma mensagem avisando o usuário que o valor da excentricidade inicial deste elemento é muito grande, e portanto, deve-se definir outro valor.

*If Mam(j) > múltimo Then*

*Dim resp As String*

*resp = MsgBox(" A peça estourou!", vbSimnã, "Excentricidade inicial muito grade!")*

```
If (resp = 1) Then ' se acionada a tecla Ok  
  
sEtopo = InputBox("Entre com uma nova excentricidade inicial")  
  
Etopo = Val(sEtopo)  
  
If tol2 <> 0 Then  
  
Call analogiaMohr  
  
End If  
  
End If  
  
If (resp = 0) Then ' se acionada a tecla Cancel  
  
End  
  
Etopo = Etopo  
  
End If  
  
End If  
  
End If
```

Esta rotina calcula o valor de  $\theta$  correspondente ao valor do momento encontrado no diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura, através de interpolação linear.

```
For i = 2 To cont  
  
If Mm(i) > Mam(j) Then  
  
tetaAM(j) = tetae(i - 1) + Dteta * ((Mam(j) - Mm(i - 1)) / (Mm(i) - Mm(i - 1)))  
  
r(j) = tetaAM(j) / h
```

O método de Analogia de Mohr consiste em aplicar uma carregamento fictício no elemento do qual se quer obter os deslocamentos. Este carregamento fictício é um carregamento distribuído ao longo do eixo da peça.

```
If sec <> 1 Then  
    If sec = (Ndiv + 1) Then  
        pi(j) = r(j) * dx / 2  
    Else  
        pi(j) = r(j) * dx  
    End If  
End If  
If sec = 1 Then  
    pi(j) = r(j) * dx / 2  
End If  
Exit For  
End If  
Next i
```

O momento gerado por este carregamento fictício representa os deslocamento nas seções em estudo.

$$mi(j) = 0$$

```
For i = 1 To j

    p = (pi(i) * (j - i) * dx) / 1000

    mi(j) = mi(j) + p

Next i

Next j

For j = 1 To Ndiv + 1

    sec = j

    yn(j) = mi(Ndiv + 1) - mi(j)

    YNI(k) = yn(1)

Next j

If k <> 2 Then

    If YNI(k - 1) <> 0 Then

        If ((YNI(k) / YNI(k - 1)) - 1) <= (y1mín / 100) Then

            Exit For

        End If

    End If

End If
```

O processo é calculado de maneira iterativa, até que a diferença entre o valor da flecha obtida entre duas iterações consecutivas esteja dentro de uma certa tolerância

estabelecida. Deve-se então calcular o valor da diferença acumulada e comparar com o valor da tolerância.

```
If k <> 2 Then
  If YNI(k - 1) <> 0 Then
    dif(k) = (dif(k - 1) + ((YNI(k) / YNI(k - 1)) - 1))
  Else
    dif(k) = 0
  End If
End If
' If k <> 2 Then
' If dif(k) < (y1mín / 100) Then
'   Exit For
' End If
' End If
Next k
End Sub
```

Da mesma maneira pode-se calcular o método da Analogia de Mohr para a nova proposta da NB-1/78. As rotinas para este método só diferem no que diz respeito a obtenção dos valores de  $\theta$  correspondente que é obtido no diagrama

Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura calculado com  $S_{cd}=1.10f_{cd}$ , através de interpolação linear.

***Sub analogiaMohr2()***

$$dx = Hp / Ndiv$$

*For j = 1 To Ndiv + 1*

$$yn2(j) = 0$$

*Next*

$$dif(1) = 0$$

*For k = 2 To 100*

$$iter1 = k - 1$$

$$yn11(k - 1) = yn2(1)$$

Calculo do momento nas seções de estudo.

*For j = 1 To (Ndiv + 1)*

$$sec1 = j$$

*If j = 1 Then*

$$Mam(j) = Fy * (Etopo + yn2(j)) + Fx * dx * (Ndiv)$$

*Else*

*If j = Ndiv + 1 Then*

$$Mam(j) = Fy * (Etopo + yn2(j))$$

*Else*

$$Mam(j) = Fy * (Etopo + yn2(j)) + Fx * dx * (Ndiv + 1 - j)$$

*End If*

*End If*

Verificação do estado limite último.

*If Mam(j) > múltimo Then*

*Dim resp As String*

*resp = MsgBox(" A peça estourou!", vbSimnã, "Excentricidade inicial muito grade!")*

*If (resp = 1) Then ' se acionada a tecla Ok*

*sEtopo = InputBox("Entre com uma nova excentricidade inicial")*

*Etopo = Val(sEtopo)*

*If tol2 <> 0 Then*

*Call analogiaMohr*

*End If*

*End If*

*If (resp = 0) Then ' se acionada a tecla Cancel*

*End*

$E_{topo} = E_{topo}$

*End If*

*End If*

Obtenção do valor da curvatura no Diagrama Momento Fletor x Esforço Normal  
x Curvatura.

*For i = c + 2 To cont1*

*If Mm1(i) > Mam(j) Then*

$tetaAM(j) = tetae1(i - 1) + Dteta * ((Mam(j) - Mm1(i - 1)) / (Mm1(i) - Mm1(i - 1)))$

$r(j) = tetaAM(j) / h$

Calculo do deslocamento em cada seção.

*If sec1 <> 1 Then*

*If sec1 = (Ndiv + 1) Then*

$pi(j) = r(j) * dx / 2$

*Else*

$pi(j) = r(j) * dx$

*End If*

*End If*

*If sec1 = 1 Then*

$$pi(j) = r(j) * dx / 2$$

*End If*

*Exit For*

*End If*

*Next i*

$$mi(j) = 0$$

*For i = 1 To j*

$$p = (pi(i) * (j - i) * dx) / 1000$$

$$mi(j) = mi(j) + p$$

*Next i*

*Next j*

*For j = 1 To Ndiv + 1*

*sec1 = j*

$$yn2(j) = mi(Ndiv + 1) - mi(j)$$

$$yn11(k) = yn2(1)$$

*Next j*

*If k <> 2 Then*

*If yn11(k - 1) <> 0 Then*

*If ((yn11(k) / yn11(k - 1)) - 1) <= (y1mín / 100) Then*

*Exit For*

*End If*

*End If*

*End If*

Calculo da diferença acumulada.

*If k <> 2 Then*

*If yn11(k - 1) <> 0 Then*

$$dif(k) = (dif(k - 1) + ((yn11(k) / yn11(k - 1)) - 1))$$

*Else*

$$dif(k) = 0$$

*End If*

*End If*

*Next k*

*For i = 1 To Ndiv + 1*

*sec1 = i*

*Next*

*End Sub*

As rotinas anteriores servem para verificar o valor do deslocamento no topo quando o valor da excentricidade inicial da peça é conhecida. Existem casos em que o usuário deseja obter o valor da máxima excentricidade inicial possível de ser atribuída a peça para que não se alcance o estado limite último de instabilidade. Desenvolveu-se então rotinas para o cálculo da máxima excentricidade inicial para as duas propostas da norma.

### **Sub analogiaMohrEmáximo()**

Cálculo do valor de dx.

$$dx = Hp / Ndiv$$

Rotina para atribuir zero ao valor dos deslocamentos na primeira iteração.

*For j = 1 To Ndiv + 1*

*yn(j) = 0*

*Next*

A rotina consiste em ir aumentando o valor da excentricidade inicial aplicada no elemento até que se obtenha o valor da máxima excentricidade possível.

*For etopo1 = 0 To afinal Step deltaA*

$$dif(1) = 0$$

For  $k = 2$  To 1000

$$yn3(k - 1) = yn(1)$$

Rotina de cálculo do momento fletor atuante em cada seção do elemento.

For  $j = 1$  To ( $Ndiv + 1$ )

$$sec = j$$

If  $j = 1$  Then

$$Mam(j) = Fy * (etopo1 + yn(j)) + Fx * dx * (Ndiv)$$

Else

If  $j = Ndiv + 1$  Then

$$Mam(j) = Fy * (etopo1 + yn(j))$$

Else

$$Mam(j) = Fy * (etopo1 + yn(j)) + Fx * dx * (Ndiv + 1 - j)$$

End If

End If

Verificação do estado limite último.

If  $Mam(j) > m\acute{u}l\text{t}i\text{m}o$  Then

Exit For

*End If*

Obtenção do valor de  $\theta$  no diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura.

*For i = 2 To cont*

*If Mm(i) > Mam(j) Then*

$$tetaAM(j) = tetae(i - 1) + Dteta*((Mam(j) - Mm(i - 1)) / (Mm(i) - Mm(i - 1)))$$

$$r(j) = tetaAM(j) / h$$

Calculo do deslocamento em cada seção.

*If sec <> 1 Then*

*If sec = (Ndiv + 1) Then*

$$pi(j) = r(j) * dx / 2$$

*Else*

$$pi(j) = r(j) * dx$$

*End If*

*End If*

*If sec = 1 Then*

$$pi(j) = r(j) * dx / 2$$

*End If*

```
Exit For
End If
Next i
mi(j) = 0
For i = 1 To j
    p = (pi(i) * (j - i) * dx) / 1000
    mi(j) = mi(j) + p
Next i
Next j
If Mam(j) > múltimo Then
    Exit For
End If

For j = 1 To Ndiv + 1
    sec = j
    yn(j) = mi(Ndiv + 1) - mi(j)
    yn3(k) = yn(1)
Next j

If k <> 2 Then
    If yn3(k - 1) <> 0 Then
        If ((yn3(k) / yn3(k - 1)) - 1) <= (y1mín / 100) Then
```

*Exit For*

*End If*

*End If*

*End If*

Verificação da diferença acumulada entre o valor do deslocamento entre iterações sucessivas.

*If k <> 2 Then*

*If yn3(k - 1) <> 0 Then*

$$dif(k) = (dif(k - 1) + ((yn3(k) / yn3(k - 1)) - 1))$$

*Else*

$$dif(k) = 0$$

*End If*

*End If*

*Next k*

*If Mam(j) > múltimo Then*

*Exit For*

*End If*

*Next etopo1*

Rotinas para impressão dos resultados.

*For j = 1 To Ndiv + 1*

*yn(j) = 0*

*Next*

Rotina para impressão do último valor de deslocamento.

*etopo1 = etopo1 - deltaA*

*dif(1) = 0*

*For k = 2 To 1000*

*iter6 = k - 1*

*yn3(k - 1) = yn(1)*

*For j = 1 To (Ndiv + 1)*

*sec = j*

*If j = 1 Then*

*Mam(j) = Fy \* (etopo1 + yn(j)) + Fx \* dx \* (Ndiv)*

*Else*

*If j = Ndiv + 1 Then*

$$Mam(j) = Fy * (etopo1 + yn(j))$$

Else

$$Mam(j) = Fy * (etopo1 + yn(j)) + Fx * dx * (Ndiv + 1 - j)$$

End If

End If

Verificação do estado limite último.

If Mam(j) > múltimo Then

Exit For

End If

For i = 2 To cont

If Mm(i) > Mam(j) Then

$$tetaAM(j) = tetae(i - 1) + Dteta * ((Mam(j) - Mm(i - 1)) / (Mm(i) - Mm(i - 1)))$$

$$r(j) = tetaAM(j) / h$$

If sec <> 1 Then

If sec = (Ndiv + 1) Then

$$pi(j) = r(j) * dx / 2$$

Else

$$pi(j) = r(j) * dx$$

```
End If

End If

If sec = 1 Then

    pi(j) = r(j) * dx / 2

End If

Exit For

End If

Next i

mi(j) = 0

For i = 1 To j

    p = (pi(i) * (j - i) * dx) / 1000

    mi(j) = mi(j) + p

Next i

Next j

If Mam(j) > múltimo Then

    Exit For

End If

For j = 1 To Ndiv + 1

    sec = j

    yn(j) = mi(Ndiv + 1) - mi(j)

    yn3(k) = yn(1)
```

*Next j*

*If k <> 2 Then*

*If yn3(k - 1) <> 0 Then*

*If ((yn3(k) / yn3(k - 1)) - 1) <= (y1mín / 100) Then*

*Exit For*

*End If*

*End If*

*End If*

Cálculo da diferença acumulada.

*If k <> 2 Then*

*If yn3(k - 1) <> 0 Then*

*dif(k) = (dif(k - 1) + ((yn3(k) / yn3(k - 1)) - 1))*

*Else*

*dif(k) = 0*

*End If*

*End If*

*Next k*

*End Sub*

Da mesma maneira pode-se calcular o método da Analogia de Mohr para a nova proposta da NB-1/78. As rotinas para este método só diferem no que diz respeito a obtenção dos valores de  $\theta$  correspondente que é obtido no diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura calculado com  $S_{cd}=1.10f_{cd}$ , através de interpolação linear.

### **Sub AnalogiaMohrEmáximo110fcd()**

Cálculo do valor de dx.

$$dx = Hp / Ndiv$$

Rotina para zerar o valor dos deslocamentos na primeira iteração.

*For j = 1 To Ndiv + 1*

$$yn(j) = 0$$

*Next*

A rotina consiste em ir aumentando o valor da excentricidade inicial aplicada no elemento até que se obtenha o valor da máxima excentricidade possível.

*For etopo2 = 0 To afinal Step deltaA*

$$dif(1) = 0$$

*For k = 2 To 1000*

$$y_n(k - 1) = y_n(1)$$

Rotina de cálculo do momento fletor atuante em cada seção do elemento.

*For j = 1 To (Ndiv + 1)*

*sec = j*

*If j = 1 Then*

$$M_{am}(j) = F_y * (etopo2 + y_n(j)) + F_x * dx * (Ndiv)$$

*Else*

*If j = Ndiv + 1 Then*

$$M_{am}(j) = F_y * (etopo2 + y_n(j))$$

*Else*

$$M_{am}(j) = F_y * (etopo2 + y_n(j)) + F_x * dx * (Ndiv + 1 - j)$$

*End If*

*End If*

*If M<sub>am</sub>(j) > múltimo Then*

*Exit For*

*End If*

Obtenção do valor de  $\theta$  no diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura.

*For i = c + 2 To cont1*

*If Mm1(i) > Mam(j) Then*

$$tetaAM(j) = teta1(i-1) + Dteta * ((Mam(j) - Mm1(i-1)) / (Mm1(i) - Mm1(i-1)))$$

$$r(j) = tetaAM(j) / h$$

Calculo do deslocamento em cada seção.

*If sec <> 1 Then*

*If sec = (Ndiv + 1) Then*

$$pi(j) = r(j) * dx / 2$$

*Else*

$$pi(j) = r(j) * dx$$

*End If*

*End If*

*If sec = 1 Then*

$$pi(j) = r(j) * dx / 2$$

*End If*

*Exit For*

*End If*

*Next i*

$mi(j) = 0$

*For i = 1 To j*

$p = (pi(i) * (j - i) * dx) / 1000$

$mi(j) = mi(j) + p$

*Next i*

*Next j*

*If Mam(j) > múltimo Then*

*Exit For*

*End If*

*For j = 1 To Ndiv + 1*

$sec = j$

$yn(j) = mi(Ndiv + 1) - mi(j)$

$yn4(k) = yn(1)$

*Next j*

*If k <> 2 Then*

*If yn4(k - 1) <> 0 Then*

*If ((yn4(k) / yn4(k - 1)) - 1) <= (y1mín / 100) Then*

*Exit For*

*End If*

*End If*

*End If*

Cálculo da diferença acumulada.

*If k <> 2 Then*

*If yn4(k - 1) <> 0 Then*

$$dif(k) = (dif(k - 1) + ((yn4(k) / yn4(k - 1)) - 1))$$

*Else*

$$dif(k) = 0$$

*End If*

*End If*

*Next k*

*If Mam(j) > múltimo Then*

*Exit For*

*End If*

*Next etopo2*

Rotinas para impressão dos resultados.

*For j = 1 To Ndiv + 1*

$$yn(j) = 0$$

*Next*

Rotina para impressão do último valor de deslocamento.

$etopo2 = etopo2 - deltaA$

$dif(1) = 0$

*For*  $k = 2$  *To*  $1000$

$iter7 = k - 1$

$yn4(k - 1) = yn(1)$

*For*  $j = 1$  *To*  $(Ndiv + 1)$

$sec = j$

*If*  $j = 1$  *Then*

$Mam(j) = Fy * (etopo2 + yn(j)) + Fx * dx * (Ndiv)$

*Else*

*If*  $j = Ndiv + 1$  *Then*

$Mam(j) = Fy * (etopo2 + yn(j))$

*Else*

$Mam(j) = Fy * (etopo2 + yn(j)) + Fx * dx * (Ndiv + 1 - j)$

*End If*

*End If*

*If*  $Mam(j) > múltimo$  *Then*

*Exit For*

*End If*

*For i = c + 2 To cont1*

*If Mm1(i) > Mam(j) Then*

$$tetaAM(j) = tetae1(i - 1) + Dteta * ((Mam(j) - Mm1(i - 1)) / (Mm1(i) - Mm1(i - 1)))$$

$$r(j) = tetaAM(j) / h$$

*If sec <> 1 Then*

*If sec = (Ndiv + 1) Then*

$$pi(j) = r(j) * dx / 2$$

*Else*

$$pi(j) = r(j) * dx$$

*End If*

*End If*

*If sec = 1 Then*

$$pi(j) = r(j) * dx / 2$$

*End If*

*Exit For*

*End If*

*Next i*

$$mi(j) = 0$$

*For i = 1 To j*

$$p = (p_i(i) * (j - i) * dx) / 1000$$

$$m_i(j) = m_i(j) + p$$

Next i

Next j

If  $M_{m(j)} > m_{último}$  Then

Exit For

End If

For j = 1 To Ndiv + 1

$$sec = j$$

$$y_n(j) = m_i(Ndiv + 1) - m_i(j)$$

$$y_{n4}(k) = y_n(1)$$

Next j

If  $k \leq 2$  Then

If  $y_{n4}(k - 1) \leq 0$  Then

If  $((y_{n4}(k) / y_{n4}(k - 1)) - 1) \leq (y_{l\text{mín}} / 100)$  Then

Exit For

End If

End If

End If

' diferença acumulada

*If k <> 2 Then*

*If yn4(k - 1) <> 0 Then*

$$dif(k) = (dif(k - 1) + ((yn4(k) / yn4(k - 1)) - 1))$$

*Else*

$$dif(k) = 0$$

*End If*

*End If*

*Next k*

*For i = 1 To Ndiv + 1*

*sec = i*

*Next*

*End Sub*

**Rotina de cálculo para verificação do estado limite último de instabilidade através do método de Diferenças Finitas.**

O processo de diferenças finitas consiste em variar progressivamente as excentricidades de primeira ordem mantendo fixo o carregamento, até que seja atingido o valor da excentricidade crítica.

Elaborou-se rotinas para a verificação do estado limite último por instabilidade através do método de Diferenças Finitas.

A primeira rotina verifica o estado limite último de acordo com a NB-1/78 para elementos com excentricidade inicial conhecida.

### **Sub DiferençasFinitasEInicial()**

*y2(Ndiv) = 1*

*iter4 = 0*

*For a1 = 0 To afinal Step deltaA*

*If Abs(y2(Ndiv)) < 0.1 Then*

*Exit For*

*End If*

*iter4 = iter4 + 1*

*dx = Hp / Ndiv*

*mf = 0*

*j = 0*

*For j = 1 To Ndiv + 1*

*sec = j*

*If j = 1 Then*

$$ai(j) = a1$$

*Else*

$$ai(j) = y2(j - 1)$$

*End If*

Rotina para cálculo do momento em cada seção de estudo.

$$sec = j$$

$$mi(j) = Fy * (ai(j) + Etopo)$$

$$mf = mi(j)$$

Verificação do estado limite último.

*If mi(j) >= múltimo Then*

*Exit For*

*End If*

Obtenção do valor de  $\theta$  no diagrama Momento Fletor x Esforço Normal x Curvatura.

```
For i = 2 To cont
  If Mm(i) > mi(j) Then
    tetaAM(j) = tetae(i - 1) + Dteta * ((mi(j) - Mm(i - 1)) / (Mm(i) - Mm(i - 1)))
    r(j) = tetaAM(j) / h
  Exit For
End If
Next i
```

Cálculo do deslocamento em cada seção.

```
If j <> 1 Then
  If j > 2 Then
    y2(j) = 2 * y2(j - 1) - y2(j - 2) - (dx * dx * r(j)) / 1000
  Else
    y2(j) = 2 * y2(j - 1) - ai(j - 1) - (dx * dx * r(j)) / 1000
  End If
  Else
    y2(j) = ((-dx * dx / 2) * (r(j)) / 1000) + ai(j)
  End If
Next j

If mi(j) >= múltimo Then
```

*GoTo impressão*

*End If*

*Next a1*

Rotina que calcula o valor do deslocamento no topo para a máxima excentricidade possível.

*impressão:*

$a1 = a1 - \text{delta}A$

*For j = 1 To Ndiv + 1*

*sec = j*

$dx = Hp / Ndiv$

*If j = 1 Then*

$ai(j) = a1$

*Else*

$ai(j) = y2(j - 1)$

*End If*

$mi(j) = Fy * (ai(j) + Etopo)$

$mf = mi(j)$

*For i = 2 To cont*

*If Mm(i) > mi(j) Then*

$tetaAM(j) = tetae(i - 1) + Dteta * ((mi(j) - Mm(i - 1)) / (Mm(i) - Mm(i - 1)))$

$$r(j) = \text{tetaAM}(j) / h$$

*Exit For*

*End If*

*Next i*

*If j <> 1 Then*

*If j > 2 Then*

$$y2(j) = 2 * y2(j - 1) - y2(j - 2) - (dx * dx * r(j)) / 1000$$

*Else*

$$y2(j) = 2 * y2(j - 1) - ai(j - 1) - (dx * dx * r(j)) / 1000$$

*End If*

*Else*

$$y2(j) = ((-dx * dx / 2) * (r(j)) / 1000) + ai(j)$$

*End If*

*flecha = a1*

*Next j*

*End Sub*

Sub DiferençasFinitasEInicial110fcd()

$$y2(Ndiv) = 1$$

$$\text{iter4} = 0$$

*For a1 = 0 To afinal Step deltaA*

*If Abs(y2(Ndiv)) < 0.1 Then*

*Exit For*

*End If*

*iter4 = iter4 + 1*

*dx = Hp / Ndiv*

*mf = 0*

*j = 0*

*For j = 1 To Ndiv + 1*

*sec = j*

*If j = 1 Then*

*ai(j) = a1*

*Else*

*ai(j) = y2(j - 1)*

*End If*

*sec = j*

*mi(j) = Fy \* (ai(j) + Etopo)*

*mf = mi(j)*

```
    If mi(j) >= múltimo Then

    Exit For

    End If

    For i = c + 2 To cont1

    If Mm1(i) > mi(j) Then

        tetaAM(j) = tetae1(i - 1) + Dteta * ((mi(j) - Mm1(i - 1)) / (Mm1(i) -
Mm1(i - 1)))

        r(j) = tetaAM(j) / h

        Exit For

    End If

    Next i

    If j <> 1 Then

    If j > 2 Then

        y2(j) = 2 * y2(j - 1) - y2(j - 2) - (dx * dx * r(j)) / 1000

    Else

        y2(j) = 2 * y2(j - 1) - ai(j - 1) - (dx * dx * r(j)) / 1000

    End If

    Else

        y2(j) = ((-dx * dx / 2) * (r(j)) / 1000) + ai(j)

    End If

    Next j

    If mi(j) >= múltimo Then
```

```
GoTo impressão

End If

' a1 = a1 + deltaA-'y2(Ndiv)

Next a1

' Wend

impressão:

a1 = a1 - deltaA

For j = 1 To Ndiv + 1

    sec = j

    dx = Hp / Ndiv

    If j = 1 Then

        ai(j) = a1

    Else

        ai(j) = y2(j - 1)

    End If

    mi(j) = Fy * (ai(j) + Etopo)

    mf = mi(j)

    For i = 2 To cont

        If Mm(i) > mi(j) Then
```

```
tetaAM(j) = tetae(i - 1) + Dteta * ((mi(j) - Mm(i - 1)) / (Mm(i) - Mm(i - 1)))

r(j) = tetaAM(j) / h

Exit For

End If

Next i

If j <> 1 Then

If j > 2 Then

y2(j) = 2 * y2(j - 1) - y2(j - 2) - (dx * dx * r(j)) / 1000

Else

y2(j) = 2 * y2(j - 1) - ai(j - 1) - (dx * dx * r(j)) / 1000

End If

Else

y2(j) = ((-dx * dx / 2) * (r(j)) / 1000) + ai(j)

End If

flecha1 = ai(1)

' Call GradeResultados6

Next j

End Sub
```

Sub Diferenças Finitas 3()

$iter3 = 1$

$ygmáx(iter3) = 0$

For  $a1 = 0$  To  $a_{final}$  Step  $\delta A$

$iter3 = iter3 + 1$

$dx = Hp / Ndiv$

$mf = 0$

$j = 0$

For  $j = 1$  To  $Ndiv$

$sec = j$

If  $j = 1$  Then

$ai(j) = a1$

Else

$ai(j) = y1(j - 1)$

End If

$sec = a1$

$mi(j) = Fy * (ai(j))$

$mf = mi(j)$

```
    If  $mi(j) \geq m\acute{u}l\acute{t}i\acute{m}o$  Then

    Exit For

End If

For  $i = 2$  To  $cont$ 

    If  $Mm(i) > mi(j)$  Then

         $tetaAM(j) = tetae(i - 1) + Dteta * ((mi(j) - Mm(i - 1)) / (Mm(i) - Mm(i - 1)))$ 

         $r(j) = tetaAM(j) / h$ 

    Exit For

End If

Next  $i$ 

If  $j <> 1$  Then

    If  $j > 2$  Then

         $yI(j) = 2 * yI(j - 1) - yI(j - 2) - (dx * dx * r(j)) / 1000$ 

    Else

         $yI(j) = 2 * yI(j - 1) - ai(j - 1) - (dx * dx * r(j)) / 1000$ 

    End If

    Else

         $yI(j) = ((-dx * dx / 2) * (r(j)) / 1000) + ai(j)$ 

    End If
```

```
Next j

yg(iter3) = y1(Ndiv)

ag(iter3) = a1

If mi(j) >= último Then

    Exit For

End If

If yg(iter3) > ygmáx(iter3 - 1) Then

    ygmáx(iter3) = yg(iter3)

    flecha2(iter3) = a1 - ygmáx(iter3)

Else

    ygmáx(iter3) = ygmáx(iter3 - 1)

    flecha2(iter3) = flecha2(iter3 - 1)

End If

' Call GradeDiferençasFinitas

Next

End Sub

Sub DiferençasFinitas110fcd()

iter2 = 1

ygmáx1(iter2) = 0

For a1 = 0 To afinal Step deltaA
```

$$dx = Hp / Ndiv$$

$$mf = 0$$

$$j = 0$$

$$iter2 = iter2 + 1$$

For j = 1 To Ndiv

If j = 1 Then

$$ai(j) = a1$$

Else

$$ai(j) = y1(j - 1)$$

End If

$$sec = j$$

$$mi(j) = Fy * (ai(j))$$

$$mf = mi(j)$$

If mi(j) >= último Then

Exit For

End If

For i = c + 2 To cont1

If Mm1(i) > mi(j) Then

$$tetaAM(j) = tetae1(i - 1) + Dteta * ((mi(j) - Mm1(i - 1)) / (Mm1(i) - Mm1(i - 1)))$$

$$r(j) = \text{tetaAM}(j) / h$$

*Exit For*

*End If*

*Next i*

*If j <> 1 Then*

*If j > 2 Then*

$$y1(j) = 2 * y1(j - 1) - y1(j - 2) - (dx * dx * r(j)) / 1000$$

*Else*

$$y1(j) = 2 * y1(j - 1) - ai(j - 1) - (dx * dx * r(j)) / 1000$$

*End If*

*Else*

$$y1(j) = ((-dx * dx / 2) * (r(j)) / 1000) + ai(j)$$

*End If*

*Next j*

$$ag1(\text{iter2}) = a1$$

$$yg1(\text{iter2}) = y1(\text{Ndiv})$$

*If yg1(iter2) > ygmáx1(iter2 - 1) Then*

$$ygmáx1(\text{iter2}) = yg1(\text{iter2})$$

$$\text{flecha3}(\text{iter2}) = a1 - ygmáx1(\text{iter2})$$

*Else*

*ygmáx1(iter2) = ygmáx1(iter2 - 1)*

*flecha3(iter2) = flecha3(iter2 - 1)*

*End If*

*If mi(j) >= múltimo Then*

*Exit For*

*End If*

*' Call GradeDiferençasFinitas110fcd*

*Next*

*End Sub*