

1 INTRODUÇÃO

As edificações, sejam para fins residenciais, comerciais ou industriais, necessitam de uma estrutura ou um conjunto de estruturas que lhes sirvam de suporte, propiciando estabilidade, segurança e condições de utilização satisfatórias aos fins a que se destinam.

Dentre os vários sistemas estruturais possíveis, o mais comum e de maior aplicação no Brasil, em edificações residenciais e comerciais, é o que utiliza o concreto armado moldado “in loco”. O concreto armado permite moldar vigas, pilares e lajes, de tal maneira que formem um pórtico resistente espacial. Para a formação desse pórtico, cada elemento deve estar convenientemente ligado a outro pelo concreto e por sua armação. Dentre essas ligações, destacam-se as entre vigas e pilares, por unirem os elementos que recebem as cargas dos pavimentos aos que irão conduzi-las até as fundações. Estas ligações são de grande importância para que a estrutura funcione como pórtico espacial.

Sabe-se que as ligações entre as vigas e os pilares não são pontuais, como geralmente consideradas nas simplificações de cálculo, mas sim regiões de interação, limitadas por suas seções no cruzamento de seus eixos. Torna-se necessário então pesquisar e analisar os esforços solicitantes de dimensionamento envolvidos nessas regiões, a fim de esclarecer o tema.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Pretende-se, com este trabalho, contribuir com o desenvolvimento de modelos para a análise e o projeto de estruturas de concreto armado, estudando, em regime elástico linear, as vigas contínuas de edificações, mais especificamente suas ligações com os pilares.

1.1.2 Objetivos específicos

Estudar a forma que assume o gráfico dos momentos fletores das vigas, nas regiões de interação com os pilares, conseguindo determinar com isso a seção crítica de dimensionamento à flexão, sobre os apoios.

Tentar elaborar critérios de projeto, que forneçam dimensionamentos mais econômicos e que atendam as exigências da NBR 6118/2003 - “Projeto de estruturas de concreto – Procedimento”.

1.2 Justificativa

Atualmente, a maioria dos programas de cálculo de estruturas em concreto armado utiliza o método dos deslocamentos com formulação matricial para resolver as estruturas, obtendo assim os deslocamentos e posteriormente os respectivos esforços solicitantes. Vigas e pilares são discretizados com elementos de barra lançados segundo seus eixos, que se ligam através de nós, compondo os pórticos que representam as estruturas. Ressalta-se que essas análises são elásticas e lineares. De posse dos esforços solicitantes das barras, são feitos os dimensionamentos das armações das vigas e dos pilares. No caso das vigas, esses esforços compreendem, geralmente, os momentos fletores e os esforços cortantes.

A partir da configuração do gráfico dos momentos fletores das vigas, pode-se notar que os momentos negativos atingem seus valores máximos nos nós que representam seus apoios, ou seja, os nós que ligam as vigas aos pilares ou a outras vigas. Com esses momentos negativos máximos são dimensionadas as armaduras de flexão necessárias nos apoios.

No caso das vigas que se apóiam em pilares, esse procedimento despreza o efeito favorável da região de interação com o pilar, que deveria ser levada em conta, para propiciar um dimensionamento econômico.

Nesse sentido torna-se relevante a pesquisa sobre o assunto, bem como disponibilizar uma forma alternativa de dimensionamento para as estruturas em concreto armado.

2 INTRODUÇÃO TEÓRICA

2.1 Condições de apoio de vigas contínuas

Segundo Leonhardt (1978), no caso de modelos que analisam vigas contínuas isoladas, pode-se classificar as condições de apoio como: apoio livre a rotação, com engastamento pequeno e com engastamento moderado a forte.

Os apoios livres à rotação a rigor seriam apoios pontuais (esféricos) ou sobre linha (cilíndricos). Podem-se supor livres à rotação os apoios sobre alvenaria, paredes de concreto, pilares e outros onde não exista armadura tornando solidária a viga ao apoio e onde não existam cargas sobre a viga em cima do apoio, gerando um impedimento à rotação. Para este último, estes são considerados então de engastamento pequeno, que geralmente são desprezados na determinação dos esforços solicitantes.

Os apoios com engastamento surgem quando as vigas estão rigidamente ligadas à flexão nos seus apoios por armaduras adequadamente dispostas, e são considerados de moderado a forte dependendo da rigidez dos elementos envolvidos na ligação. Esse tipo de apoio representa a grande maioria das ligações das vigas com os pilares das estruturas correntes em concreto armado, sendo deste tipo os tratados neste presente trabalho.

2.2 Momentos fletores de dimensionamento de vigas

São os momentos fletores com os quais se realiza o dimensionamento de vigas à flexão, sendo que esses podem ser obtidos diretamente dos modelos estruturais usuais ou sofrerem reduções (arredondamentos), dependendo da região em que se encontram, por exemplo, sobre os apoios.

Esses arredondamentos são possíveis, considerando-se que as reações nos apoios não são pontuais e sim distribuídas ao longo de sua extensão.

A fim de esclarecer o assunto esse arredondamento é demonstrado a seguir.

A princípio, isola-se um trecho da viga contínua, que compreenda metade do apoio estudado e uma parte do vão, e define-se o seu esquema de cálculo, de acordo com a Figura 2.1.

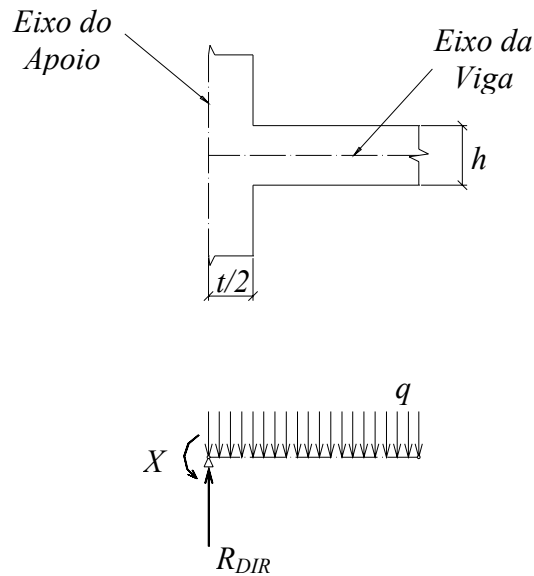


Figura 2.1: Detalhe da viga contínua e esquema de cálculo

A Figura 2.2 mostra o andamento do diagrama dos momentos fletores para o esquema de cálculo anterior. Para determinar o momento na face, basta cortar a viga nesse ponto.

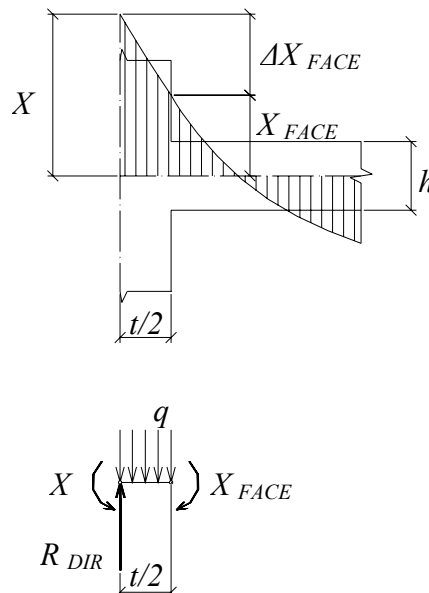


Figura 2.2: Gráfico de Momentos Fletores e esquema para cálculo do momento na face

$$\sum X_{(FACE_APOIO)} = 0 \quad (2.1)$$

$$X - X_{FACE} + \frac{q \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2}{2} - \frac{R_{DIR} \cdot t}{2} = 0 \quad (2.2)$$

$$\Delta X_{FACE} = X - X_{FACE} = \frac{R_{DIR} \cdot t}{2} - \frac{q \cdot t^2}{8} \quad (2.3)$$

$$X_{FACE} = X - \frac{R_{DIR} \cdot t}{2} + \frac{q \cdot t^2}{8} \quad (2.4)$$

Com o momento fletor da face (X_{FACE}) e imaginando que a reação de apoio se distribui uniformemente ao longo do apoio, pode-se achar a equação do momento fletor arredondado (X_{ARRED}), como mostra a Figura 2.3.

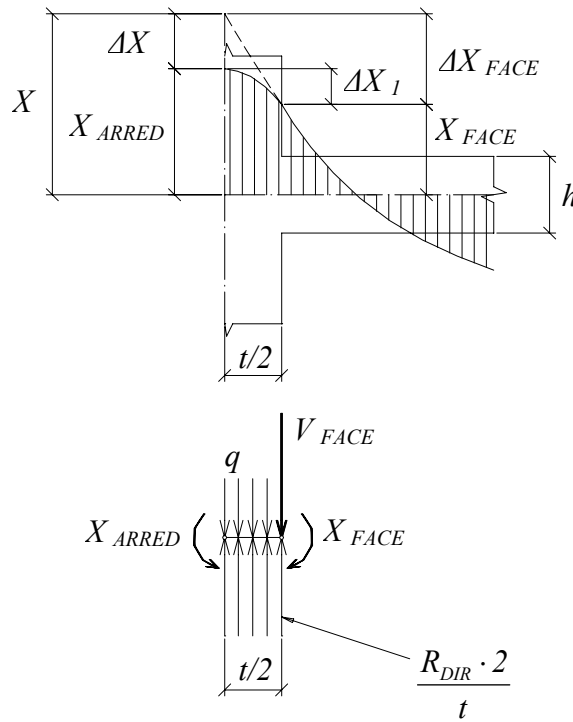


Figura 2.3: Gráfico de Momentos Fletores e esquema para cálculo do arredondamento

$$\sum X_{(EIXO_APOIO)} = 0 \quad (2.5)$$

$$X_{ARRED} - X_{FACE} - \frac{q \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2}{2} + \frac{R_{DIR} \cdot 2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2}{t \cdot 2} - \frac{V_{FACE} \cdot t}{2} = 0 \quad (2.6)$$

$$X_{ARRED} - X_{FACE} - \frac{q \cdot t^2}{8} + \frac{R_{DIR} \cdot t}{4} - \frac{V_{FACE} \cdot t}{2} = 0 \quad (2.7)$$

Sabendo que:

$$V_{FACE} = R_{DIR} - \frac{q \cdot t}{2} \quad (2.8)$$

Substituindo a equação (2.8) na (2.7), tem-se:

$$X_{ARRED} - X_{FACE} - \frac{q \cdot t^2}{8} + \frac{R_{DIR} \cdot t}{4} - \frac{R_{DIR} \cdot t}{2} + \frac{q \cdot t^2}{4} = 0 \quad (2.9)$$

$$X_{ARRED} - X_{FACE} + \frac{q \cdot t^2}{8} - \frac{R_{DIR} \cdot t}{4} = 0 \quad (2.10)$$

$$\Delta X_I = X_{ARRED} - X_{FACE} = \frac{R_{DIR} \cdot t}{4} - \frac{q \cdot t^2}{8} \quad (2.11)$$

$$X_{ARRED} = X_{FACE} + \frac{R_{DIR} \cdot t}{4} - \frac{q \cdot t^2}{8} \quad (2.12)$$

De acordo com a Figura 2.3, tem-se ainda:

$$\Delta X = \Delta X_{FACE} - \Delta X_I \quad (2.13)$$

$$\Delta X = \left(\frac{R_{DIR} \cdot t}{2} - \frac{q \cdot t^2}{8} \right) - \left(\frac{R_{DIR} \cdot t}{4} - \frac{q \cdot t^2}{8} \right) \quad (2.14)$$

$$\Delta X = \frac{R_{DIR} \cdot t}{2} - \frac{R_{DIR} \cdot t}{4} \quad (2.15)$$

$$\Delta X = \frac{R_{DIR} \cdot t}{4} \quad (2.16)$$

- X - Momento fletor máximo no eixo do apoio
- q - Carregamento distribuído aplicado na viga
- R_{DIR} - Reação da viga, lado direito do eixo do apoio
- t - Extensão do apoio
- h - Altura da viga
- V_{FACE} - Cortante da viga, na face do apoio

2.2.1 Arredondamento do diagrama de momento fletores, segundo a NBR 6118/2003

A Norma Brasileira (NBR 6118/2003), no item “14.6.3”, prescreve que: O diagrama de momentos fletores pode ser arredondado sobre os apoios e pontos de aplicação de forças consideradas como concentradas e nós de pórticos. Esse procedimento pode ser feito de maneira aproximada conforme indicado na Figura 2.4.

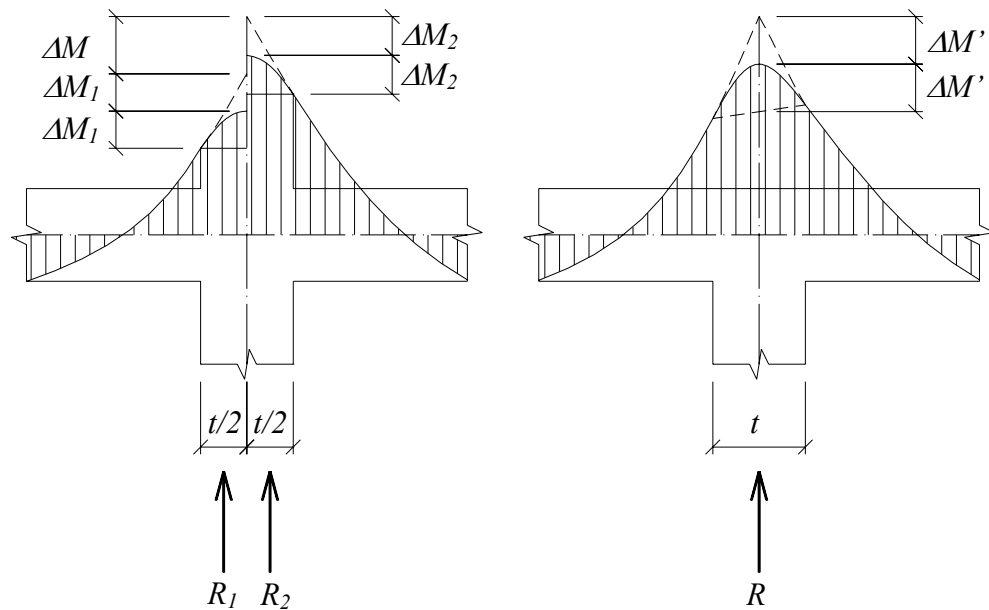


Figura 2.4: Arredondamento de diagrama de momentos fletores, NBR 6118/2003

$$\Delta M = \frac{R_2 - R_1}{4} \cdot t \quad (2.17)$$

$$\Delta M_1 = \frac{R_1 \cdot t}{4} \quad (2.18)$$

$$\Delta M_2 = \frac{R_2 \cdot t}{4} \quad (2.19)$$

$$\Delta M' = \frac{R \cdot t}{8} \quad (2.20)$$

Como pode-se observar na Figura 2.4, ΔM_2 é na realidade a equação (2.3) dividida por dois, expressa a seguir:

$$\Delta M_2 = \frac{\Delta X_{FACE}}{2} = \frac{R_{DIR} \cdot t}{4} - \frac{q \cdot t^2}{16} \quad (2.21)$$

Porém a norma despreza a parcela da carga distribuída, que é muito pequena, de acordo com a equação (2.19). Observa-se que esta equação, que é simplificada, fica com a mesma expressão da equação (2.16), que é a exata. Esse raciocínio vale também para as equações (2.18) e (2.20). Portanto, calcular o momento arredondado a partir da reação de apoio, e não da média dos momentos fletores, não introduz nenhuma simplificação.

Verificou-se também que Leonhardt (1978) e a NBR 6118/1978, no item “3.2.2.3 B”, no que tratam o assunto, o fazem da mesma forma como foi aqui apresentado.

2.3 Mísulas

A Norma Brasileira (NBR 6118/2003), no item “14.6.2.3”, prescreve que: “Na ocorrência de mísula ou variação brusca de seção transversal, só deve ser considerada como parte efetiva da seção aquela indicada na Figura 2.5”.

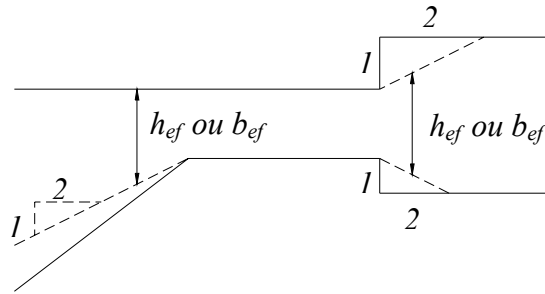


Figura 2.5: Altura e largura efetivas de uma seção transversal, NBR 6118/2003

h_{ef} – Altura efetiva

b_{ef} – Largura efetiva

Essa consideração pode ser adotada nas regiões dos apoios das vigas contínuas, desde que estejam monoliticamente ligadas a eles e que as larguras das vigas sejam menores ou iguais às dimensões dos apoios naquela direção. A adoção da mísula favorece sobremaneira o dimensionamento à flexão, reduzindo a área calculada de aço, pois a mísula aumenta a altura efetiva da viga no mesmo sentido que cresce o momento fletor negativo, como mostra a Figura 2.6.

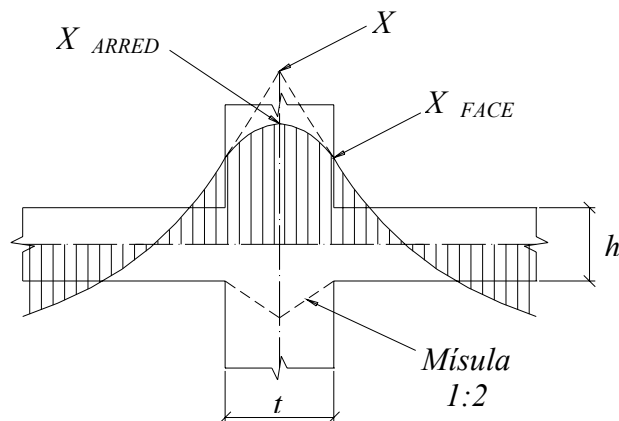


Figura 2.6 : Detalhe da mísula em apoio de viga contínua

2.4 Vãos teóricos ou efetivos de vigas

São vãos menores ou iguais aos vãos entre eixos de apoios das vigas. Utilizam-se esses vãos, alternativamente ao estudo mais completo da viga na região dos apoios, pois os vãos efetivos são considerados de comprimentos suficientes para a obtenção dos esforços solicitantes para o dimensionamento das vigas.

2.4.1 Vãos teóricos de vigas - LEONHARDT

Conforme Leonhardt (1978), quando não é possível determinar os vãos teóricos de forma exata, em função do tipo de apoio, como por exemplo apoios em linha ou apoios pontuais, estes podem ser considerados como sendo as distâncias entre os eixos dos seus apoios, não sendo necessário adotar valores maiores que:

- a) Nos apoios extremos livres à rotação:

O vão teórico precisa ir no máximo até uma distância do bordo interno do apoio igual a um terço da extensão do apoio (centro de gravidade das pressões no apoio, admitidas com uma distribuição triangular), ou, no caso de extensão de apoio muito grande, a 2,5% do valor do vão livre ($0,025l_0$), conforme mostra a Figura 2.7.

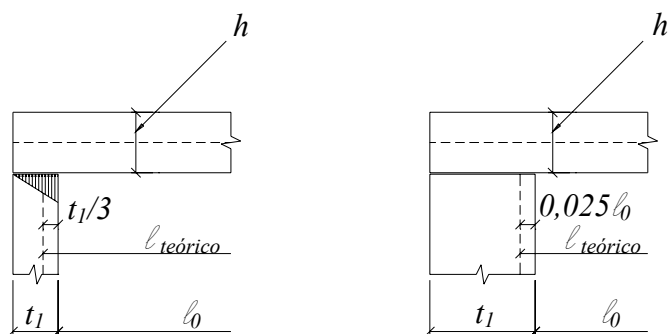


Figura 2.7: Vãos teóricos em apoios extremos livres à rotação

b) Nos apoios extremos engastados:

O vão teórico precisa ir no máximo até uma distância do bordo interno do apoio igual a 2,5% do valor do vão livre ($0,025l_0$), segundo a Figura 2.8.

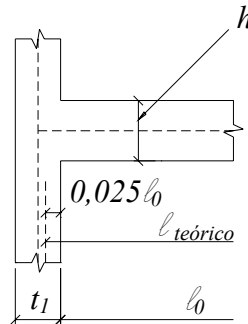


Figura 2.8: Vão teórico em apoio extremo engastado

2.4.2 Vãos teóricos de vigas - NBR6118/1978

Conforme o item “3.2.2.1”, os vãos teóricos das vigas, para efeito de cálculo, podem ser considerados como as distâncias entre os eixos dos seus apoios, porém não sendo necessário adotar valores maiores que:

a) Nas vigas isoladas:

O vão teórico precisa ser no máximo 5% maior que o comprimento do vão livre ($1,05l_0$), de acordo com a Figura 2.9.

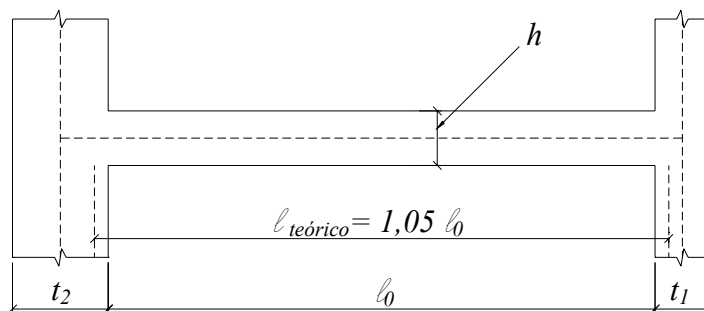


Figura 2.9: Vão teórico em viga isolada

b) No vão extremo de viga contínua:

O vão teórico pode ser considerado como sendo a semi-largura do pilar interno somado com o comprimento do vão livre acrescido em 3% ($1,03\ell_0$), conforme mostra a Figura 2.10.

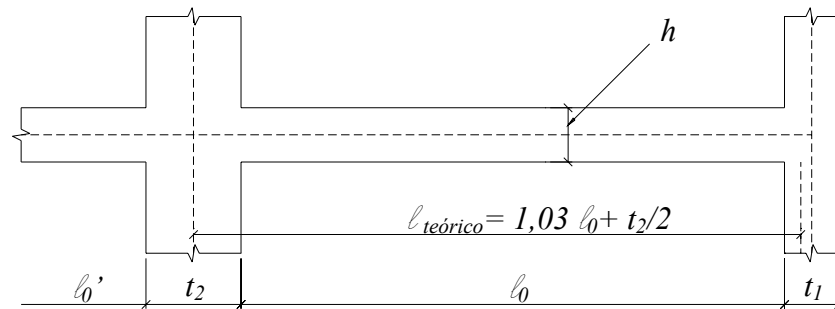


Figura 2.10: Vão teórico em extremo de viga contínua

c) Nas vigas em balanço:

O vão teórico, contado a partir da extremidade livre, precisa ser no máximo 3% maior que o comprimento do vão livre ($1,03\ell_0$), segundo a Figura 2.11.

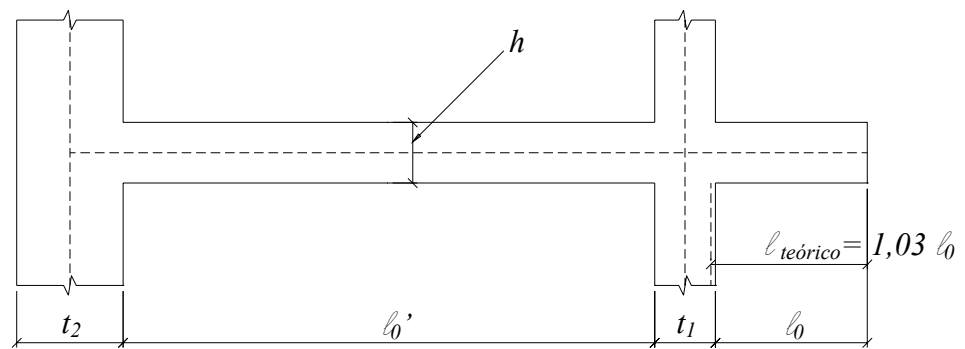


Figura 2.11: Vão teórico viga em balanço

2.4.3 Vãos efetivos de vigas – NBR 6118/2003

Conforme o item “14.6.2.4”, os vãos efetivos das vigas podem ser calculados da forma mostrada na Figura 2.12.

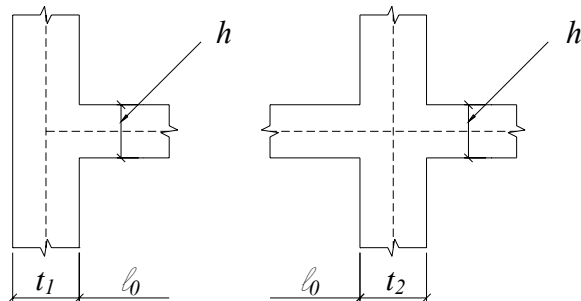


Figura 2.12: Apoio extremo e apoio intermediário de viga contínua

$$l_{\text{efetivo}} = l_0 + a_1 + a_2$$

$$a_1 \leq \begin{cases} \frac{t_1}{2} \\ 0,3 \cdot h \end{cases} \quad a_2 \leq \begin{cases} \frac{t_2}{2} \\ 0,3 \cdot h \end{cases}$$

l_0 - comprimento livre entre as faces dos apoios

t_1 - extensão do apoio de vão extremo

t_2 - extensão do apoio de vão intermediário

h - altura da viga

2.5 Trechos Rígidos

A Norma Brasileira (NBR-6118/2003), no item “14.6.2.1”, prescreve que: “Os trechos de elementos lineares pertencentes à região comum ao cruzamento de dois ou mais elementos podem ser considerados como rígidos (nós de dimensões finitas)”, conforme mostra a Figura 2.13:

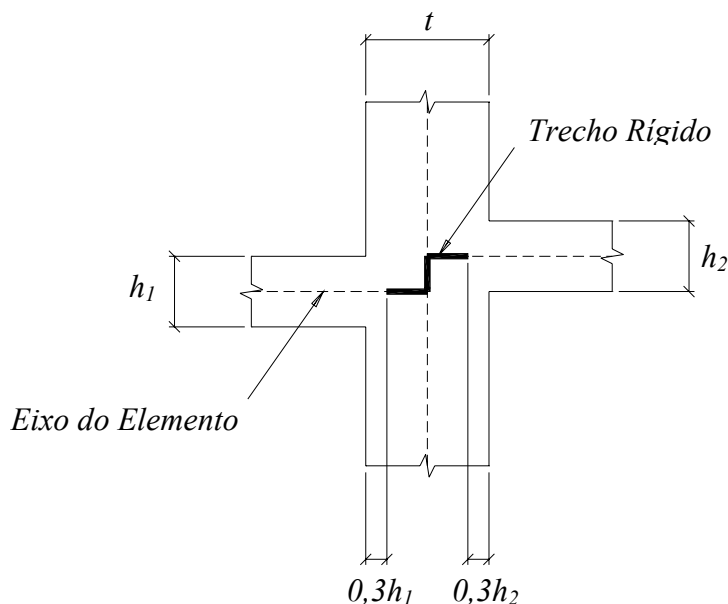


Figura 2.13: Trechos rígidos, NBR 6118/2003

Em vigas contínuas deve-se considerar os trechos rígidos, principalmente quando as extensões dos apoios forem grandes em relação às alturas destas. O fato de desprezá-los pode culminar em traçados gráficos de momentos fletores não satisfatórios, sobretudo para verificações em serviço, pois a presença dos trechos rígidos altera-os significativamente.

3 MODELAGEM DE VIGA CONTÍNUA

3.1 Modelo proposto do binário distribuído

Estudadas as formas com que são feitos os arredondamentos dos momentos fletores negativos sobre os apoios, constatou-se que quando há descontinuidade no momento, simplesmente se faz o arredondamento para cada lado do apoio e mantém-se a descontinuidade.

Entende-se que essa descontinuidade pode ser tratada de forma diferente, então se propõe um procedimento desenvolvido junto com o orientador, denominado de binário distribuído, para arredondar o gráfico dos momentos fletores nesses casos.

Sabe-se que a descontinuidade do momento negativo pode ser representada como um momento concentrado aplicado à viga na posição do nó de seu respectivo apoio. Essa consideração é eficiente quando se trata a viga como um todo, porém, para a análise em questão, que é localizada, o mais correto é levar em conta as dimensões das peças envolvidas nessa ligação; viga e pilar. Estuda-se, então, a transformação desse momento concentrado em um binário distribuído, conforme mostra a Figura 3.1.

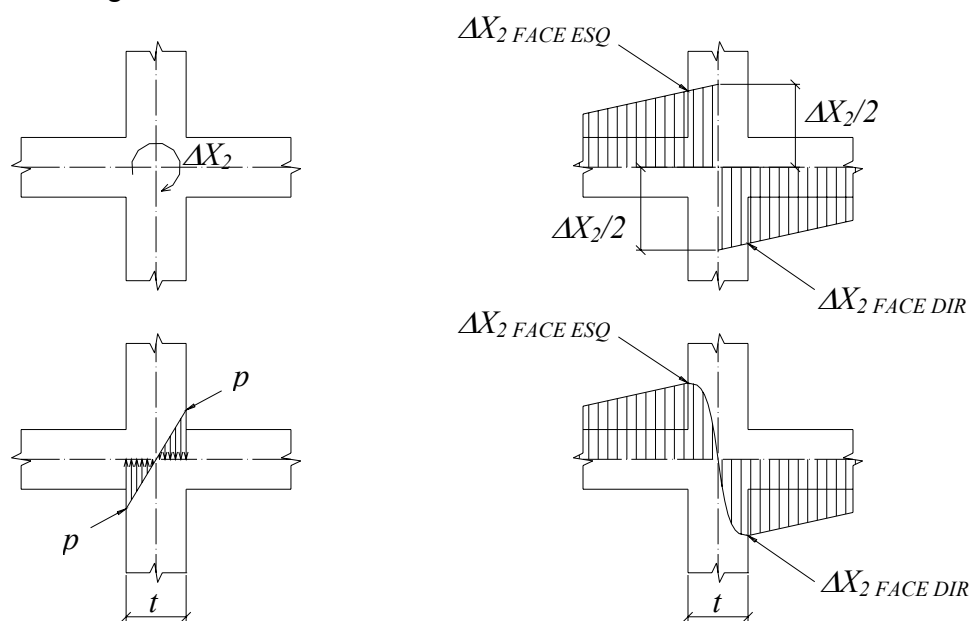


Figura 3.1: Momento concentrado em binário distribuído

Sendo que na Figura 3.1:

ΔX_2 – Descontinuidade do momento fletor negativo

$X_{2FACE ESQ}$ e $X_{2FACE DIR}$ – Momentos fletores negativos nas faces do apoio, devido a ΔX_2

p – Valor máximo do carregamento distribuído, binário distribuído

$$p = \frac{6 \cdot \Delta X_2}{t^2} \quad (3.1)$$

Observa-se, na Figura 3.1, que aplicado o binário distribuído, a descontinuidade do gráfico dos momentos fletores dá lugar a um gráfico contínuo em que os momentos fletores, a partir das faces do apoio no sentido dos vãos, não se alteram.

Aplicando-se o critério do binário distribuído, juntamente com a reação de apoio distribuída, em um apoio intermediário típico de viga contínua, que leva em conta a rigidez dos pilares à flexão, obtém-se o seguinte aspecto no gráfico dos momentos fletores, conforme mostra a Figura 3.2.

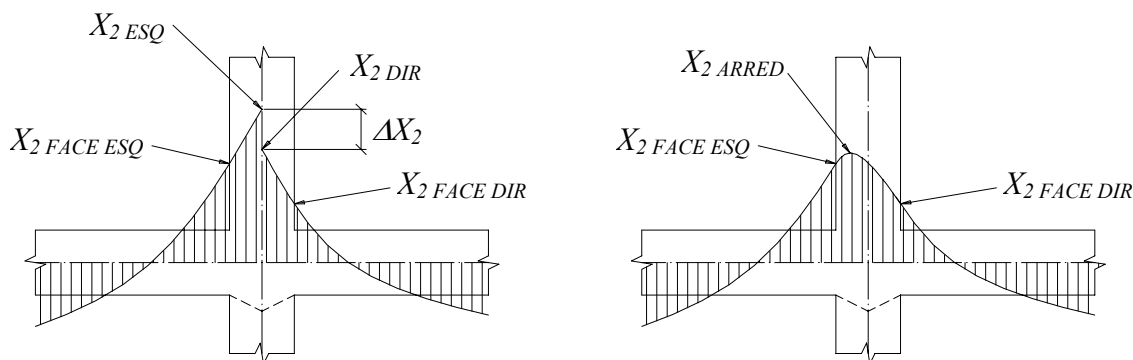


Figura 3.2: Arredondamento do gráfico de momento fletor negativo com binário distribuído

Sendo que na Figura 3.2:

X_{2ESQ} e X_{2DIR} – Momentos fletores negativos das extremidades dos vãos

$X_{2FACE ESQ}$ e $X_{2FACE DIR}$ – Momentos fletores negativos nas faces do apoio

X_{2ARRED} – Momento fletor negativo arredondado

Essa forma arredondada e contínua que assume o gráfico parece ser mais adequada ao modelamento da viga e é estudado neste trabalho.

3.2 Implementação computacional do modelo do Binário Distribuído

Com o objetivo de otimizar os estudos e testar um maior número de alternativas de modelos estruturais, elaborou-se uma planilha eletrônica que fornece o traçado gráfico dos momentos fletores das vigas contínuas; além disso, auxilia na análise desses esforços na região de interação com os pilares.

Essa planilha faz uma análise elástica linear da viga, onde, a cada ação aplicada, resulta em momentos fletores e esforços cortantes ao longo da viga, sendo que com o somatório desses esforços, referentes às várias ações aplicadas, obtém-se os esforços finais.

A planilha representa sempre dois vãos de uma viga contínua, no qual é analisado o apoio central. A partir dessa planilha consegue-se analisar qualquer apoio de uma viga contínua de múltiplos vãos, inclusive o apoio de extremidade.

Devem-se fornecer dados de entrada como os comprimentos dos vãos entre eixos de apoio e a extensão dos mesmos. A entrada de dados permite, por vão, a simulação de carregamento distribuído, duas cargas concentradas e os momentos fletores das extremidades dos vãos, conforme mostra a Figura 3.3.

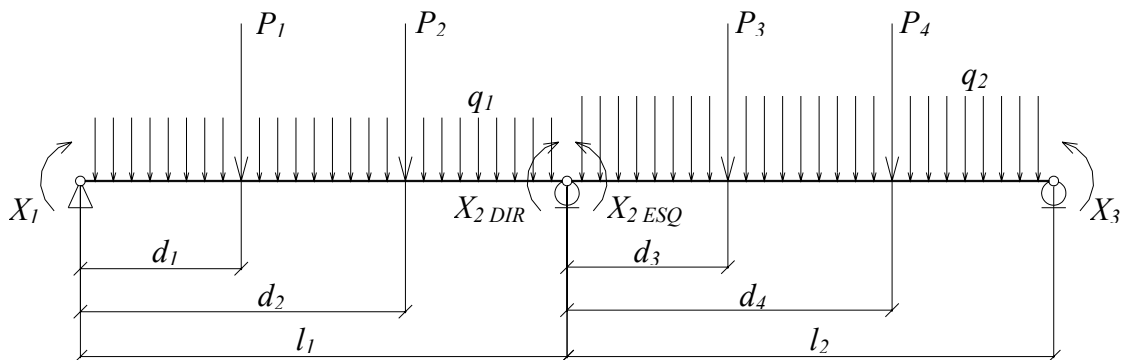


Figura 3.3: Esquema de cálculo de dois vãos de uma viga contínua

Sendo que na Figura 3.3:

l_1 e l_2 – Vãos

d_1, d_2, d_3 e d_4 – Distâncias dos pontos de aplicação das cargas concentradas

P_1, P_2, P_3 e P_4 – Cargas concentradas

q_1 e q_2 – Cargas distribuídas

$X_1, X_{2\text{ ESQ}}, X_{3\text{ DIR}}$ e X_4 – Momentos fletores nas extremidades dos vãos, incógnitas hiperestáticas da viga

Ressalta-se que é necessário o conhecimento das incógnitas hiperestáticas da viga, ou seja os momentos fletores negativos nas extremidades dos vãos, obtidos através de qualquer programa de análise estrutural.

Com o auxílio da planilha, o traçado do gráfico dos momentos fletores pode ser arredondado sobre o apoio central segundo os critérios da NBR-6118/2003, como mostra a Figura 3.4.

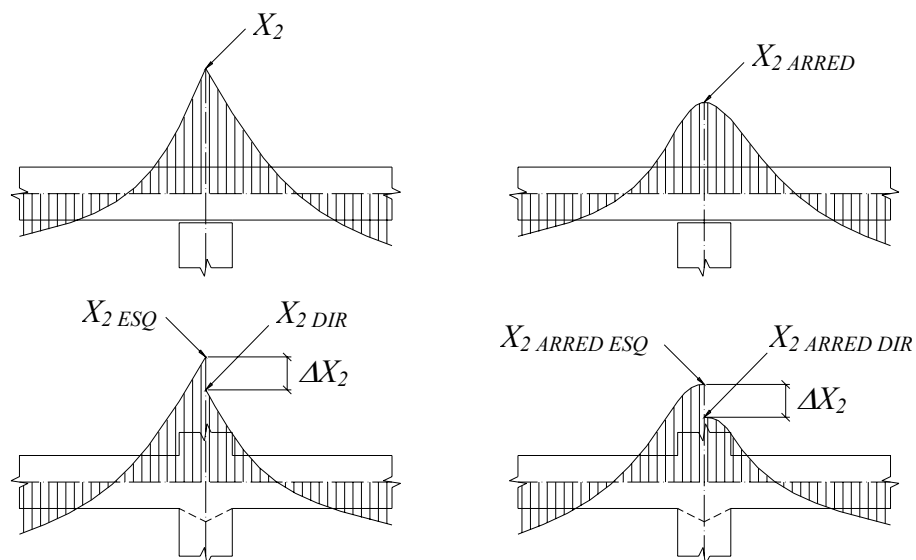


Figura 3.4: Arredondamento do gráfico de momentos fletores negativos, com ou sem ligação com os pilares

Sendo que na Figura 3.4:

$X_{2\text{ ARRED}}, X_{2\text{ ARRED ESQ}}$ e $X_{2\text{ ARRED DIR}}$ – Momentos fletores negativos arredondados

Pode-se também, arredondar o gráfico dos momentos fletores com descontinuidade do momento negativo, usando o procedimento do binário distribuído, de acordo com o que mostra a Figura 3.2.

Nota-se que o momento máximo negativo obtido no modelo com binário distribuído ($X_{2\text{ ARRED}}$) é sempre menor que no modelo da NBR-6118/2003 ($X_{2\text{ ARRED ESQ}}$), que arredonda os momentos a partir da face.

A planilha traz como recurso, ainda, a possibilidade de corrigir a linha de fecho dos diagramas de momentos fletores da viga a partir das faces dos apoios, gerando um segundo traçado gráfico. A razão desse recurso é justificada quando se tem a necessidade de analisar vigas que possuam trechos rígidos nos apoios, pois, na presença destes, a linha de fecho dos momentos é transferida para cima. Neste caso as incógnitas hiperestáticas são os momentos da face dos apoios, extraídos de um modelo elástico com trechos rígidos, porém não significa dizer que os trechos rígidos vão até a face do pilar; estes podem ter qualquer comprimento. Sendo assim a planilha traça automaticamente o gráfico dos momentos fletores arredondado sobre o apoio, pois tem todas as informações para isso, ou seja, momento fletor e cortante na face, reação do apoio e carregamento distribuído na viga. Neste segundo traçado gráfico pode-se também aplicar o binário distribuído, como é apresentado na Figura 3.5.

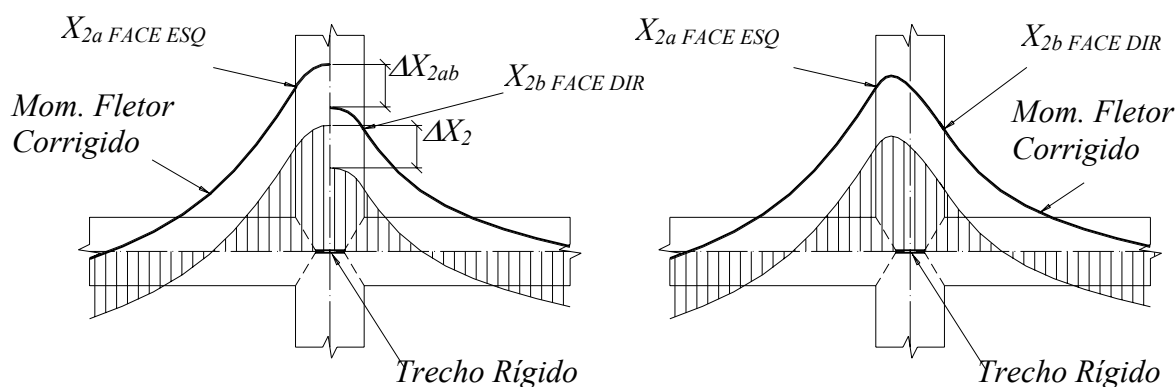


Figura 3.5: Correção dos gráficos dos momentos fletores negativos na presença de trecho rígido, com descontinuidade de momentos ou com binário distribuído

Sendo que na Figura 3.5:

$X_{2a \text{ FACE ESQ}}$ e $X_{2b \text{ FACE DIR}}$ – Momentos fletores negativos das faces dos apoios, incógnitas hiperestáticas da viga na presença de trechos rígidos

ΔX_{2ab} – Descontinuidade do momento fletor negativo corrigido

Definidos os momentos fletores sobre o apoio, consegue-se traçar, com o auxílio da planilha, um gráfico onde as ordenadas são as áreas de aço necessárias à flexão e as abscissas, as distâncias na região do apoio. Pode-se então visualizar ao longo da extensão do apoio a área de aço necessária ponto a ponto, conforme os exemplos das Figuras 3.6 e 3.7.

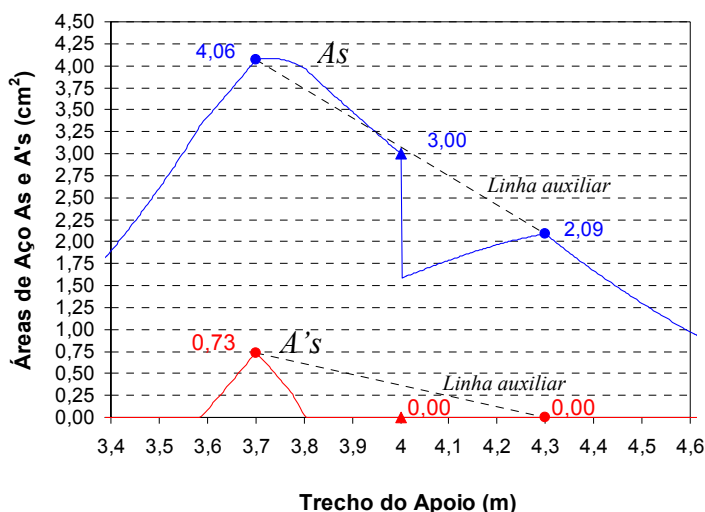


Figura 3.6: Gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do apoio, com descontinuidade de momentos

Sendo que na Figura 3.6:

A_s e $A's$ – Áreas de aço necessárias à flexão, tração e compressão respectivamente

Linha auxiliar – linha tracejada que une as áreas de aço das faces opostas do pilar e serve como referência

No gráfico da Figura 3.6, foi utilizado, para o cálculo das áreas de aço, momento fletor arredondado e descontínuo, do tipo da Figura 3.4. A extensão do

apoio adotada vai de 3,70m a 4,30m e considerou-se uma mísula de concreto para aumentar a altura efetiva da viga.

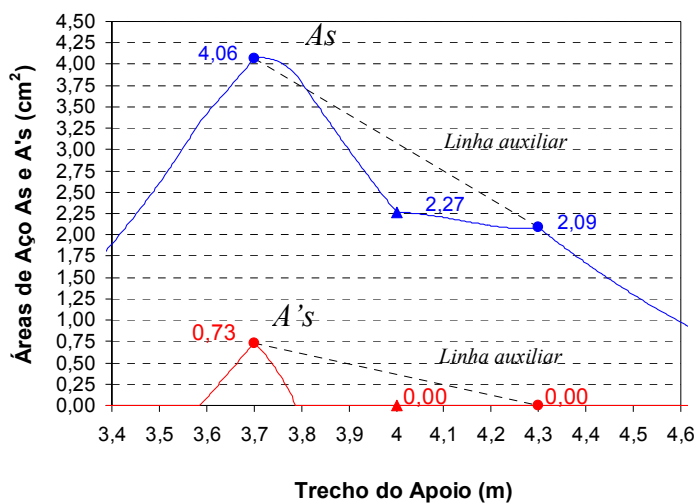


Figura 3.7: Gráfico das áreas de aço necessárias à flexão ao longo da extensão do apoio, com binário distribuído

Neste exemplo do gráfico da Figura 3.7, usou-se os parâmetros do exemplo anterior, porém aplicando o binário distribuído, do tipo da Figura 3.2.

Para o cálculo da armadura de flexão, a planilha possibilita a entrada da relação x/d limite, necessária para garantir a ductilidade da seção. Outro parâmetro a ser pré-estabelecido é a inclinação da mísula de concreto, bem como escolher se a armadura de compressão, eventualmente necessária, acompanha ou não a inclinação da referida mísula.

Lembrando que a relação x/d é a posição limite da linha neutra no ELU, onde “ x ” é a altura da linha neutra e “ d ” a altura útil da viga.

3.3 Exemplos numéricos

A fim de alcançar os objetivos deste trabalho e adequá-lo para aplicação prática, tem-se que escolher de forma adequada os modelos estudados.

Como o tema principal é o de analisar as vigas e suas ligações com os pilares, são destacadas, de uma estrutura espacial hipotética, vigas que sejam representativas dentro da estrutura em estudo.

Nestas vigas estão considerados todos os carregamentos verticais pertinentes da estrutura, ou seja, as reações das lajes e o carregamento de paredes. Não foi considerada a ação do vento.

A estrutura escolhida foi proposta por Pitta (1988) e constitui-se de uma edificação de 5,00 m de largura por 20,00 m de comprimento e altura total de 13,00 m, com três lajes de piso e uma de cobertura. Os pilares são de 20x30 cm, as vigas longitudinais de 15x40 cm e as transversais de 13x55 cm, conforme apresentado na Figura 3.8.

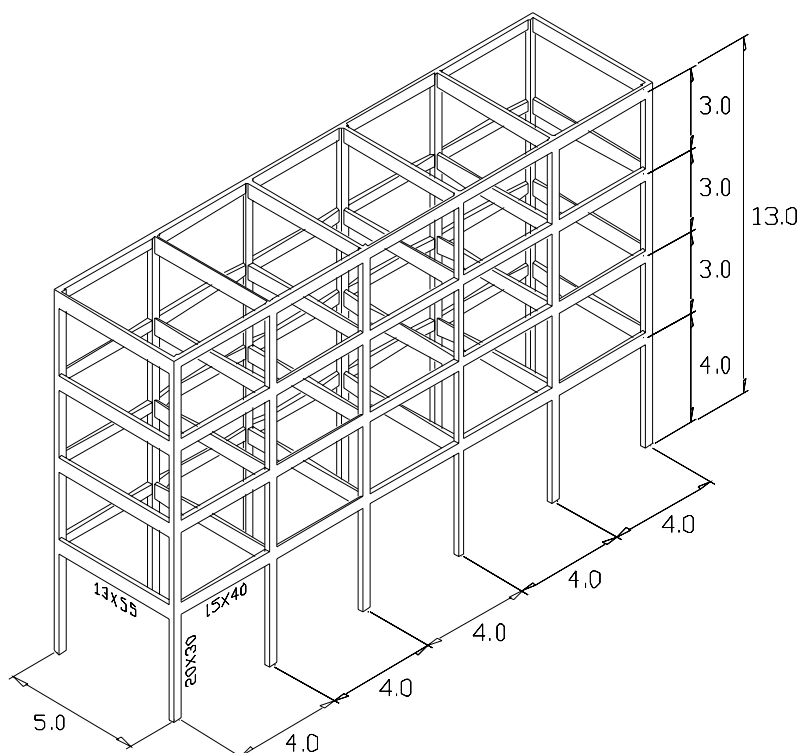


Figura 3.8: Pórtico espacial (dimensões do pórtico em metros e das seções transversais em centímetros)

3.3.1 Caso 1

Destacou-se da estrutura hipotética, para os estudos subseqüentes, uma das vigas longitudinais que recebem laje de piso, com a geometria apresentada na Figura 3.9 e o esquema estrutural e de carregamento indicado na Figura 3.10.

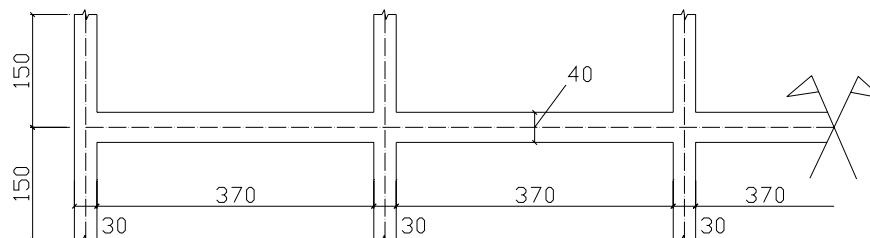


Figura 3.9: Geometria da viga, Caso 1 (dimensões em cm)

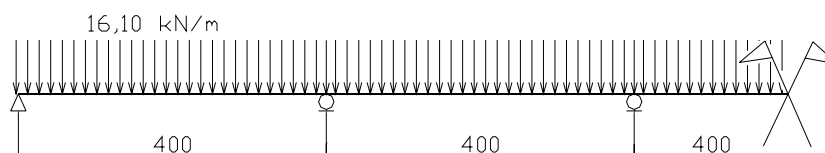


Figura 3.10: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 1 (dimensões em cm)

Chamou-se de “Caso 1” a esse conjunto de geometria da viga, esquema estrutural e de carregamento. A partir deste caso foram gerados outros, com a modificação de alguns parâmetros.

3.3.2 Caso 2

Neste caso, foi alterada a geometria da viga, aumentando a extensão dos apoios para 0,60 m.

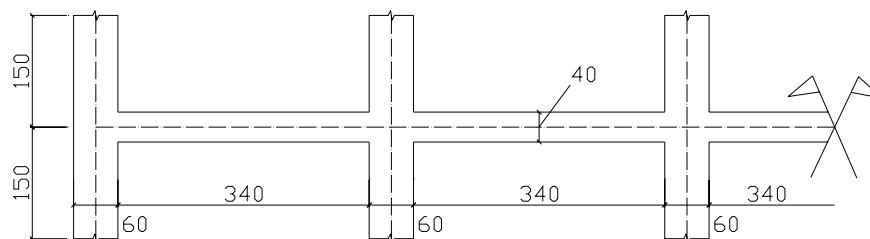


Figura 3.11: Geometria da viga, Caso 2 (dimensões em cm)

3.3.3 Caso 3

Modificou-se a geometria da viga, aumentando a extensão dos apoios internos para 1,00m e os externos para 0,60m.

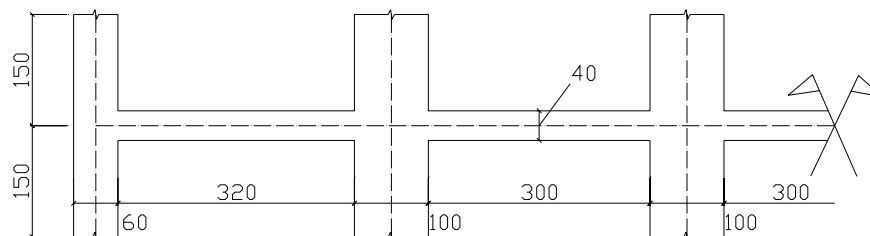


Figura 3.12: Geometria da viga, Caso 3 (dimensões em cm)

3.3.4 Caso 4

Aqui, foi considerada a solidariedade dos pilares com a viga, segundo o critério da NBR 6118/2003, no item “14.6.7.1”, alterando o esquema estrutural da viga.

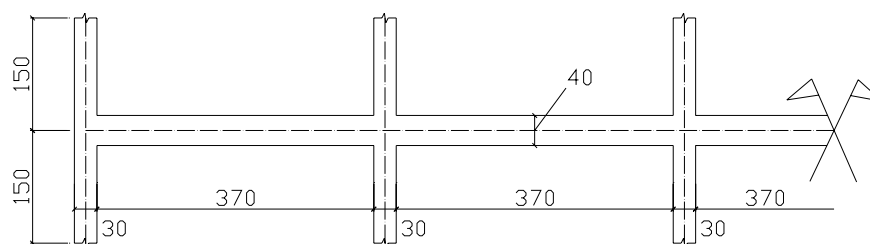


Figura 3.13: Geometria da viga, Caso 4 (dimensões em cm)

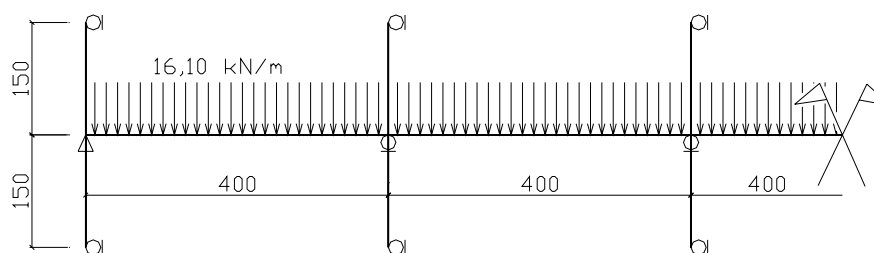


Figura 3.14: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 4 (dimensões em cm)

3.3.5 Caso 5

Neste caso, foram alterados geometria e esquema estrutural da viga, conforme aparecem nas Figuras 3.15 e 3.16.

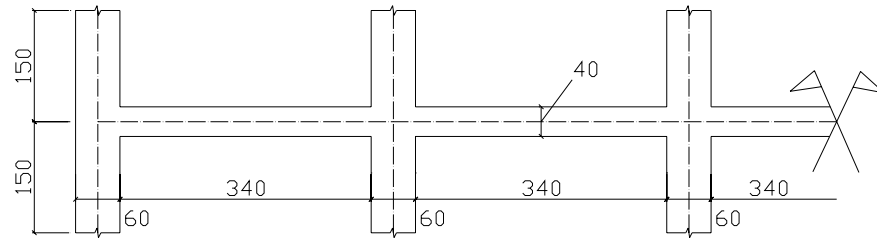


Figura 3.15: Geometria da viga, Caso 5 (dimensões em cm)

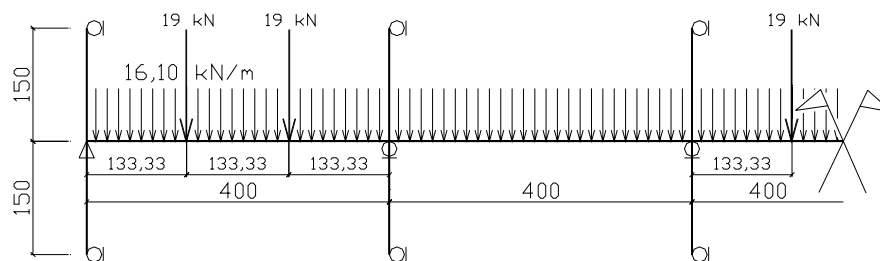


Figura 3.16: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 5 (dimensões em cm)

3.3.6 Caso 6

Analogamente ao caso anterior, neste foram alterados geometria e esquema estrutural da viga, de acordo com as Figuras 3.17 e 3.18.

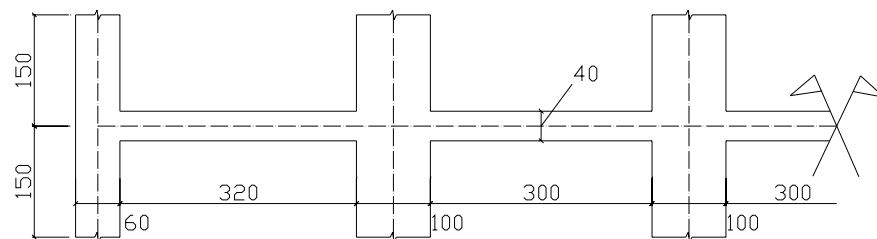


Figura 3.17: Geometria da viga, Caso 6 (dimensões em cm)

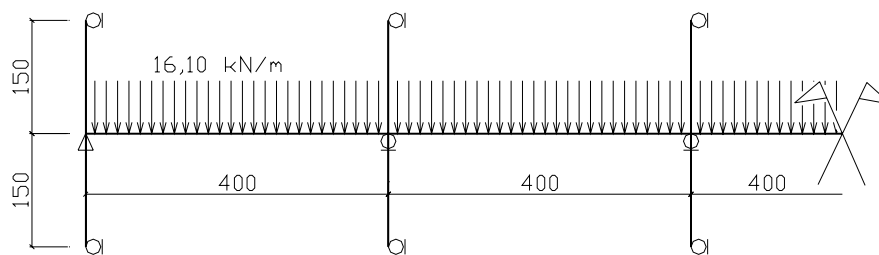


Figura 3.18: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 6 (dimensões em cm)

3.3.7 Caso 7

Foram acrescentadas, neste caso, duas cargas concentradas em vãos alternados da viga, para aumentar a descontinuidade dos momentos negativos sobre os apoios.

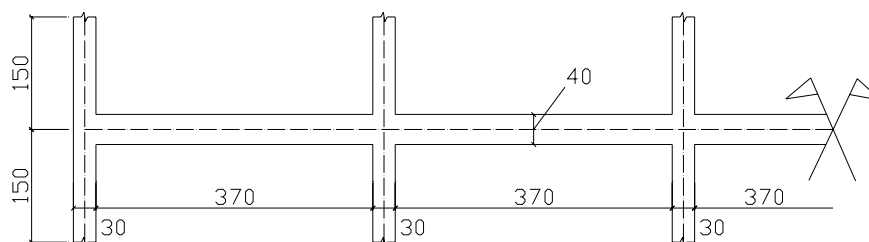


Figura 3.19: Geometria da viga, Caso 7 (dimensões em cm)

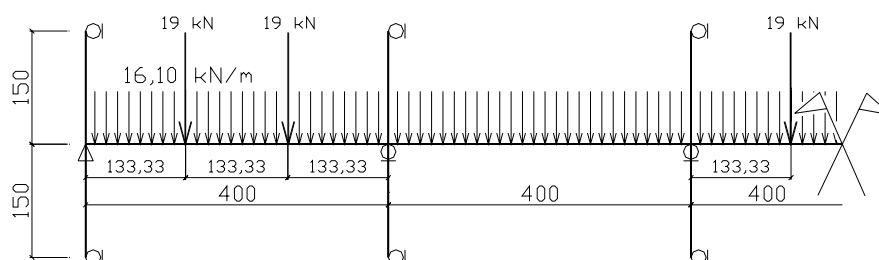


Figura 3.20: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 7 (dimensões em cm)

3.3.8 Caso 8

Este caso é igual ao caso anterior, mas com largura dos apoios de 60cm.

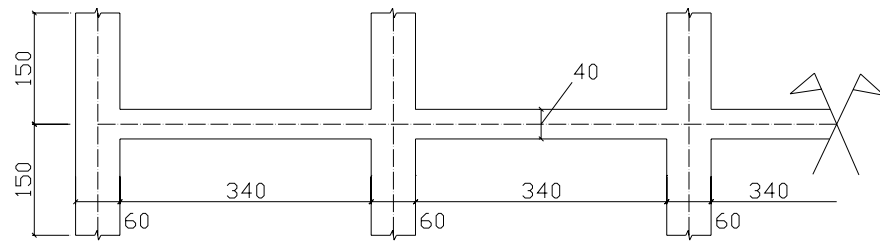


Figura 3.21: Geometria da viga, Caso 8 (dimensões em cm)

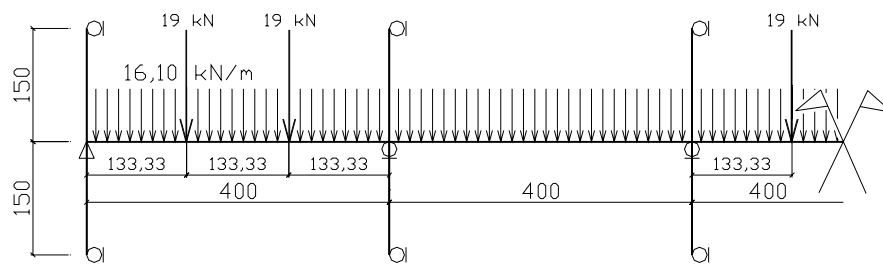


Figura 3.22: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 8 (dimensões em cm)

3.3.9 Caso 9

Neste caso, novamente, foram alteradas as dimensões dos pilares internos para 1m.

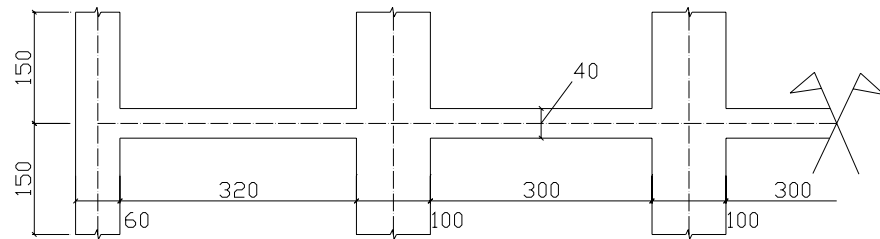


Figura 3.23: Geometria da viga, Caso 9 (dimensões em cm)

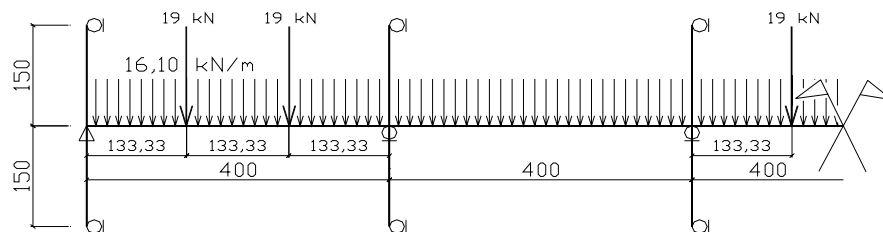


Figura 3.24: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 9 (dimensões em cm)

3.3.10 Caso 10

Este caso baseou-se no “Caso 2” e foram acrescentados trechos rígidos na viga, segundo a NBR 6118/2003 (ver item 2.5 deste trabalho).

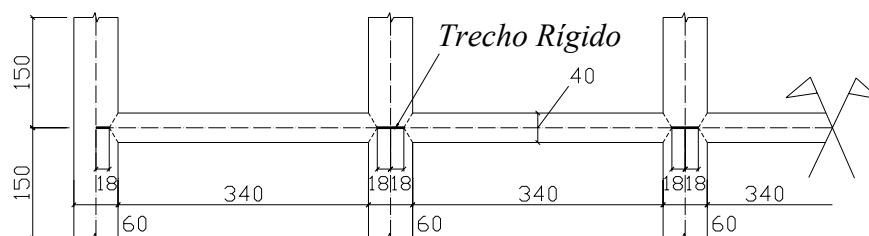


Figura 3.25: Geometria da viga, Caso 10 (dimensões em cm)

3.3.11 Caso 11

Analogamente ao “Caso 10”, neste caso, foram acrescentados trechos rígidos na viga, mas com pilares intermediários de 1m.

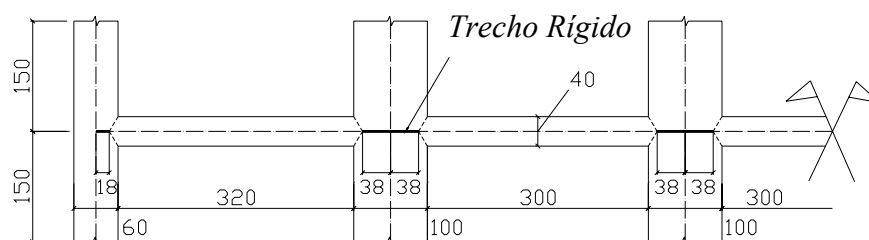


Figura 3.26: Geometria da viga, Caso 11 (dimensões em cm)

3.3.12 Caso 12

Este caso baseou-se no “Caso 5” e foram acrescentados trechos rígidos na viga, iguais ao da Figura 3.25.

3.3.13 Caso 13

Da mesma forma que o caso anterior, este foi baseado no “Caso 6” e foram acrescentados trechos rígidos na viga, iguais ao da Figura 3.26.

3.3.14 Caso 14

Este caso baseou-se no “Caso 8” e foram acrescentados trechos rígidos na viga, iguais ao da Figura 3.25.

3.3.15 Caso 15

Finalmente, tendo como base o “Caso 9”, acrescentam-se trechos rígidos na viga, iguais ao da Figura 3.26.

3.4 Resumos dos casos

A fim de facilitar a visualização e servir de consulta rápida, elaborou-se um resumo dos casos de forma gráfica, conforme mostra a Figura 3.27.

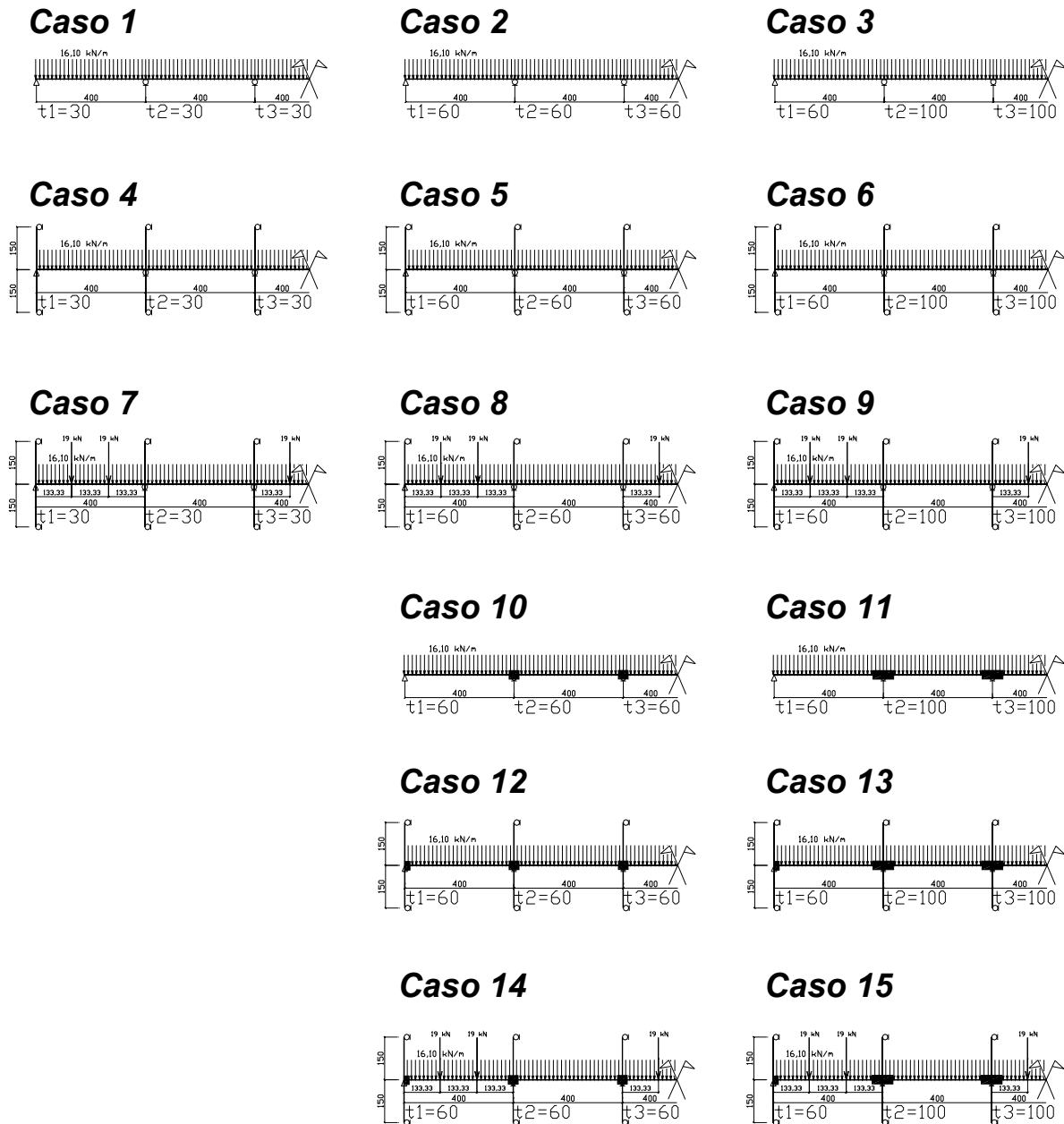


Figura 3.27: Resumo dos Casos

4 RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo foram estudadas dezoito regiões de apoio, de um total de quinze casos propostos, com o auxílio da planilha eletrônica apresentada anteriormente. Inicialmente, para a realização dos estudos, obtiveram-se as incógnitas hiperestáticas de cada caso, com a ajuda do programa de análise estrutural “SAP2000”.

Posteriormente foram escolhidos os apoios a serem estudados, sendo estes; o segundo apoio (*Apoio 2*), para os quinze casos propostos, e o primeiro apoio (*Apoio 1*), somente para os casos 7, 8 e 14, como ilustra a Figura 4.1.

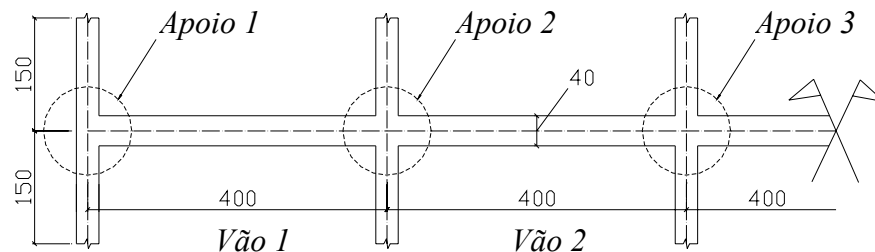


Figura 4.1: Indicação dos vãos e dos apoios estudados (dimensões em cm)

Para o cálculo das áreas de aço necessárias à flexão sobre os apoios, salvo indicado, foram adotados os seguintes parâmetros:

$f_{ck} = 15 \text{ MPa}$ (resistência característica à compressão do concreto)

$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ (resistência característica ao escoamento do aço de armadura passiva)

$\gamma_f = 1,4$ (coeficiente de ponderação das ações)

$h = 40 \text{ cm}$ (altura da viga)

$b_w = 15 \text{ cm}$ (largura da viga)

$d' = 3,5 \text{ cm}$ (distância entre o eixo da armadura de compressão e a face mais próxima)

$d'' = 3,5 \text{ cm}$ (distância entre o eixo da armadura de tração e a face mais próxima)

$x/d = 0,5$ (posição limite da linha neutra no ELU, “x” é a altura da linha neutra e “d” a altura útil)

$mísula = 1:2$ (inclinação da mísula, que define a altura efetiva da viga)

Foi utilizado concreto com $f_{ck} = 15 \text{ MPa}$, pois Pitta (1988) adotou essa resistência de concreto em sua estrutura proposta. Além disso, conforme será

mostrado mais adiante, valores maiores de f_{ck} são mais favoráveis ao estudo proposto.

4.1 Caso 1 (Apoio 2)

Com o objetivo de apresentar os casos típicos, foram selecionadas seis regiões de apoio estudadas, incluindo a da Figura 4.2, apresentada a seguir. As demais estão disponíveis em anexo.

4.1.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

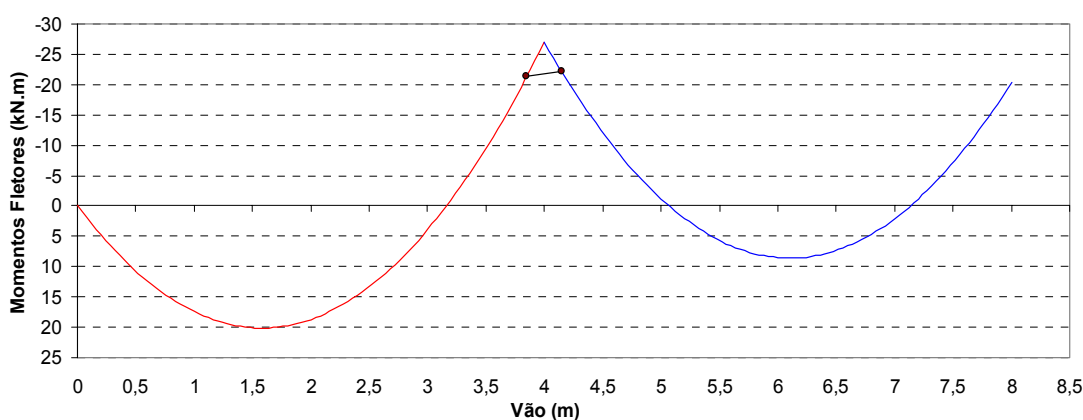


Figura 4.2: Momentos fletores, Caso 1

Incógnitas hiperestáticas:

$$X_1 = 0 \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 1})$$

$$X_2 = -26,98 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_3 = -20,38 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 3})$$

Acima estão listadas as incógnitas hiperestáticas extraídas do programa de análise estrutural e que serviram de entrada de dados para a planilha eletrônica. Com elas e demais dados, a planilha fornece o gráfico da Figura 4.2, que mostra o traçado inicial dos momentos fletores e geram informações para o próximo gráfico da Figura 4.3.

Na Figura 4.2, pode-se observar que são desprezadas as ligações da viga com os pilares, pois no Apoio 1 não existe momento fletor, e no Apoio 2 não há descontinuidade nos momentos. Apesar das ligações existirem e não serem

consideradas, esse é um procedimento usual em projeto de estruturas. Na mesma figura estão representados também os dois pontos, sobre o traçado gráfico, que representam os momentos fletores das faces do apoio.

4.1.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003.

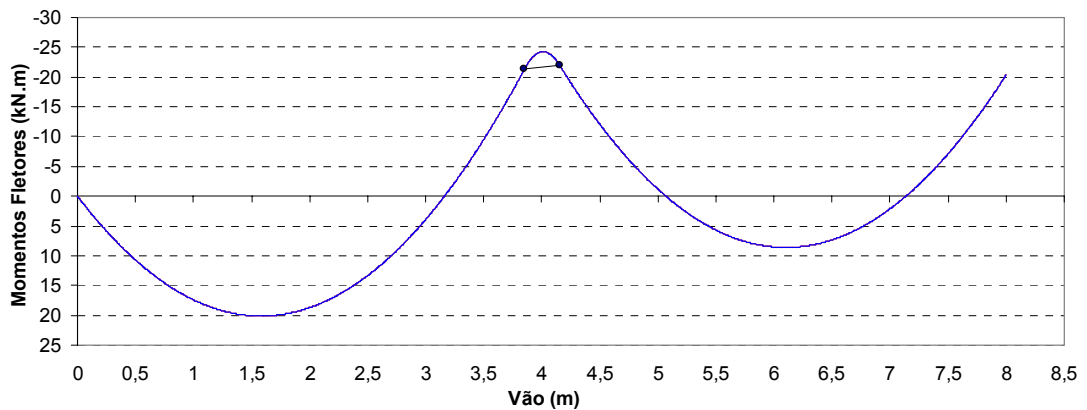


Figura 4.3: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 1

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 20,12 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 8,60 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -24,26 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -21,32 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -22,08 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

Acima estão os resultados obtidos a partir da Figura 4.3. Neste gráfico é traçado novamente o diagrama de momentos fletores, que só difere do gráfico da Figura 4.2 na região do apoio, onde é feito o arredondamento segundo os critérios da NBR 6118/2003. Aparecem também indicados os pontos dos momentos fletores nas faces do apoio.

4.1.3 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 4.3.

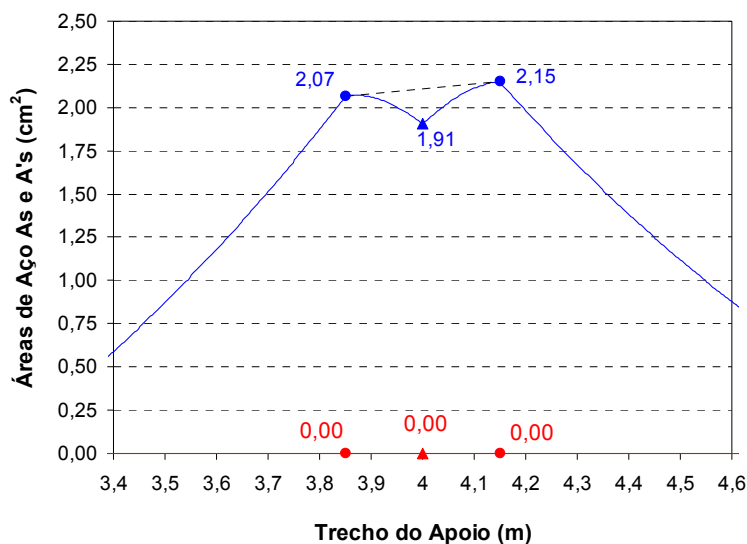


Figura 4.4: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 1

Resultados:

$$A_{SX2} = 1,91 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionado, eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE ESQ}} = 2,07 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionado, face esquerda do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE DIR}} = 2,15 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionado, face direita do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX ESQ}} = 2,07 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionado, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX DIR}} = 2,15 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionado, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

Acima estão os resultados obtidos a partir da Figura 4.4. O traçado gráfico, ponto a ponto, das áreas de aço é conseguido com base nos momentos fletores da Figura 4.3 e com os parâmetros adotados no item 4, destacando-se o uso da mísula de concreto, na região que compreende a extensão do apoio, indo de 3,85 a 4,15m. Nota-se que com o uso da mísula a tendência da área de aço é diminuir da face em direção ao eixo do apoio.

4.2 Caso 2 (Apoio 2)

4.2.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

Igual ao da Figura 4.2, Caso 1 (Apoio 2).

4.2.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003.

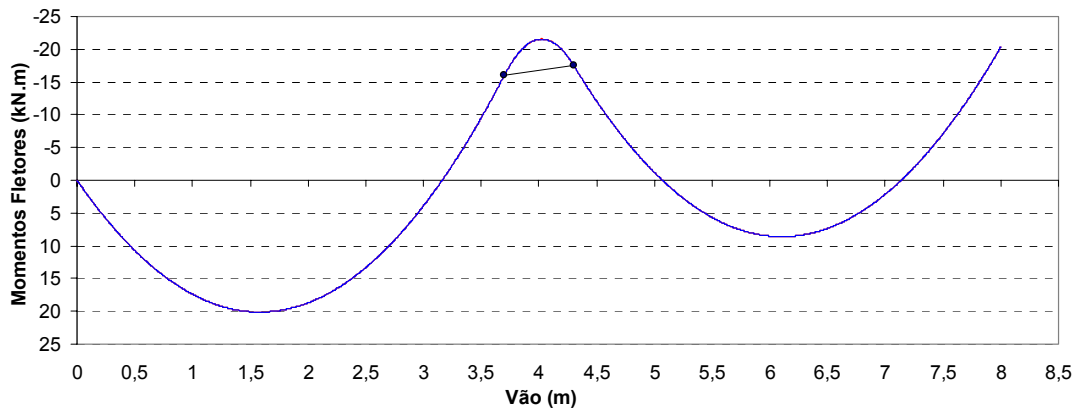


Figura 4.5: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 2

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 20,12 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 8,60 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -21,55 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -16,02 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -17,55 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

Neste caso, foram aumentadas as extensões dos apoios e é notado um achatamento dos momentos fletores negativos, no Apoio 2.

4.2.3 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 4.5.

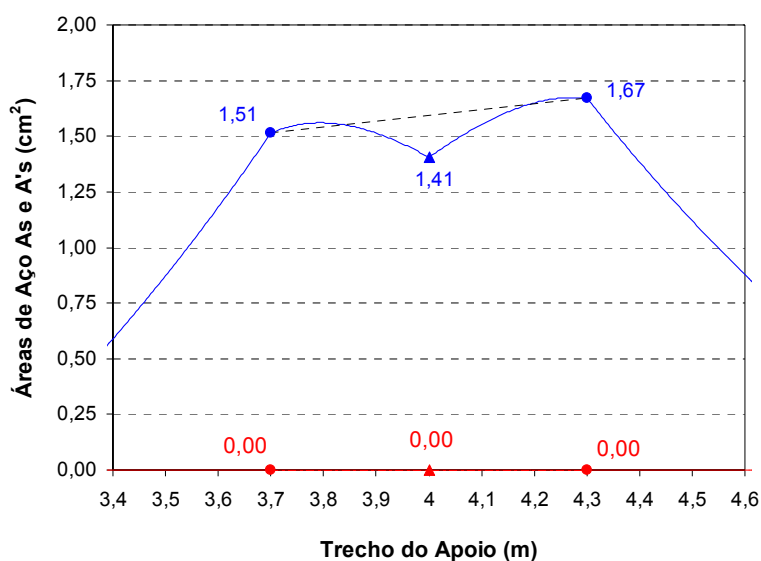


Figura 4.6: Áreas de aço, NBR 6118/2003 , Caso 2

Resultados:

$$A_{SX2} = 1,41 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionado, eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE ESQ}} = 1,51 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionado, face esquerda do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE DIR}} = 1,67 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionado, face direita do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX ESQ}} = 1,56 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionado, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX DIR}} = 1,67 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionado, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

Na Figura 4.6, observa-se que existe a tendência das áreas de aço próximas às faces do apoio de aumentarem levemente e depois diminuir em direção ao eixo deste e ainda os valores das áreas de aço diminuem em relação ao caso anterior. Estes fatos estão associados ao aumento da extensão do apoio, que achatam os momentos fletores arredondados, diminuindo a taxa de armadura, conferindo então, a tendência do gráfico crescer no sentido das faces.

4.3 Caso 3 (Apoio 2)

4.3.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

Igual ao da Figura 4.2, Caso 1 (Apoio 2).

4.3.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003.

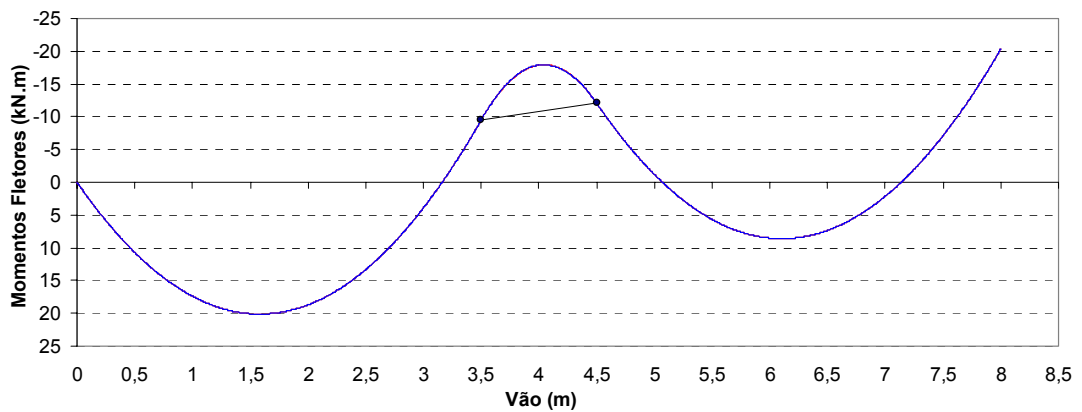


Figura 4.7: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 3

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 20,12 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 8,60 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -17,94 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -9,52 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -12,07 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

No presente caso, novamente são aumentadas as extensões dos apoios internos, achatando ainda mais os momentos fletores negativos, no Apoio 2.

4.3.3 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 4.7.

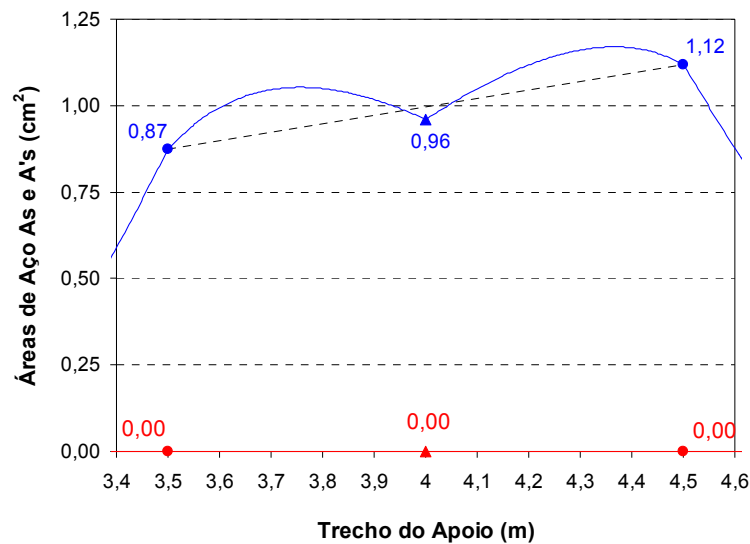


Figura 4.8: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 3

Resultados:

$$A_{SX2} = 0,96 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE ESQ}} = 0,87 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE DIR}} = 1,12 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX ESQ}} = 1,05 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX DIR}} = 1,17 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

Na Figura 4.8, como no caso anterior, em função do aumento da extensão do apoio, diminuem os valores das áreas de aço, e com isso a taxa de armadura e se mantém a tendência do gráfico crescer no sentido das faces. Na face esquerda do apoio, a armadura obtida está abaixo da mínima ($0,90\text{cm}^2$); contudo, esta foi mantida para efeito dos estudos subseqüentes.

4.4 Caso 8 (Apoio 2)

4.4.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

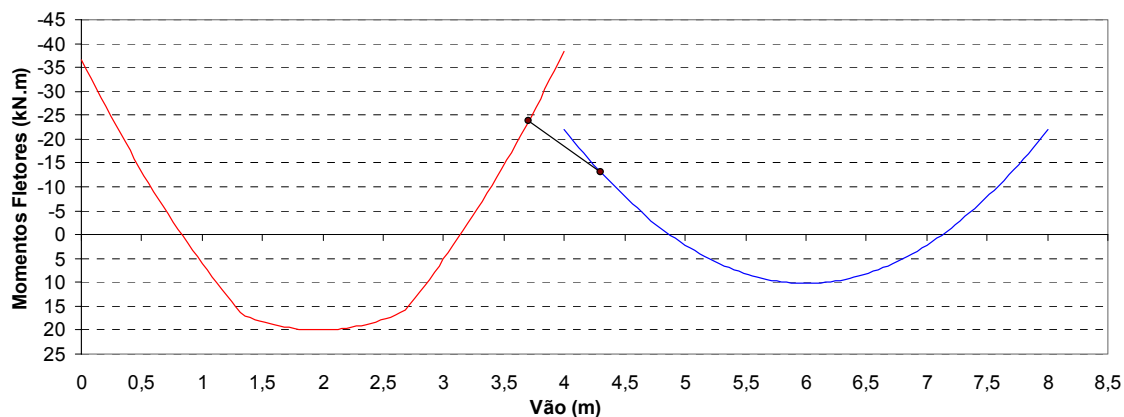


Figura 4.9: Momentos fletores, Caso 8

Incógnitas hiperestáticas:

$$X_1 = -36,62 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 1})$$

$$X_{2_{ESQ}} = -38,44 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2_{DIR}} = -21,99 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_3 = -21,94 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 3})$$

De acordo com a Figura 4.9, pode-se observar que foram consideradas as ligações da viga com os pilares, devidas ao engastamento com o Apoio 1 e à descontinuidade sobre o Apoio 2.

4.4.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003.

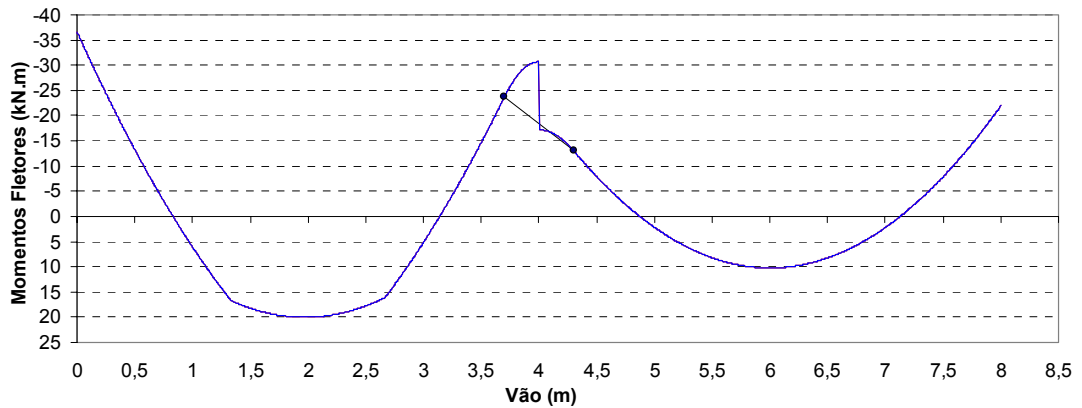


Figura 4.10: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 8

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 20,00 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 10,23 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED ESQ}} = -30,69 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED DIR}} = -17,15 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -23,67 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -13,05 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

A Figura 4.10 mostra o aspecto do gráfico de momentos fletores, no qual, para cada lado do Apoio 2, são feitos os arredondamentos e mantém-se a descontinuidade, segundo os critérios da NBR 6118/2003.

4.4.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, binário distribuído.

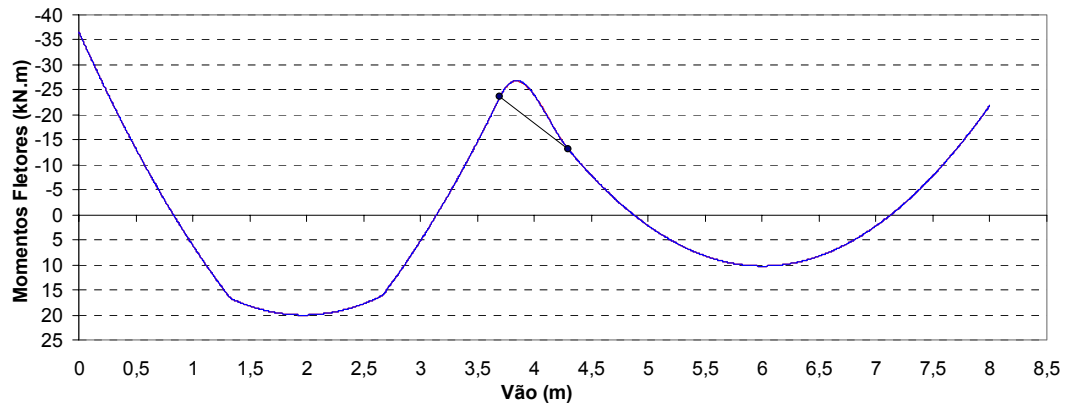


Figura 4.11: Momentos fletores binário distribuído, Caso 8

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 20,00 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 10,23 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -26,74 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -23,67 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -13,05 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

Na Figura 4.11 vê-se a forma arredondada e contínua que assume o gráfico de momentos fletores, quando é aplicado o binário distribuído.

4.4.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 4.10.

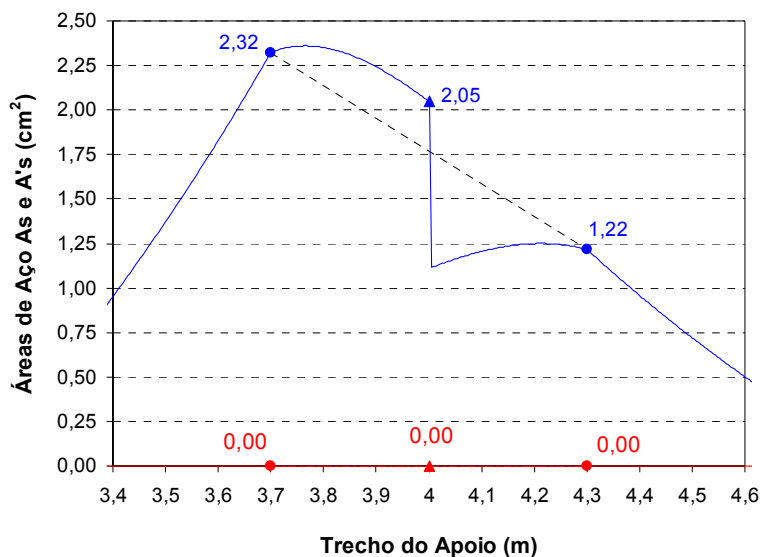


Figura 4.12: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 8

Resultados:

$$A_{SX2} = 2,05 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE ESQ}} = 2,32 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE DIR}} = 1,22 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX ESQ}} = 2,36 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX DIR}} = 2,05 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

Conforme se pode observar na Figura 4.12, a descontinuidade dos momentos fletores é refletida no traçado das áreas de aço e o seu ponto máximo fica adjacente à face esquerda do apoio e com um valor muito próximo ao desta.

4.4.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 4.11.

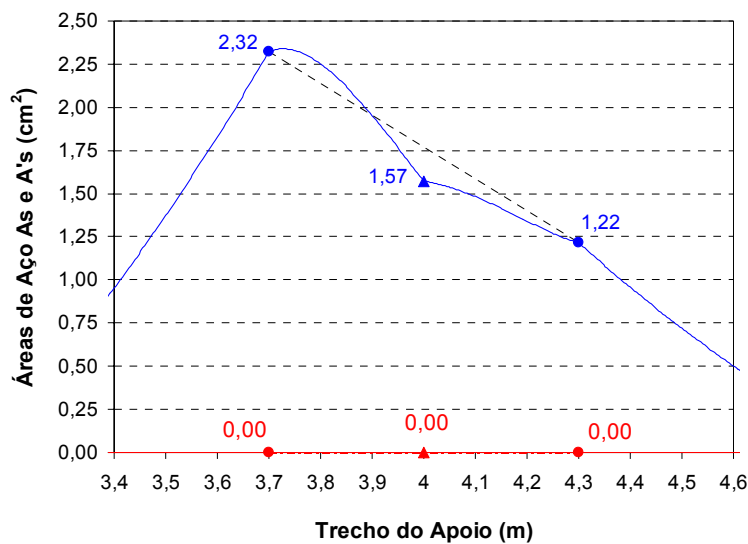


Figura 4.13: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 8

Resultados:

$$A_{SX2} = 1,57 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE ESQ}} = 2,32 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE DIR}} = 1,22 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX ESQ}} = 2,34 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX DIR}} = 1,57 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

Na Figura 4.13, diferente da figura anterior, o traçado das áreas de aço passa a ser contínuo e mais achatado, da face esquerda para dentro do apoio e com um ponto de inflexão no eixo deste, isto porque a mísula atinge aí o seu valor máximo. A área de aço máxima, como na figura anterior, também é obtida adjacente à face esquerda do apoio, porém com valor um pouco menor.

4.5 Caso 14 (Apoio 2)

4.5.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

Igual ao da Figura 4.29, Caso 8 (Apoio 2).

4.5.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003, e momentos fletores corrigidos.

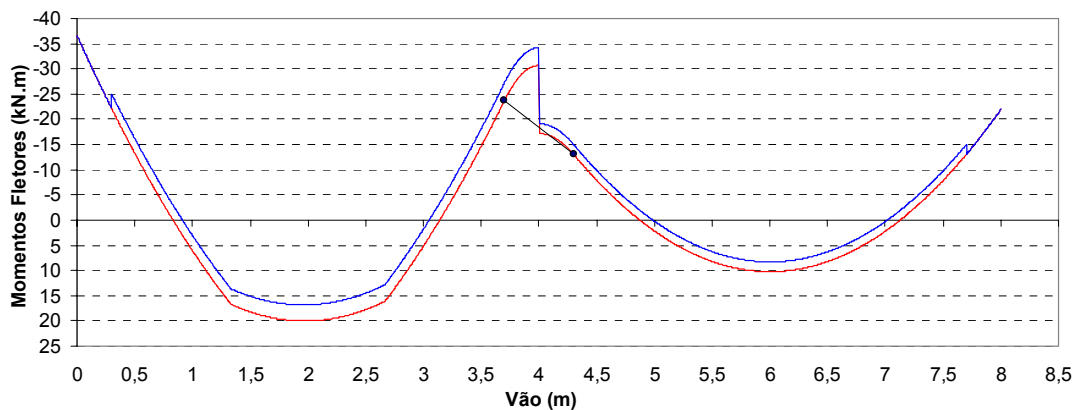


Figura 4.14: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 14

Resultados referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_{1\text{ máx}} = 16,82 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 8,28 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED ESQ}} = -34,22 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED DIR}} = -19,12 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -27,17 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -15,01 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

Na figura acima, pode-se ver a correção no gráfico de momentos fletores, gerado pela planilha, onde o traçado é transferido para cima, em função da presença de trechos rígidos nos apoios. Os dados de entrada necessários para executar essa correção são os momentos das faces dos apoios de um modelo com trechos rígidos, obtidos do programa de análise estrutural.

4.5.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, binário distribuído e momentos fletores corrigidos.

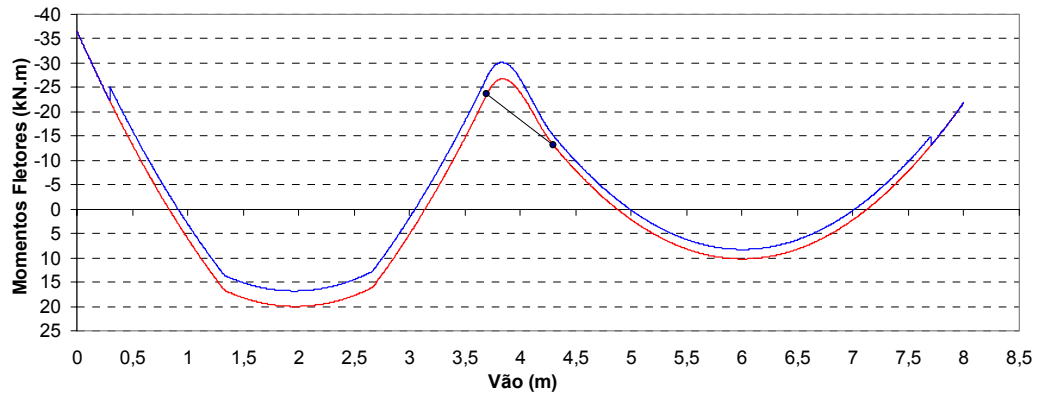


Figura 4.15: Momentos fletores binário distribuído e corrigidos, Caso 14

Resultados referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_{1\text{ máx}} = 16,82 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 8,28 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -30,14 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -27,17 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -15,01 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

Da mesma forma que o anterior, porém agora usando o binário distribuído, na Figura 4.15, pode-se observar a correção no gráfico de momentos fletores, gerado pela planilha.

4.5.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico corrigido da Figura 4.14.

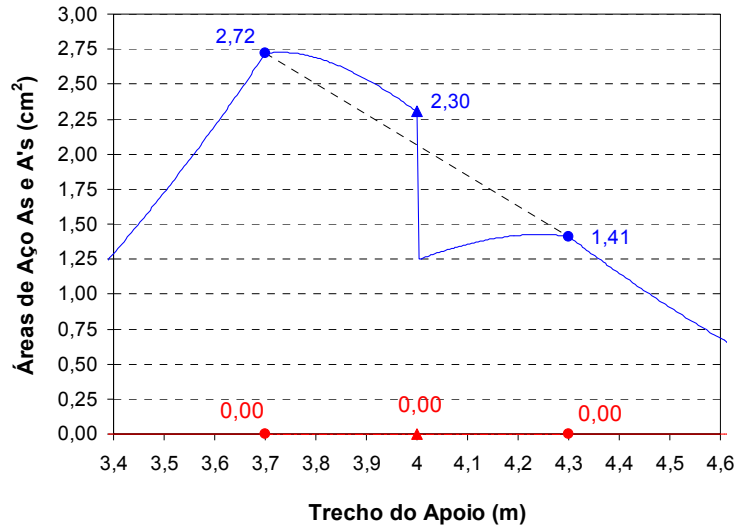


Figura 4.16: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 14

Resultados:

$$A_{SX2} = 2,30 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE ESQ}} = 2,72 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE DIR}} = 1,41 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX ESQ}} = 2,73 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX DIR}} = 2,30 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

Para a figura acima valem as mesmas observações feitas para Figura 4.12, do caso anterior. Contudo, constata-se que os aumentos dos momentos fletores devidos aos trechos rígidos ocasionaram o aumento da taxa de armadura, que por sua vez, achatou o traçado gráfico, aumentando a relação entre a área de aço da face esquerda do apoio e a máxima área tracionada.

4.5.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico corrigido da Figura 4.15.

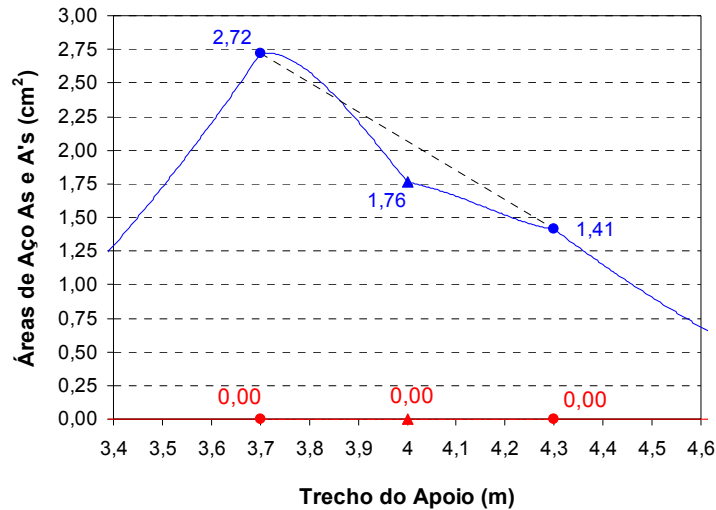


Figura 4.17: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 14

Resultados:

$$A_{SX2} = 1,76\text{cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE ESQ}} = 2,72 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ FACE DIR}} = 1,41 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX ESQ}} = 2,72 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$A_{SX2 \text{ MÁX DIR}} = 1,76 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

Como se vê na figura acima, o traçado gráfico é contínuo e característico de quando é obtido a partir de momentos fletores arredondados segundo o critério do binário distribuído. Ressalta-se que em comparação ao do caso anterior, Figura 4.13, neste, a área de aço da face esquerda do apoio igualou-se à máxima.

4.6 Caso 8 (Apoio 1)

4.6.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

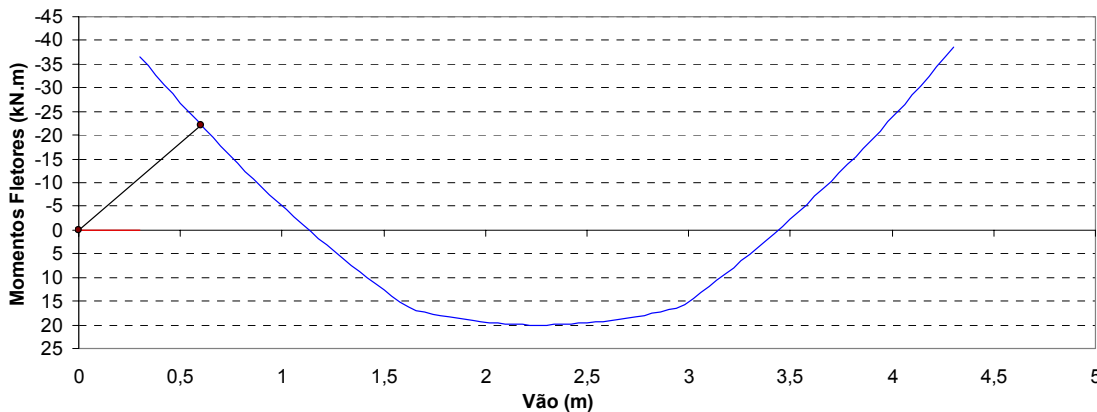


Figura 4.18: Momentos fletores vão 1, Caso 8

Incógnitas hiperestáticas:

$$X_1 = -36,62 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 1})$$

$$X_{2_{ESQ}} = -38,44 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo à esquerda, Apoio 2})$$

Na Figura 4.18 é representado somente o Vão 1 da viga, onde é estudada a ligação rígida à flexão desta, com o pilar de extremidade, Apoio 1.

4.6.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 1, segundo a NBR 6118/2003.

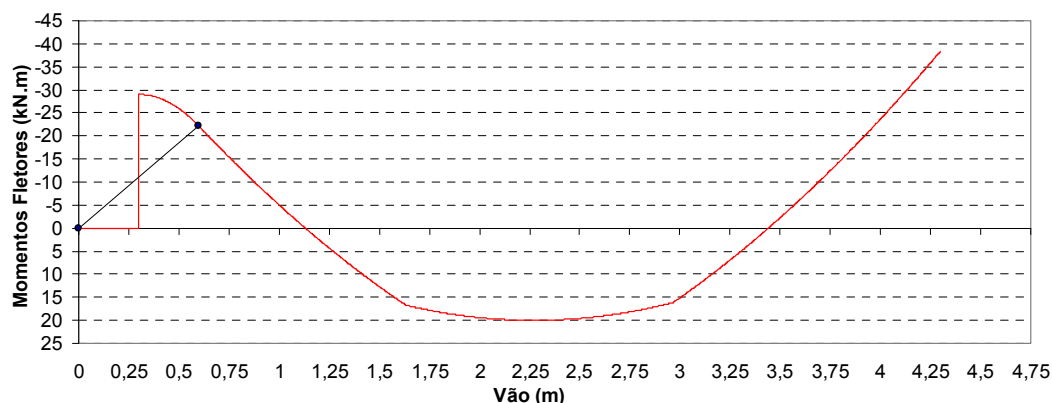


Figura 4.19: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 8

Resultados:

$$M_{I \text{ máx}} = 20,00 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$X_{I \text{ ARRED DIR}} = -29,01 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo à direita, Apoio 1})$$

$$X_{I \text{ FACE DIR}} = -22,12 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 1})$$

Na Figura 4.19 o arredondamento dos momentos fletores é feito somente no lado direito do Apoio 1, preservando a descontinuidade no eixo do pilar.

4.6.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 1, binário distribuído.

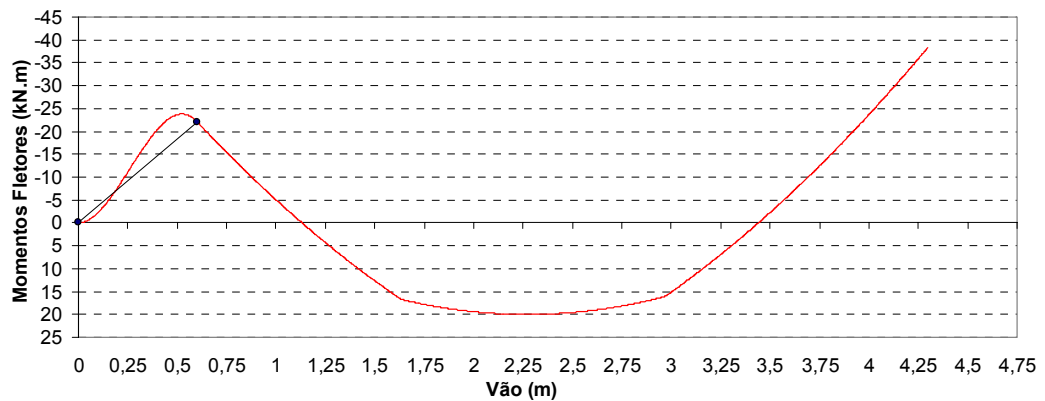


Figura 4.20: Momentos fletores binário distribuído, Caso 8

Resultados:

$$M_{I \text{ máx}} = 20,00 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$X_{I \text{ ARRED}} = -23,80 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo à direita, Apoio 1})$$

$$X_{I \text{ FACE DIR}} = -22,12 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 1})$$

Usando o binário distribuído, observa-se na Figura 4.20 que o traçado dos momentos fletores parte da face esquerda do Apoio 1 com valor igual a zero e continuamente formando uma curva reversa, chega à face direita com o valor do momento desta.

4.6.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 1, com base no gráfico da Figura 4.19.

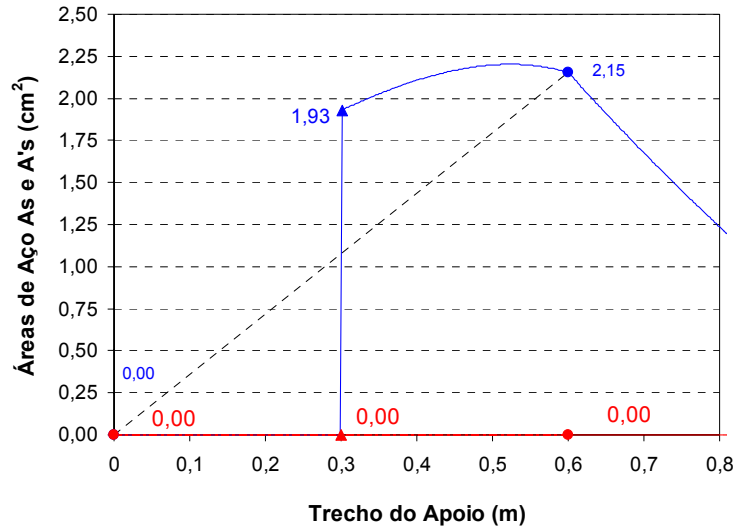


Figura 4.21: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 8

Resultados:

$$ASX_1 = 1,93 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 1})$$

$$ASX_{1 \text{ FACE DIR}} = 2,15 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 1})$$

$$ASX_{1 \text{ MÁX DIR}} = 2,20 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 1})$$

Conforme a Figura 4.21, a descontinuidade dos momentos fletores repete-se no traçado das áreas de aço e o seu ponto máximo fica adjacente à face direita do apoio e com um valor muito próximo ao desta.

4.6.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 1, com base no gráfico da Figura 4.20.

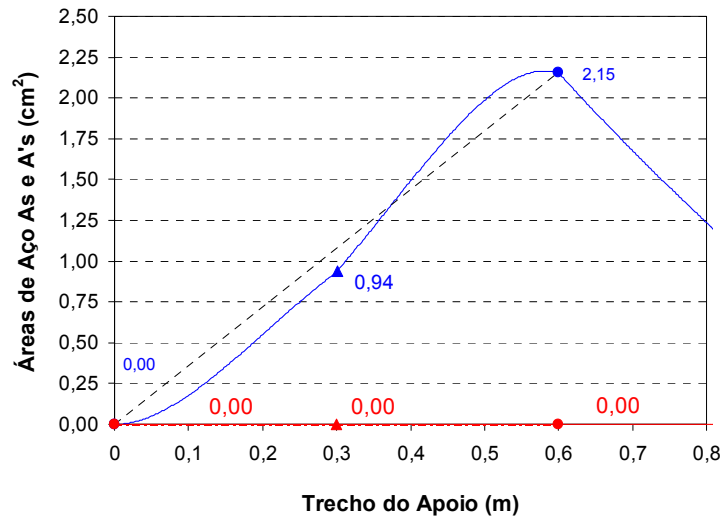


Figura 4.22: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 8

Resultados:

$$ASX_1 = 0,94 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 1})$$

$$ASX_{1 \text{ FACE DIR}} = 2,15 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 1})$$

$$ASX_{1 \text{ MÁX DIR}} = 2,17 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 1})$$

Na Figura 4.22, da mesma forma que os momentos fletores, o traçado gráfico apresenta uma curva contínua e reversa e a área de aço máxima, como na figura anterior, também é obtida adjacente à face direita do apoio, contudo com valor um pouco menor.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com o objetivo de organizar e analisar os resultados dos casos estudados, foram elaboradas sete tabelas, onde foram obtidas várias relações importantes para a compreensão do assunto.

5.1.1 Momentos e Armaduras dos casos estudados

Na Tabela 5.1, fez-se a coleta de resultados pertinentes dos casos estudados e estes foram organizados em colunas. Na primeira coluna estão indicados os casos de 1 a 15 para o Apoio 2 e os casos 7, 8 e 14 para o Apoio 1. Na segunda coluna estão os momentos negativos não arredondados sobre os apoios, obtidos de análises elásticas, considerando ou não a ligação com os pilares.

Já a terceira coluna é formada pelos resultados dos momentos negativos máximos arredondados, obtidos segundo a NBR 6118/2003, sobre os apoios ($X_{ARRED\ NBR}$), e a quarta, da mesma forma que a anterior, no entanto com o critério do binário distribuído ($X_{ARRED\ BIN}$).

Na quinta coluna estão expressos os valores calculados das armaduras de tração necessárias à flexão (ASX), com base nos momentos fletores elásticos da segunda coluna e nos parâmetros adotados no item 4, porém sem a consideração da mísula de concreto, simulando assim a forma usual de dimensionamento das armaduras de flexão sobre os apoios.

A sexta coluna é formada com os resultados obtidos dos valores máximos das armaduras de tração ao longo de toda a extensão dos apoios e com a consideração da mísula, segundo a NBR 6118/2003 (ASX NBR), e a sétima da mesma forma que a anterior, mas com o critério do binário distribuído (ASX BIN).

Tabela 5.1: Momentos e Armaduras dos casos estudados

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
CASO	X kN.m	X _{ARRED} NBR kN.m	X _{ARRED} BIN kN.m	ASX cm ²	ASX NBR cm ²	ASX BIN cm ²	
Apoio 2	1	-26,98	-24,27		2,70	2,15	
	2	-26,98	-21,55		2,70	1,67	
	3	-26,98	-17,94		2,70	1,17	
	4	-23,98	-21,40	-20,73	2,36	1,82	1,82
	5	-22,04	-17,14	-16,91	2,14	1,25	1,24
	6	-22,06	-13,90	-13,66	2,15	0,83	0,83
	7	-38,53	-34,50	-31,88	4,15	3,13	3,13
	8	-38,44	-30,70	-26,75	4,14	2,36	2,34
	9	-39,16	-26,18	-21,53	4,24	1,63	1,55
	10	-30,23	-24,70		3,08	2,00	
	11	-33,80	-24,40		3,52	1,76	
	12	-24,17	-19,25	-18,91	2,38	1,43	1,43
	13	-28,50	-19,89	-18,69	2,87	1,28	1,27
	14	-42,00	-34,22	-30,14	4,63	2,73	2,72
	15	-50,85	-37,07	-31,06	5,49	2,54	2,52
Apoio 1	7	-28,55	-24,90	-21,98	2,88	2,11	2,08
	8	-36,62	-29,01	-23,80	3,89	2,20	2,17
	14	-39,45	-31,86	-26,64	4,28	2,49	2,48

5.1.2 Relações entre os momentos e entre as armaduras

Aqui, são feitas as relações entre os valores da Tabela 5.1 e estas estão dispostas da segunda à sétima coluna, sendo elas respectivamente: $(X_{ARRED} NBR)/(X)$, $(X_{ARRED} BIN)/(X)$, $(X_{ARRED} BIN)/(X_{ARRED} NBR)$, $(ASX NBR)/(ASX)$, $(ASX BIN)/(ASX)$ e $(ASX BIN)/(ASX NBR)$, de acordo com o exposto abaixo.

Tabela 5.2: Relações entre os momentos e entre as armaduras

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
CASO	X _{ARRED} NBR/X	X _{ARRED} BIN/X	X _{ARRED} BIN/X _{ARRED} NBR	ASX NBR/ASX	ASX BIN/ASX	ASX BIN/ASX NBR	
Apoio 2	1	0,90		0,80			
	2	0,80		0,62			
	3	0,66		0,43			
	4	0,89	0,86	0,97	0,77	0,77	1,00
	5	0,78	0,77	0,99	0,58	0,58	0,99
	6	0,63	0,62	0,98	0,39	0,39	1,00
	7	0,90	0,83	0,92	0,75	0,75	1,00
	8	0,80	0,70	0,87	0,57	0,57	0,99
	9	0,67	0,55	0,82	0,38	0,37	0,95
	10	0,82			0,65		
	11	0,72			0,50		
	12	0,80	0,78	0,98	0,60	0,60	1,00
	13	0,70	0,66	0,94	0,45	0,44	0,99
	14	0,81	0,72	0,88	0,59	0,59	1,00
	15	0,73	0,61	0,84	0,46	0,46	0,99
Apoio 1	7	0,87	0,77	0,88	0,73	0,72	0,99
	8	0,79	0,65	0,82	0,57	0,56	0,99
	14	0,81	0,68	0,84	0,58	0,58	1,00

Autor: Rodrigo Luz Gloria

Orientador: Daniel D. Loriggio

Analisando os valores das relações da segunda e terceira colunas, vê-se que, de maneira geral, os momentos fletores arredondados têm reduções significativas em relação aos momentos fletores não arredondados e que, em todos os casos, essas reduções são sempre maiores quando se adota o binário distribuído. Constata-se, também, que em todos os casos, quanto maior as extensões dos apoios, menores são os valores das relações encontradas, devido ao achatamento dos momentos fletores negativos.

Na quarta coluna fica evidente que, com o critério do binário distribuído, obtém-se momentos arredondados menores do que com o critério da NBR 6118/2003, e que, em todos os casos analisados, quanto maiores as descontinuidades nos momentos fletores não arredondados sobre os apoios, menores são os valores das relações, como pode ser observado nos casos 8, 9, 14 e 15 (Apoio 2) e nos 7, 8 e 14 (Apoio 1).

Na quinta e sexta colunas observam-se as consideráveis reduções das armaduras negativas, quando se comparam “ASX NBR” e “ASX BIN”, que levam em conta os momentos arredondados e a mísula de concreto, com a usualmente adotada “ASX”, calculada com os momentos não arredondados e sem a mísula de concreto. Pode-se notar, ainda, que para cada caso, os valores das relações $(ASX\ NBR)/(ASX)$ e $(ASX\ BIN)/(ASX)$, praticamente não se alteram, apesar dos momentos arredondados serem diferentes, como mostram as relações da quarta coluna. Este fato é explicado, em virtude da adoção das mísulas de concreto no cálculo das armações, pois observando os traçados gráficos das áreas de aço, vê-se que as áreas máximas ocorrem adjacentes às faces dos apoios, tanto para “ASX NBR”, quanto para “ASX BIN” e com valores muito parecidos ou iguais entre si. A sétima coluna ajuda a compreensão das duas colunas anteriores, onde praticamente todas as relações $(ASX\ BIN)/(ASX\ NBR)$, são iguais a um. É importante salientar que em nenhum caso as armações “ASX BIN”, foram superiores as armações “ASX NBR”.

5.1.3 Armaduras Internas e nas Faces dos apoios e suas relações

Na Tabela 5.3, foram coletados, dos casos estudados, os seguintes valores: áreas de aço nas faces dos apoios (ASX NBR FACE e ASX BIN FACE) e máximas áreas de aço nos interiores dos apoios (ASX NBR INTER e ASX BIN INTER), com o auxílio dos traçados gráficos das áreas de aço necessárias à flexão (NBR 6118/2003 e binário distribuído).

Estes valores foram organizados na segunda e quinta, terceira e sexta colunas respectivamente.

Na quarta coluna foram feitas as relações (ASX NBR FACE/ASX NBR INTER) e na sétima as relações (ASX BIN FACE/ASX BIN INTER), conforme indicado.

Tabela 5.3: Armaduras Internas e nas Faces dos apoios e suas relações

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	
CASO	ASX NBR FACE cm ²	ASX NBR INTER cm ²	ASX NBR FACE/ASX NBR INTER	ASX BIN FACE cm ²	ASX BIN INTER cm ²	ASX BIN FACE/ASX BIN INTER	
Apoio 2	1	2,15	2,15	1,00			
	2	1,67	1,67	1,00			
	3	1,12	1,17	0,96			
	4	1,82	1,82	1,00	1,82	1,82	1,00
	5	1,21	1,25	0,97	1,21	1,24	0,98
	6	0,70	0,83	0,84	0,70	0,83	0,84
	7	3,13	3,13	1,00	3,13	3,13	1,00
	8	2,32	2,36	0,98	2,32	2,34	0,99
	9	1,43	1,63	0,88	1,43	1,55	0,92
	10	2,00	2,00	1,00			
	11	1,76	1,76	1,00			
	12	1,42	1,43	0,99	1,42	1,43	0,99
	13	1,24	1,28	0,97	1,24	1,27	0,98
	14	2,72	2,73	1,00	2,72	2,72	1,00
	15	2,51	2,54	0,99	2,51	2,52	1,00
Apoio 1	7	2,08	2,11	0,99	2,08	2,08	1,00
	8	2,15	2,20	0,98	2,15	2,17	0,99
	14	2,47	2,49	0,99	2,47	2,48	1,00

Analisando as relações da quarta e da sétima coluna, verifica-se que os seus valores são iguais ou próximos a um, com exceção dos casos 3, 6 e 9. Observando estes últimos, nota-se, que os apoios estão com 1,00m de extensão e não possuem trechos rígidos. Se estes possuíssem os trechos rígidos, eles seriam os casos 11, 13 e 15, respectivamente, onde os valores das relações são próximos a um. Para a explicação deste fato, pode-se consultar o último parágrafo do item 4.5.4.

Os valores em torno de um indicam que as áreas de aço obtidas nas faces dos apoios são suficientes também para resistirem aos momentos fletores

negativos ao longo das extensões destes. Verifica-se ainda que, em todos os casos, os valores das relações (ASX BIN FACE/ASX BIN INTER) são sempre maiores ou iguais aos das relações (ASX NBR FACE/ASX NBR INTER), reforçando a análise anterior.

5.1.4 Momentos e Armaduras dos casos estudados, sem a consideração da mísula

Na Tabela 5.4, simulou-se o dimensionamento à flexão, utilizando os momentos arredondados (NBR 6118/2003 e binário distribuído), contudo sem a consideração da mísula de concreto.

Esta tabela é uma cópia idêntica à da Tabela 5.1 até a quinta coluna; na sexta coluna estão expressos os valores calculados das armaduras de tração (ASX NBR1), com base nos momentos fletores (X_{ARRED} NBR) da terceira coluna; na sétima estão as armaduras de tração (ASX BIN1), com base nos momentos fletores (X_{ARRED} BIN) da quarta coluna, sendo que os parâmetros adotados para os cálculos estão no item 4.

Tabela 5.4: Momentos e Armaduras dos casos estudados, sem a consideração da mísula

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
CASO	X kN.m	X_{ARRED} NBR kN.m	X_{ARRED} BIN kN.m	ASX cm ²	ASX NBR1 cm ²	ASX BIN1 cm ²	
Apoio 2	1	-26,98	-24,27		2,70	2,39	
	2	-26,98	-21,55		2,70	2,09	
	3	-26,98	-17,94		2,70	1,71	
	4	-23,98	-21,40	-20,73	2,36	2,08	2,00
	5	-22,04	-17,14	-16,91	2,14	1,63	1,60
	6	-22,06	-13,90	-13,66	2,15	1,30	1,28
	7	-38,53	-34,50	-31,88	4,15	3,61	3,28
	8	-38,44	-30,70	-26,75	4,14	3,14	2,67
	9	-39,16	-26,18	-21,53	4,24	2,61	2,09
	10	-30,23	-24,70		3,08	2,44	
	11	-33,80	-24,40		3,52	2,40	
	12	-24,17	-19,25	-18,91	2,38	1,85	1,81
	13	-28,50	-19,89	-18,69	2,87	1,91	1,79
	14	-42,00	-34,22	-30,14	4,63	3,58	3,07
	15	-50,85	-37,07	-31,06	5,49	3,95	3,18
Apoio 1	7	-28,55	-24,90	-21,98	2,88	2,46	2,14
	8	-36,62	-29,01	-23,80	3,89	2,93	2,34
	14	-39,45	-31,86	-26,64	4,28	3,28	2,66

5.1.5 Relações entre as armaduras, sem a consideração da mísula

Na Tabela 5.5 apresentam-se as relações entre os valores das armaduras da Tabela 5.4 e estão dispostas da segunda à quarta coluna, sendo respectivamente: $(ASX \text{ NBR1})/(ASX)$, $(ASX \text{ BIN1})/(ASX)$ e $(ASX \text{ BIN1})/(ASX \text{ NBR1})$, conforme indicado.

Tabela 5.5: Relações entre as armaduras, sem a consideração da mísula

1º	2º	3º	4º	
CASO	ASX NBR1/ASX	ASX BIN1/ASX	ASX BIN1/ASX NBR1	
Apoio 2	1	0,89		
	2	0,78		
	3	0,63		
	4	0,88	0,85	0,97
	5	0,76	0,75	0,99
	6	0,61	0,59	0,98
	7	0,87	0,79	0,91
	8	0,76	0,65	0,85
	9	0,61	0,49	0,80
	10	0,79		
	11	0,68		
	12	0,78	0,76	0,98
	13	0,67	0,62	0,93
	14	0,77	0,66	0,86
	15	0,72	0,58	0,81
Apoio 1	7	0,85	0,74	0,87
	8	0,75	0,60	0,80
	14	0,77	0,62	0,81

Analisando a segunda e a terceira colunas, constatam-se que as reduções das armaduras negativas são quase proporcionais às reduções dos momentos arredondados “ $X_{\text{ARRED NBR}}$ ” e “ $X_{\text{ARRED BIN}}$ ” em relação aos momentos não arredondados “ X ” (Tabela 5.2, segunda e terceira colunas). Essas proporcionalidades entre as reduções são esperadas, pois não foram utilizadas as mísulas de concreto que alteram as alturas úteis das vigas ao longo das extensões dos apoios. Na quarta coluna ressaltam-se as diferenças significativas entre as armações ASX BIN e ASX NBR, principalmente quando se tem grandes descontinuidades nos momentos fletores não arredondados sobre os apoios: casos 8, 9, 14 e 15 (Apoio 2) e nos 7, 8, e 14 (Apoio 1).

5.1.6 Procedimentos para obtenção da Relação Máxima entre as armaduras de compressão e de tração

Com o objetivo de criar um critério simples para o dimensionamento das armaduras duplas em projetos usuais de edificações, procurou-se estabelecer uma relação máxima entre as armaduras comprimidas e as tracionadas na face do apoio, em que não sendo ultrapassada garantida que estas armaduras sejam também suficientes no interior do apoio. Este critério não tem a pretensão de ser definitivo e sim uma proposta inicial.

Assim, para cada caso estudado, admitiu-se que o dimensionamento à flexão da viga no apoio é feito usando o maior momento fletor das duas faces. Com este momento e variando a altura da viga, calculou-se a armadura de compressão necessária na face, até achar uma correspondente de compressão ao longo da extensão do apoio, que fosse igual ou inferior à primeira. O critério anterior garante a suficiência das armaduras da face também no interior do apoio. Para realização desses procedimentos, foram adotados os parâmetros do item 4, enfatizando a relação “ $x/d = 0,5$ ” e utilizaram-se os traçados gráficos das áreas de aço ao longo das extensões dos apoios.

A fim de ilustrar o assunto, são mostrados os traçados gráficos do Caso 8 (Apoio 2), segundo o critério da NBR 6118/2003 e do binário distribuído, de acordo com as Figuras 5.1 e 5.2, respectivamente.

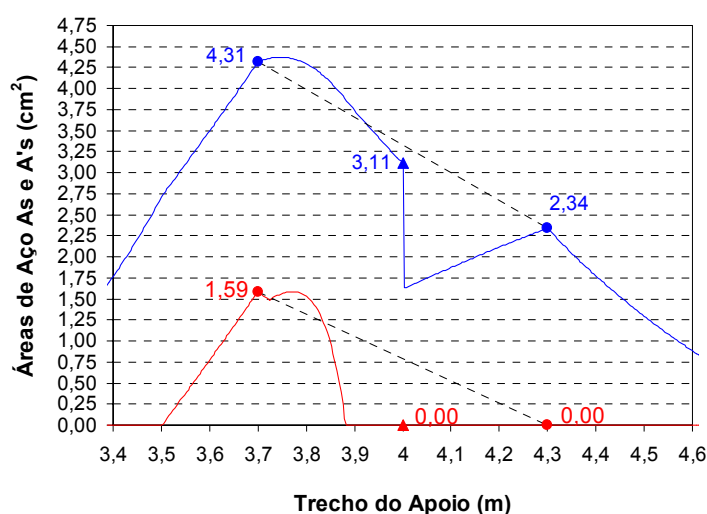


Figura 5.1: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 8 (Apoio 2)

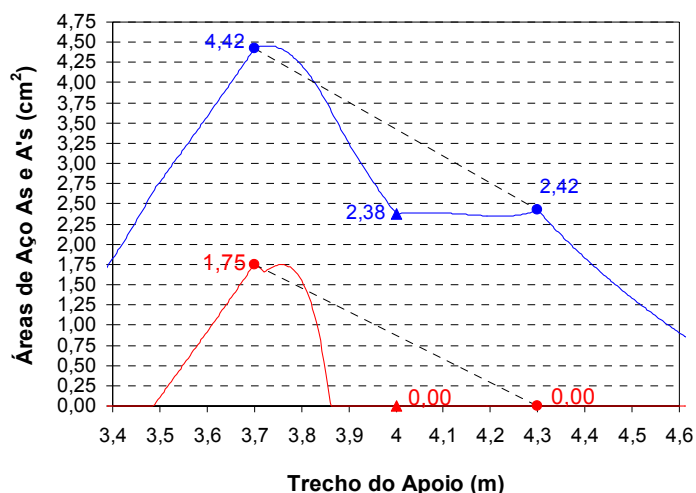


Figura 5.2: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 8 (Apoio 2)

Pode-se observar, tanto na Figura 5.1 quanto na Figura 5.2, que as áreas das armaduras de compressão, internas ao apoio e adjacentes à face esquerda, diminuem e depois tendem a aumentar, contudo foram limitadas aos valores das armaduras das faces, conforme exposto anteriormente. A tendência destas aumentarem é devido, às armaduras de compressão pararem de escoar exatamente nos pontos de inflexão, observados nos gráficos das armaduras comprimidas. Isto ocorre porque na região do apoio a altura efetiva da viga aumenta para baixo acompanhando a mísula, enquanto que a armadura de compressão fica na mesma posição em relação a face superior da viga. Com isso a linha neutra da seção da viga vai baixando e ficando próxima da armadura de compressão. Esse comportamento pode ser evitado, caso se julgue necessário, dispondo a armadura de compressão acompanhando a mísula, o que gera o seguinte traçado gráfico mostrado na Figura 5.3.

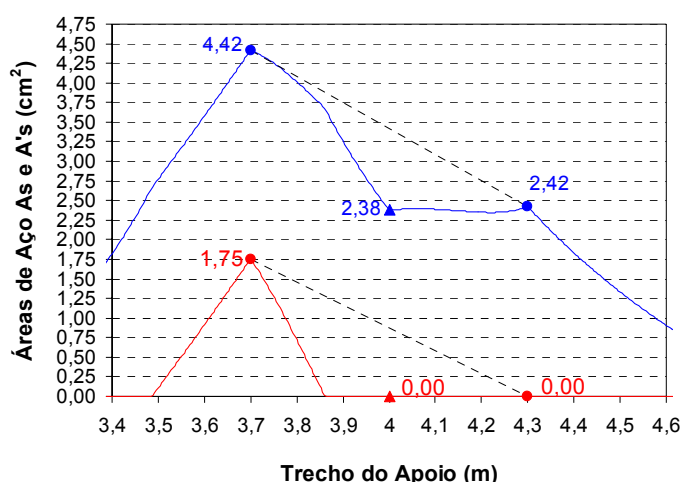


Figura 5.3: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 8 (Apoio 2) e com armadura de compressão acompanhando a mísula de concreto.

Como se pode constatar na Figura 5.3, as áreas da armadura de compressão diminuem continuamente da face esquerda para direita, pois, a armadura de compressão está sempre no escoamento, quando convenientemente afastada da linha neutra. Nos casos estudados não se utilizou deste recurso.

Finalmente, estudado todos os casos, elaborou-se então a Tabela 5.6, onde foram coletados os seguintes valores: na segunda coluna estão os momentos fletores máximos nas faces dos apoios (X Face), na terceira, quarta e quinta colunas estão, segundo os critérios da NBR 6118/2003, respectivamente, alturas adotadas das vigas (h NBR), armaduras de tração (ASX NBR2) e de compressão (A'SX NBR2), na sexta, sétima e oitava, segundo o critério do binário distribuído, estão as alturas adotadas das vigas (h BIN), armaduras de tração (ASX BIN2) e de compressão (A'SX BIN2).

Tabela 5.6: Momentos nas faces dos apoios e armaduras duplas

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	
CASO	X Face kN.m	h NBR cm	ASX NBR2 cm ²	A'SX NBR2 cm ²	h BIN cm	ASX BIN2 cm ²	A'SX BIN2 cm ²	
Apoio 2	1	-22,09	24,00	4,27	1,70			
	2	-17,55	23,00	3,59	1,14			
	3	-12,07	20,00	2,96	0,91			
	4	-19,00	23,00	3,88	1,43	23,00	3,88	1,43
	5	-12,97	20,50	3,08	0,95	20,50	3,08	0,95
	6	-7,74	17,20	2,32	0,72	17,20	2,32	0,72
	7	-30,66	27,00	5,11	2,16	25,50	5,47	2,71
	8	-23,67	25,20	4,31	1,59	24,70	4,42	1,75
	9	-15,21	22,40	3,22	0,85	22,30	3,24	0,88
	10	-20,66	23,20	4,17	1,70			
	11	-18,37	22,40	3,88	1,51			
	12	-15,05	21,40	3,38	1,13	21,40	3,38	1,13
	13	-13,30	20,80	3,10	0,92	20,80	3,10	0,92
	14	-27,17	26,20	4,71	1,86	25,50	4,86	2,10
	15	-25,30	25,90	4,46	1,64	25,60	4,52	1,74
Apoio 1	7	-21,43	24,20	4,11	1,51	22,60	4,47	2,07
	8	-22,12	24,70	4,14	1,47	23,80	4,33	1,77
	14	-25,00	25,50	4,49	1,72	24,50	4,71	2,07

5.1.7 Relação Máxima entre a armadura de compressão e tração

Na Tabela 5.7 estão as relações entre os valores da Tabela 5.6 e são assim listados: na segunda coluna (A'SX NBR2/ASX NBR2) e na terceira (A'SX BIN2/ASX BIN2).

Tabela 5.7: Relações entre as armaduras de compressão e tração

1º	2º	3º	
CASO	A'SX NBR2/ASX NBR2	A'SX BIN2/ASX BIN2	
Apoio 2	1	0,40	
	2	0,32	
	3	0,31	
	4	0,37	0,37
	5	0,31	0,31
	6	0,31	0,31
	7	0,42	0,49
	8	0,37	0,40
	9	0,26	0,27
	10	0,41	
	11	0,39	
	12	0,33	0,33
	13	0,30	0,30
	14	0,39	0,43
	15	0,37	0,39
Apoio 1	7	0,37	0,46
	8	0,36	0,41
	14	0,38	0,44

Agora, de posse dos valores das relações entre armaduras comprimidas e tracionadas, pode-se adotar uma que atenda a todos os casos. Escolheu-se então

o valor 0,25, que é uma taxa considerável de armadura comprimida, podendo ser usada como limite máximo em projeto, sem a necessidade de uma verificação das armaduras no interior do apoio, quando o dimensionamento for feito pela face do apoio e estiver sendo usada a mísula de concreto e ainda quando a relação “x/d” for maior ou igual a 0,5.

Constatou-se ainda para cada caso estudado que o valor da relação com o uso do binário distribuído é sempre maior ou igual ao obtido usando-se a NBR 6118/2003.

5.1.8 Comportamento dos Resultados em função da variação da resistência do concreto (fck)

A fim de avaliar a influência da variação da resistência do concreto, nos resultados até agora obtidos, refez-se novamente as sete tabelas, alterando o valor do fck de 15 para 30 MPa. As novas tabelas estão apresentadas a seguir, na mesma seqüência anterior.

5.1.8.1 Momentos e Armaduras dos casos estudados, fck = 30 MPa

A Tabela 5.8 corresponde à 5.1.

Tabela 5.8: Momentos e Armaduras dos casos estudados, fck = 30 MPa

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
CASO	X kN.m	X _{ARRED} NBR kN.m	X _{ARRED} BIN kN.m	ASX cm ²	ASX NBR cm ²	ASX BIN cm ²	
Apoio 2	1	-26,98	-24,27		2,52	2,04	
	2	-26,98	-21,55		2,52	1,61	
	3	-26,98	-17,94		2,52	1,14	
	4	-23,98	-21,40	-20,73	2,22	1,75	1,75
	5	-22,04	-17,14	-16,91	2,03	1,21	1,21
	6	-22,06	-13,90	-13,66	2,04	0,82	0,82
	7	-38,53	-34,50	-31,88	3,70	2,89	2,89
	8	-38,44	-30,70	-26,75	3,69	2,24	2,21
	9	-39,16	-26,18	-21,53	3,76	1,58	1,50
	10	-30,23	-24,70		2,84	1,90	
	11	-33,80	-24,40		3,21	1,68	
	12	-24,17	-19,25	-18,91	2,24	1,39	1,39
	13	-28,50	-19,89	-18,69	2,67	1,25	1,24
	14	-42,00	-34,22	-30,14	4,07	2,55	2,54
	15	-50,85	-37,07	-31,06	5,04	2,40	2,38
Apoio 1	7	-28,55	-24,90	-21,98	2,67	2,01	1,98
	8	-36,62	-29,01	-23,80	3,50	2,10	2,06
	14	-39,45	-31,86	-26,64	3,79	2,35	2,33

Em virtude do aumento da resistência do concreto, as armaduras de tração tiveram reduções de no máximo 12%, para a quinta coluna, e de no máximo 8%, para a sexta e a sétima colunas.

5.1.8.2 Relações entre os momentos e entre as armaduras, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

A Tabela 5.9 corresponde à 5.2.

Tabela 5.9: Relações entre os momentos e entre as armaduras, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
CASO	$X_{\text{ARRED}} \text{ NBR}/X$	$X_{\text{ARRED}} \text{ BIN}/X$	$X_{\text{ARRED}} \text{ BIN}/X_{\text{ARRED}} \text{ NBR}$	$\text{ASX NBR}/\text{ASX}$	$\text{ASX BIN}/\text{ASX}$	$\text{ASX BIN}/\text{ASX NBR}$	
Apoio 2	1	0,90			0,81		
	2	0,80			0,64		
	3	0,66			0,45		
	4	0,89	0,86	0,97	0,79	0,79	1,00
	5	0,78	0,77	0,99	0,59	0,59	1,00
	6	0,63	0,62	0,98	0,40	0,40	1,00
	7	0,90	0,83	0,92	0,78	0,78	1,00
	8	0,80	0,70	0,87	0,61	0,60	0,99
	9	0,67	0,55	0,82	0,42	0,40	0,95
	10	0,82			0,67		
	11	0,72			0,52		
	12	0,80	0,78	0,98	0,62	0,62	1,00
	13	0,70	0,66	0,94	0,47	0,46	0,99
	14	0,81	0,72	0,88	0,63	0,62	1,00
	15	0,73	0,61	0,84	0,48	0,47	0,99
Apoio 1	7	0,87	0,77	0,88	0,75	0,74	0,99
	8	0,79	0,65	0,82	0,60	0,59	0,98
	14	0,81	0,68	0,84	0,62	0,61	0,99

Na quinta e sexta colunas, os valores das relações aumentaram de forma proporcional às anteriores e de no máximo 8%, e na sétima as variações foram no máximo de 1%, e somente nos casos 5 (Apoio 2), 8 e 14 (Apoio 1). Em virtude disso, todas as análises feitas anteriormente para a Tabela 5.2 são válidas aqui também.

5.1.8.3 Armaduras Internas e nas Faces dos apoios e suas relações, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

A Tabela 5.10 corresponde à 5.3.

Tabela 5.10: Armaduras Internas e nas Faces dos apoios e suas relações, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	
CASO	ASX NBR FACE cm ²	ASX NBR INTER cm ²	ASX NBR FACE/ASX NBR INTER	ASX BIN FACE cm ²	ASX BIN INTER cm ²	ASX BIN FACE/ASX BIN INTER	
Apoio 2	1	2,04	2,04	1,00			
	2	1,60	1,61	0,99			
	3	1,09	1,14	0,96			
	4	1,74	1,75	0,99	1,74	1,75	0,99
	5	1,17	1,21	0,97	1,17	1,21	0,97
	6	0,69	0,82	0,84	0,69	0,82	0,84
	7	2,89	2,89	1,00	2,89	2,89	1,00
	8	2,19	2,24	0,98	2,19	2,21	0,99
	9	1,38	1,58	0,87	1,38	1,50	0,92
	10	1,90	1,90	1,00			
	11	1,68	1,68	1,00			
	12	1,37	1,39	0,99	1,37	1,39	0,99
	13	1,20	1,25	0,96	1,20	1,24	0,97
	14	2,54	2,55	1,00	2,54	2,54	1,00
	15	2,35	2,40	0,98	2,35	2,38	0,99
Apoio 1	7	1,98	2,01	0,99	1,98	1,98	1,00
	8	2,04	2,10	0,97	2,04	2,06	0,99
	14	2,32	2,35	0,99	2,32	2,33	1,00

Na quarta e sétima colunas as variações não foram maiores que 1%; então as observações feitas para a Tabela 5.3 são pertinentes aqui também e confirmam que os dimensionamentos à flexão podem ser feitos em função das áreas obtidas nas faces dos apoios.

5.1.8.4 Momentos e Armaduras dos casos estudados, sem a consideração da mísula, $f_{ck} = 30$ MPa

A Tabela 5.11 corresponde à 5.4.

Tabela 5.11: Momentos e Armaduras dos casos estudados, sem a consideração da mísula, $f_{ck} = 30$ MPa

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	
CASO	X kN.m	X _{ARRED} NBR kN.m	X _{ARRED} BIN kN.m	ASX cm ²	ASX NBR1 cm ²	ASX BIN1 cm ²	
Apoio 2	1	-26,98	-24,27		2,52	2,25	
	2	-26,98	-21,55		2,52	1,99	
	3	-26,98	-17,94		2,52	1,64	
	4	-23,98	-21,40	-20,73	2,22	1,97	1,91
	5	-22,04	-17,14	-16,91	2,03	1,57	1,54
	6	-22,06	-13,90	-13,66	2,04	1,26	1,24
	7	-38,53	-34,50	-31,88	3,70	3,28	3,01
	8	-38,44	-30,70	-26,75	3,69	2,89	2,50
	9	-39,16	-26,18	-21,53	3,76	2,44	1,99
	10	-30,23	-24,70		2,84	2,29	
	11	-33,80	-24,40		3,21	2,26	
	12	-24,17	-19,25	-18,91	2,24	1,77	1,73
	13	-28,50	-19,89	-18,69	2,67	1,83	1,71
	14	-42,00	-34,22	-30,14	4,07	3,25	2,83
	Apoio 1	7	-28,55	-24,90	-21,98	2,67	2,31
8		-36,62	-29,01	-23,80	3,50	2,72	2,21
14		-39,45	-31,86	-26,64	3,79	3,01	2,48

As reduções das armações foram de no máximo 12% para a quinta coluna, 10% para a sexta e 8% para a sétima.

5.1.8.5 Relações entre as armaduras, sem a consideração da mísula, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

A Tabela 5.12 corresponde à 5.5.

Tabela 5.12: Relações entre as armaduras, sem a consideração da mísula, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

1º	2º	3º	4º	
CASO	ASX NBR1/ASX	ASX BIN1/ASX	ASX BIN1/ASX NBR1	
Apoio 2	1	0,89		
	2	0,79		
	3	0,65		
	4	0,89	0,86	0,97
	5	0,77	0,76	0,99
	6	0,62	0,61	0,98
	7	0,89	0,81	0,92
	8	0,78	0,68	0,86
	9	0,65	0,53	0,81
	10	0,81		
	11	0,71		
	12	0,79	0,77	0,98
	13	0,68	0,64	0,94
	14	0,80	0,70	0,87
	15	0,70	0,58	0,83
Apoio 1	7	0,86	0,76	0,88
	8	0,78	0,63	0,81
	14	0,79	0,65	0,83

As variações em comparação a Tabela 5.5 foram proporcionais e ficaram no máximo em 5% para a segunda coluna, 7% para a terceira e 2% para a quarta; então, novamente, as análises feitas anteriormente são válidas aqui também.

5.1.8.6 Momentos nas faces dos apoios e armaduras duplas, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

A Tabela 5.13 corresponde à 5.6.

Tabela 5.13: Momentos nas faces dos apoios e armaduras duplas, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	
CASO	X Face kN.m	h NBR cm	ASX NBR2 cm ²	A'SX NBR2 cm ²	h BIN cm	ASX BIN2 cm ²	A'SX BIN2 cm ²	
Apoio 2	1	-22,09	18,90	5,84	2,14			
	2	-17,55	17,40	5,19	2,02			
	3	-12,07	15,30	4,28	1,90			
	4	-19,00	17,90	5,41	2,06	17,90	5,41	2,06
	5	-12,97	15,70	4,43	1,89	15,70	4,43	1,89
	6	-7,74	13,40	3,31	1,65	13,40	3,31	1,65
	7	-30,66	21,30	6,92	2,45	21,10	7,01	2,58
	8	-23,67	19,80	5,88	1,85	19,80	5,88	1,85
	9	-15,21	17,00	4,63	1,52	17,00	4,63	1,52
	10	-20,66	18,40	5,67	2,14			
	11	-18,37	17,50	5,40	2,23			
	12	-15,05	16,50	4,79	1,95	16,50	4,79	1,95
	13	-13,30	15,80	4,50	1,93	15,80	4,50	1,93
	14	-27,17	20,80	6,33	1,98	20,80	6,33	1,98
	15	-25,30	20,40	6,04	1,81	20,40	6,04	1,81
Apoio 1	7	-21,43	19,10	5,58	1,78	19,00	5,62	1,86
	8	-22,12	19,30	5,68	1,82	19,20	5,72	1,90
	14	-25,00	20,30	6,01	1,81	20,10	6,01	1,81

Para esta tabela a alteração do concreto implicou novamente na diminuição das alturas adotadas das vigas, para se conseguir armaduras de compressão de acordo com os procedimentos do item 5.1.6.

5.1.8.7 Relações entre as armaduras de compressão e tração, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

A Tabela 5.14 corresponde à 5.7.

Tabela 5.14: Relações entre as armaduras de compressão e tração, $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

1º	2º	3º	
CASO	A'SX NBR2/ASX NBR2	A'SX BIN2/ASX BIN2	
Apoio 2	1	0,37	
	2	0,39	
	3	0,44	
	4	0,38	0,38
	5	0,43	0,43
	6	0,50	0,50
	7	0,35	0,37
	8	0,31	0,31
	9	0,33	0,33
	10	0,38	
	11	0,41	
	12	0,41	0,41
	13	0,43	0,43
	14	0,31	0,31
	15	0,30	0,30
Apoio 1	7	0,32	0,33
	8	0,32	0,33
	14	0,30	0,30

Finalizando os estudos do comportamento dos resultados em função da variação da resistência do concreto, vê-se nesta tabela que o valor mínimo encontrado foi de 0,30, que satisfaz a relação de no máximo 0,25, proposta no item 5.1.7.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho estudou-se o dimensionamento de vigas na ligação com pilares em projetos de estruturas de concreto armado. Foram analisados quinze casos de vigas contínuas, que resultaram em dezoito análises de ligações entre vigas e pilares, denominadas regiões de apoio. Nesses casos, procurou-se simular várias situações possíveis de ocorrer durante a elaboração de um projeto estrutural, a fim de conferir a devida abrangência aos estudos. As análises foram realizadas em regime elástico linear, com o auxílio de planilhas eletrônicas elaboradas exclusivamente para este fim, e do programa de análise estrutural “SAP2000”.

Realizados os estudos e feitas as análises, pode-se afirmar que o dimensionamento à flexão das vigas de concreto armado, na região dos apoios, pode ser feito utilizando os momentos fletores negativos obtidos nas faces destes, não sendo necessário utilizar os momentos fletores máximos dos eixos dos pilares. Esta afirmação é válida quando as vigas estão monoliticamente ligadas a pilares de extremidade e ou intermediários, através de uma disposição adequada das armaduras e seja possível adotar a mísula de concreto na região dos apoios. Quando for necessária armadura dupla e a relação “ x/d ” for maior ou igual a 0,5, sugere-se limitar a armadura comprimida em vinte e cinco por cento da tracionada, a fim de garantir que as armaduras calculadas para a face sejam suficientes ao longo da extensão do apoio, sem uma verificação mais rigorosa.

Não sendo possível considerar a mísula de concreto, como no caso de algumas vigas chatas, o dimensionamento à flexão das vigas nos apoios pode ser feito utilizando-se os momentos negativos arredondados, segundo o critério da NBR 6118/2003 ou do binário distribuído, porém o último sempre apresenta valores menores, e quanto maior é a descontinuidade dos momentos sobre os apoios, menor é a relação entre o último e o primeiro.

Convém lembrar que os momentos fletores negativos arredondados sobre os apoios podem ainda ser plastificados, desde que sejam analisadas as redistribuições dos esforços e garantida a ductilidade nas ligações viga-pilar.

Nos apoios cujas extensões permitam, mas não sejam adotados trechos rígidos nas vigas, deve-se ter atenção especial quanto às verificações em serviço, para que não se empreguem momentos fletores elásticos subestimados, isto porque, com os trechos rígidos, sobem as linhas de fecho dos diagramas de momentos fletores. Para minimizar esses erros, sugere-se pelo menos, adotar o trecho rígido quando a extensão do apoio ultrapassar uma vez e meia a altura da viga.

Em função de tudo que foi exposto, as possibilidades de diminuir as armaduras necessárias à flexão das vigas nos apoios ficam evidentes. Em contrapartida, nas estruturas de nós deslocáveis, torna-se efetivamente necessário analisar as ações do vento e efeitos de segunda ordem, que algumas vezes são desprezados e, de certo modo, estão cobertos com as armaduras colocadas a mais, devido ao cálculo tradicional, nos apoios das vigas.

Já nas estruturas consideradas de nós indeslocáveis, que possuam uma ou mais estruturas de contraventamento e que resistam às ações do vento, as armaduras negativas das vigas podem ser reduzidas segundo os critérios apresentados, sem qualquer acréscimo posterior.

As reduções das armações obtidas refletem economia em todo o processo, desde o projeto, com a diminuição das armações em termos de quantidades e comprimentos, este último devido à nova decalagem proporcionada; quanto na execução da obra, pela diminuição da mão de obra envolvida, facilitando inclusive a concretagem de pontos críticos, que são as ligações das vigas com os pilares.

Por fim, com o objetivo de dar prosseguimento e ampliar o tema abordado, sugere-se realizar os estudos relacionados abaixo.

Estudar as efetivas rigidezes à flexão dos trechos rígidos, que se entende não serem infinitamente rígidas, como foram adotadas neste trabalho, e também pesquisar o aumento do trecho rígido, considerando-o em toda a extensão do apoio.

Elaborar modelos dos casos estudados pelo método dos elementos finitos, com elementos de estado plano de tensões, a fim de obter os esforços solicitantes

das vigas. Estes estudos foram iniciados, porém não estão concluídos, mas apontam para o dimensionamento nas faces, visto que nestas as tensões na direção dos eixos das vigas são máximas e diminuem significativamente quando caminham para o interior dos apoios.

Analisar os modelos dos casos estudados, com elementos de barras, contudo, onde as extensões dos apoios são desprezadas e os comprimentos entre eixos de apoios sejam os vãos teóricos ou efetivos das vigas. Nestes casos não há possibilidade de utilizarem-se as mísulas de concreto e faz-se o dimensionamento com o pico dos momentos fletores negativos.

Realizar pesquisas e propor formas para o arredondamento dos momentos fletores elásticos, sobre os apoios, em lajes planas de concreto armado e ou protendido.

Ainda, a partir da adoção dos critérios propostos neste trabalho, realizar coletas de dados em projetos futuros, a fim de refinar as relações sugeridas.

7 BIBLIOGRAFIA

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1978. NBR 6118 - Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado.

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003. NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1980. NBR 6120 – Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações.

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1988. NBR 6123 – Forças Devidas ao Vento em Edificações.

CEB – FIP, MODEL CODE, 1990. Comitê Euro-International du Beton.

FUSCO, P. B., 1981 – Estruturas de Concreto Armado – Solicitações Normais. Editora Guanabara Dois S.A.. Rio de Janeiro, RJ.

GERE & WEAVER, 1987 – Análise de Estruturas Reticuladas. Editora Guanabara S.A.

LEONHARDT, F. MONNIG, E., 1978 – Construções de Concreto. Editora Livraria Interciência. Rio de Janeiro, RJ.

LORIGGIO, DANIEL D. - Notas de Aula de Estruturas de Concreto Armado III – ECV 5263 – Universidade Federal de Santa Catarina, CTC – Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, LAE – Laboratório de Análises de Estruturas.

LORIGGIO, DANIEL D. - Notas de Aula “Estruturas Regime Elasto-Plástico” do Curso de Pós-Graduação em Estruturas, UFSC, Florianópolis, SC.

LORIGGIO, DANIEL D. - Notas de Aula “Instabilidade de Estruturas” do Curso de Pós-Graduação em Estruturas, UFSC, Florianópolis, SC.

MORETTO, ORESTE – Curso de Hormigon Armado. Buenos Aires, Argentina : 1976.

PFEIL, WALTER - Concreto Armado, Volume I. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A... Rio de Janeiro, RJ : 1985.

PITTA, A. L., 1988 – Edifícios de Pequena Altura: Normalização Simplificada (Palestra). Revista Ibracon (Dez 96/ Jan 97).

SANTOS, L. M., 1981 – Cálculo de Concreto Armado. Editora LMS Ltda. São Paulo.

SILVA, ANDRÉ DA – Modelagem de Pisos de Edifícios. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Estruturas da UFSC. Florianópolis, SC : 2002. Orientador, Loriggio, Daniel D..

SÜSSEKIND, JOSÉ CARLOS – Curso de Concreto, Volume I. Editora Globo. Rio de Janeiro, RJ : 1987.

SÜSSEKIND, JOSÉ CARLOS – Curso de Concreto, Volume II. Editora Globo. Rio de Janeiro, RJ : 1991.

Traité de Génie Civil – de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, 1990. Imprime em Suisse par Schuler SA, Bienne.

WILSON, E.L., 1997. SAP2000 PLUS, Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures – Version 6.11 – Computers & Structures, Inc., Berkeley, California, U.S.A.

8 ANEXOS

A seguir são apresentados os resultados obtidos dos restantes dos casos estudados, sendo que seis já haviam sido mostrados anteriormente no capítulo 4.

8.1 Caso 4 (Apoio 2)

8.1.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

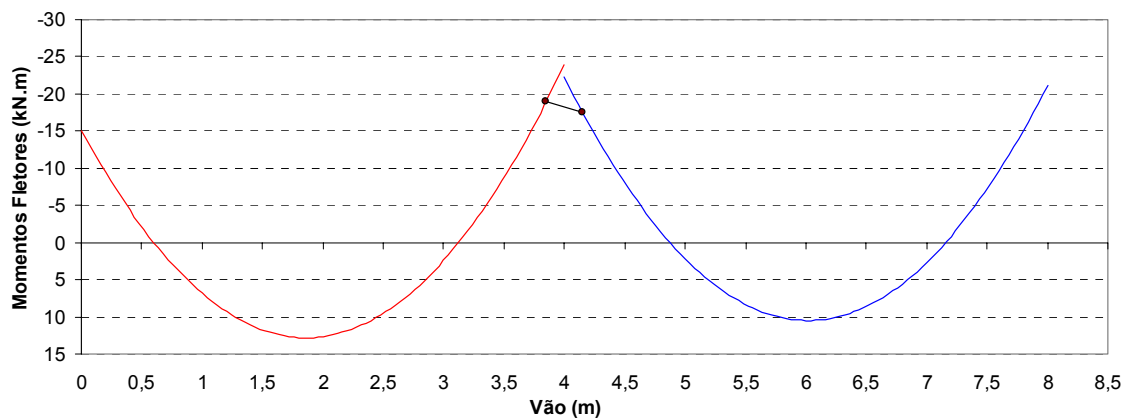


Figura 8.1: Momentos fletores, Caso 4

Incógnitas hiperestáticas:

$$X_1 = -15,09 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 1})$$

$$X_{2_{ESQ}} = -23,98 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2_{DIR}} = -22,20 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_3 = -21,18 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 3})$$

8.1.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003.

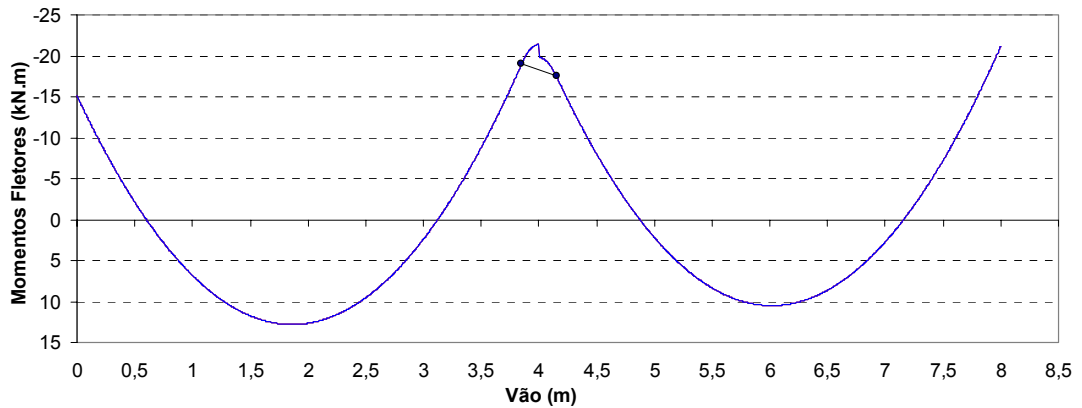


Figura 8.2: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 4

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 12,81 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 10,50 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED ESQ}} = -21,39 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED DIR}} = -19,77 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -18,99 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -17,52 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.1.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, binário distribuído.

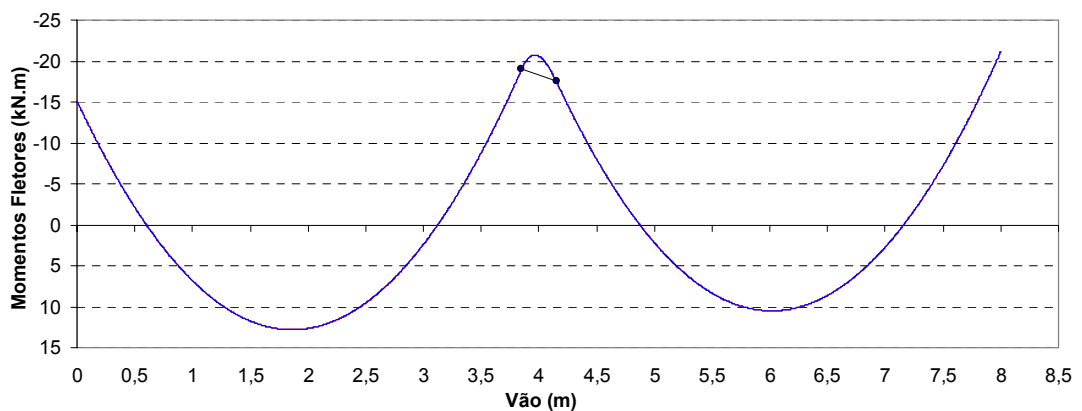


Figura 8.3: Momentos fletores binário distribuído, Caso 4

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 12,81 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 10,50 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -20,73 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -18,99 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -17,52 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.1.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 8.2.

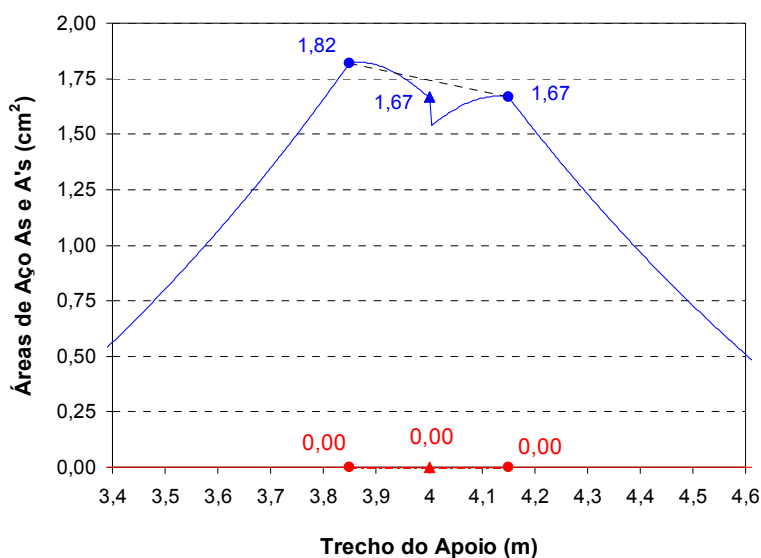


Figura 8.4: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 4

Resultados:

$$ASX_2 = 1,67 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ FACE ESQ}} = 1,82 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ FACE DIR}} = 1,67 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ MÁX ESQ}} = 1,82 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ MÁX DIR}} = 1,67 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.1.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 8.3.

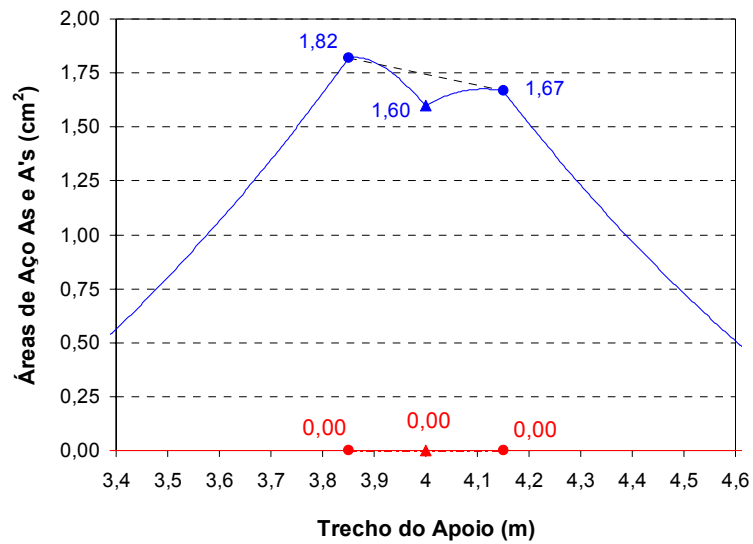


Figura 8.5: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 4

Resultados:

$$ASX_2 = 1,60 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE ESQ}} = 1,82 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE DIR}} = 1,67 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX ESQ}} = 1,82 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX DIR}} = 1,68 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.2 Caso 5 (Apoio 2)

8.2.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

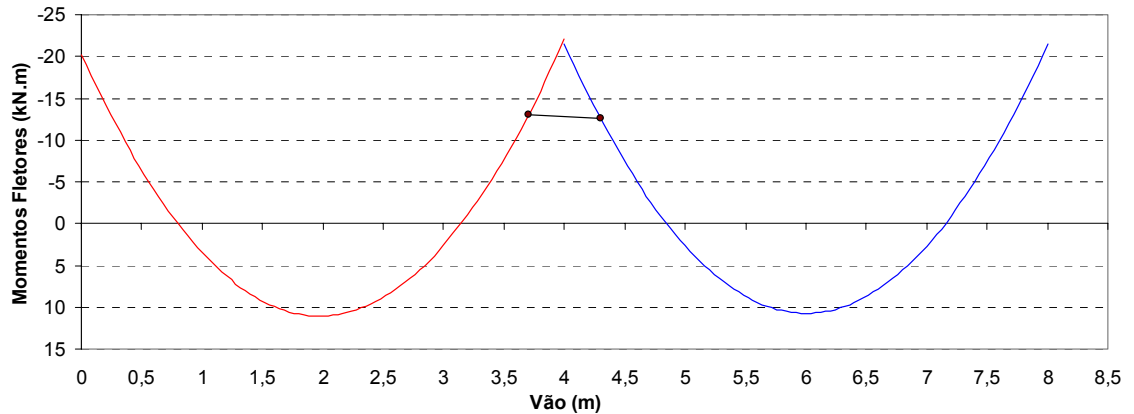


Figura 8.6: Momentos fletores, Caso 5

Incógnitas hiperestáticas:

$$X_1 = -20,25 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 1})$$

$$X_{2_{ESQ}} = -22,03 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2_{DIR}} = -21,49 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_3 = -21,45 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 3})$$

8.2.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003.

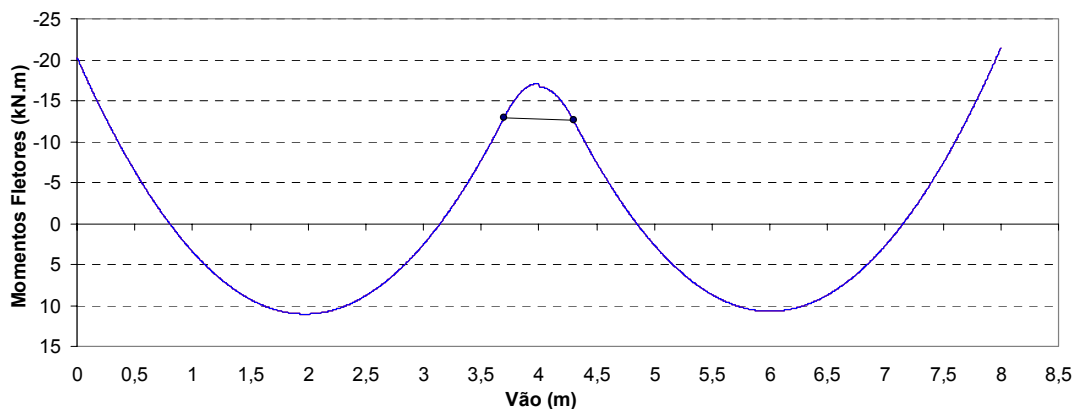


Figura 8.7: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 5

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 11,06 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 10,72 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED ESQ}} = -17,13 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED DIR}} = -16,66 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -12,96 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -12,55 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.2.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, binário distribuído.

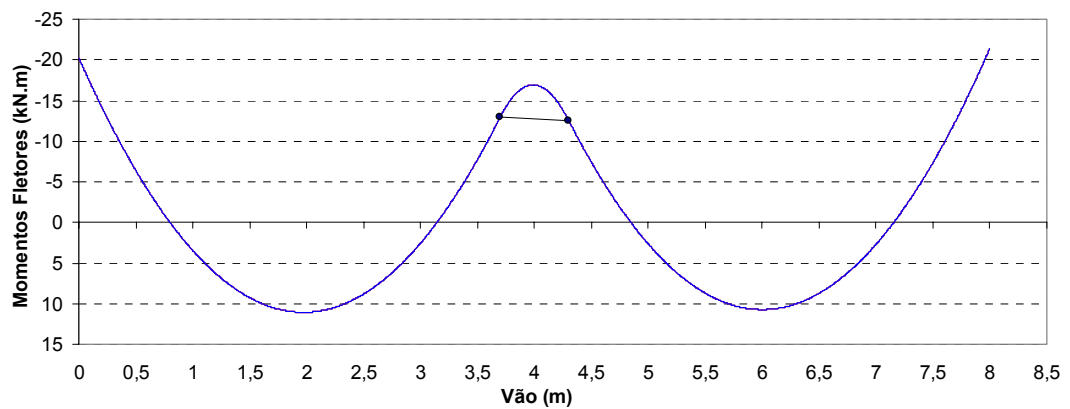


Figura 8.8: Momentos fletores binário distribuído, Caso 5

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 11,06 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 10,72 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -16,90 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -12,96 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -12,55 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.2.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 8.7.

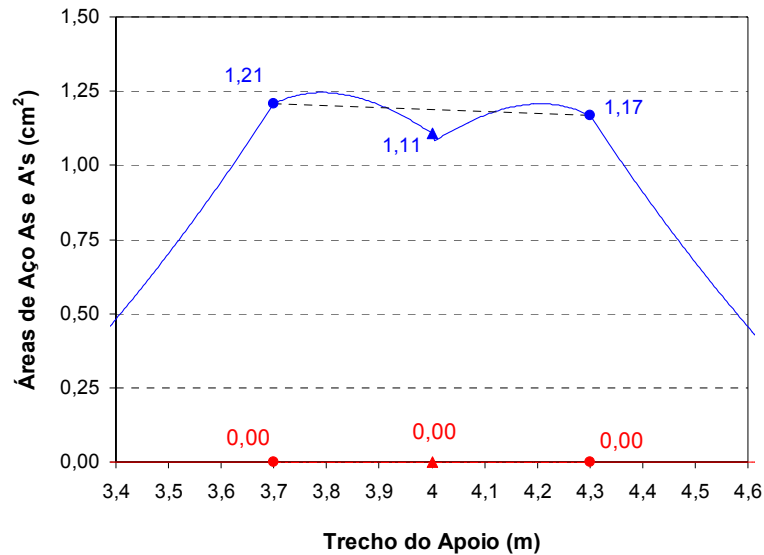


Figura 8.9: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 5

Resultados:

$$ASX_2 = 1,11 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE ESQ}} = 1,21 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE DIR}} = 1,17 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX ESQ}} = 1,25 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX DIR}} = 1,21 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.2.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 8.8.

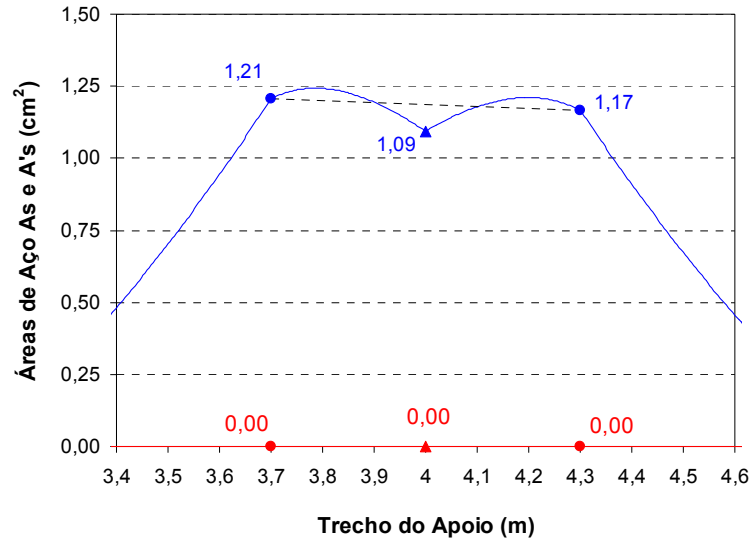


Figura 8.10: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 5

Resultados:

$$ASX_2 = 1,09 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ ESQ} = 1,21 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ DIR} = 1,17 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ ESQ} = 1,24 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ DIR} = 1,21 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.3 Caso 6 (Apoio 2)

8.3.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

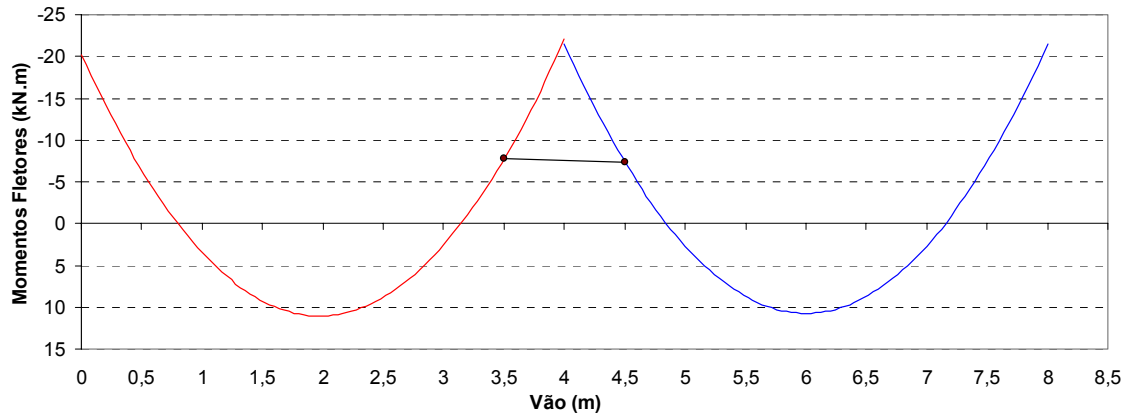


Figura 8.11: Momentos fletores, Caso 6

Incógnitas hiperestáticas:

$$X_1 = -20,24 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 1})$$

$$X_{2_{ESQ}} = -22,05 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2_{DIR}} = -21,47 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_3 = -21,46 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 3})$$

8.3.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003.

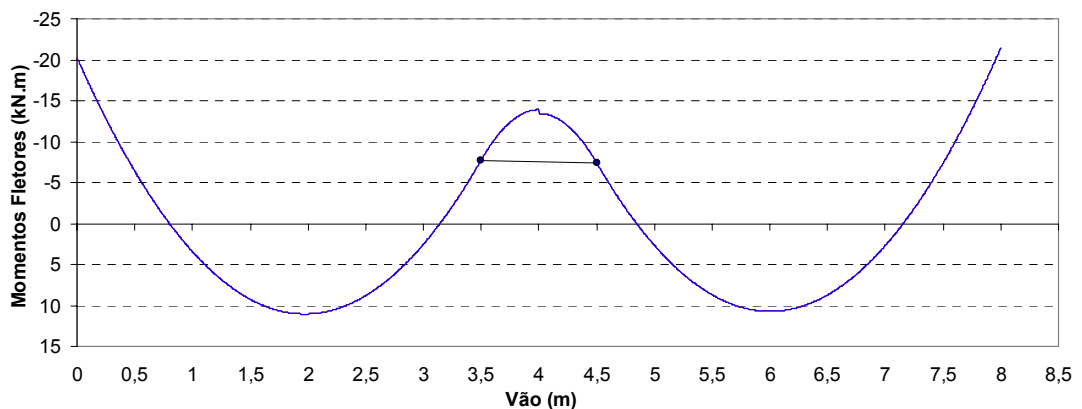


Figura 8.12: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 6

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 11,05 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 10,73 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED ESQ}} = -13,89 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED DIR}} = -13,42 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -7,74 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -7,38 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.3.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, binário distribuído.

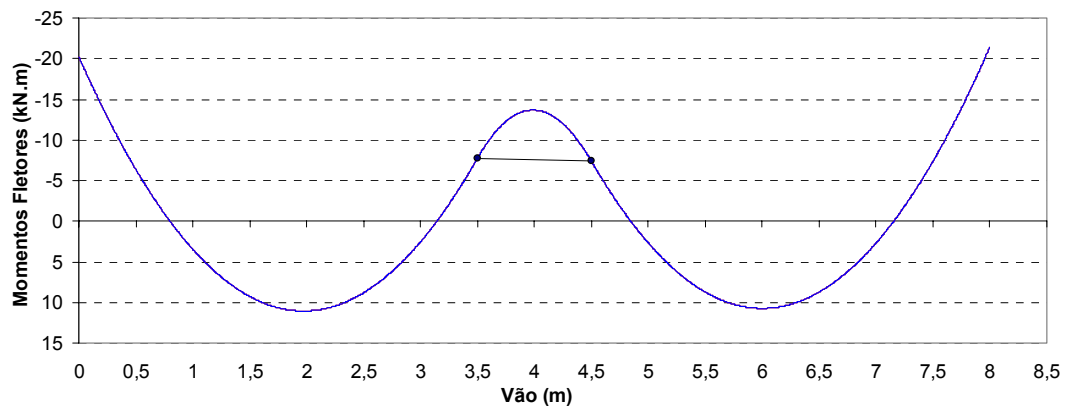


Figura 8.13: Momentos fletores binário distribuído, Caso 6

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 11,05 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 10,73 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -13,66 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -7,74 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -7,38 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.3.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 8.12.

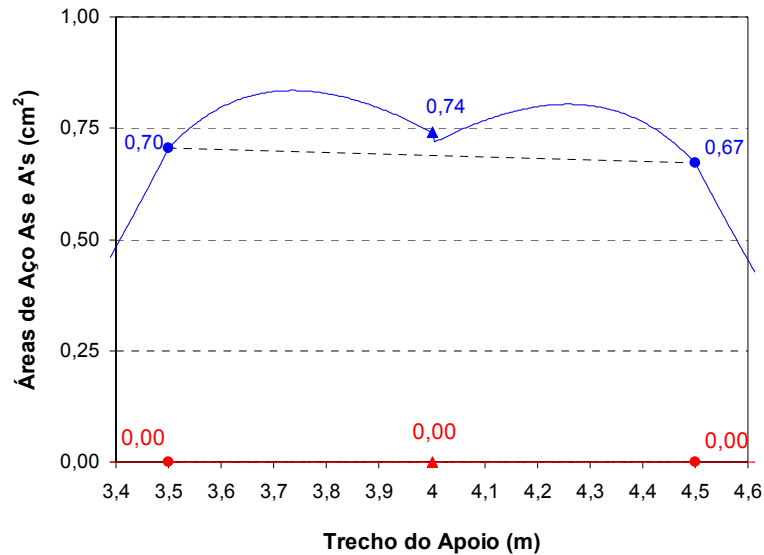


Figura 8.14: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 6

Resultados:

$$ASX_2 = 0,74 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE ESQ}} = 0,70 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE DIR}} = 0,67 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX ESQ}} = 0,83 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX DIR}} = 0,80 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.3.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 8.13.

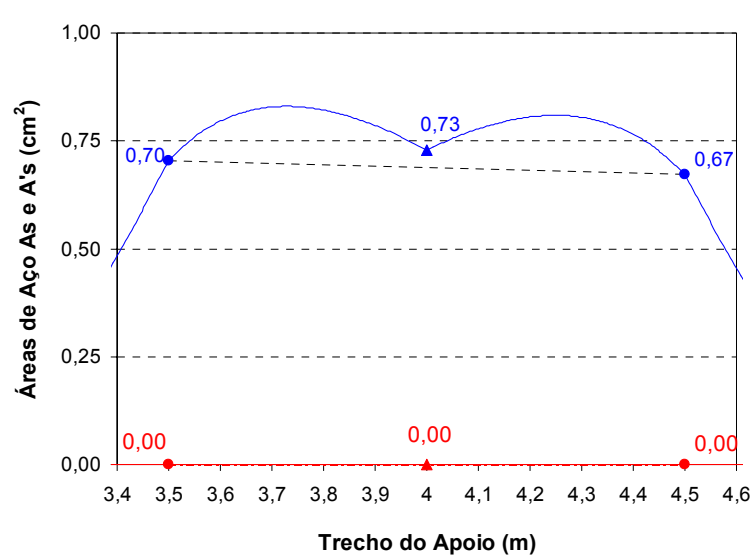


Figura 8.15: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 6

Resultados:

$$ASX_2 = 0,73 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE ESQ}} = 0,70 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE DIR}} = 0,67 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX ESQ}} = 0,83 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX DIR}} = 0,81 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.4 Caso 7 (Apoio 2)

8.4.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

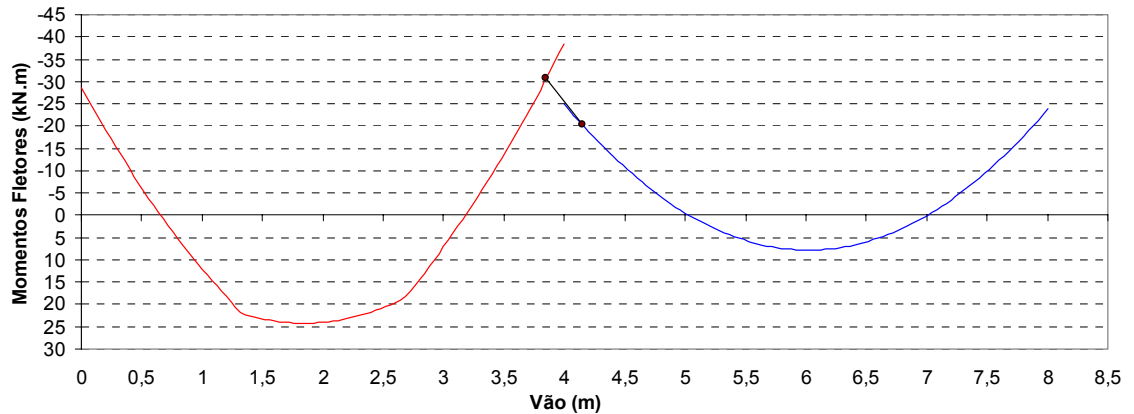


Figura 8.16: Momentos fletores, Caso 7

Incógnitas hiperestáticas:

$$X_1 = -28,54 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 1})$$

$$X_{2_{ESQ}} = -38,52 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2_{DIR}} = -24,95 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_3 = -23,79 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 3})$$

8.4.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003.

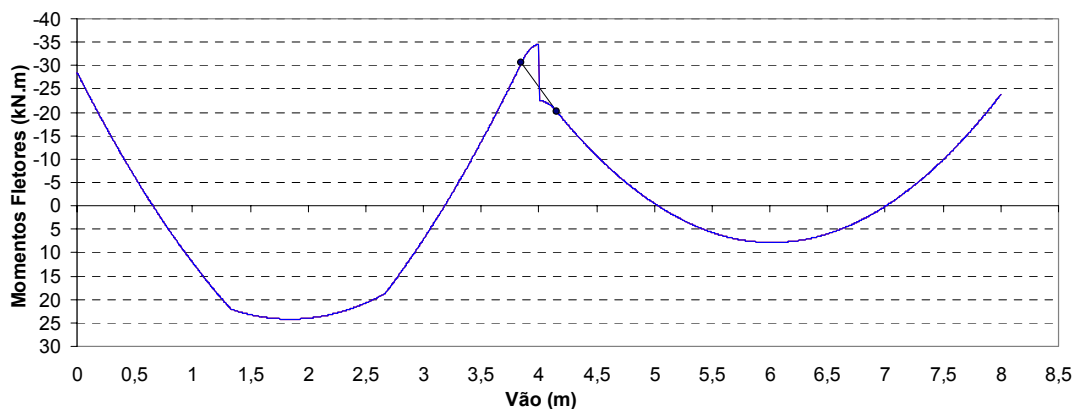


Figura 8.17: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 7

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 24,18 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 7,82 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED ESQ}} = -34,50 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED DIR}} = -22,51 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -30,65 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -20,25 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.4.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, binário distribuído.

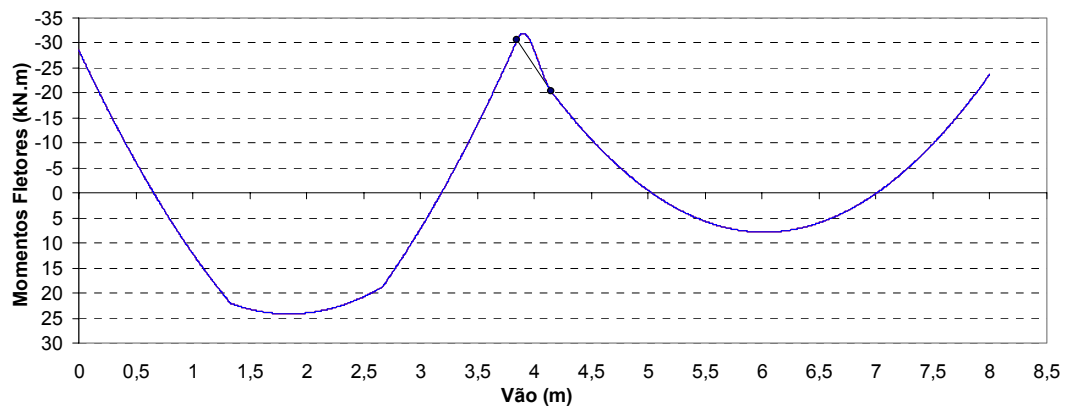


Figura 8.18: Momentos fletores binário distribuído, Caso 7

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 24,18 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 7,82 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -31,87 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -30,65 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -20,25 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.4.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 8.17.

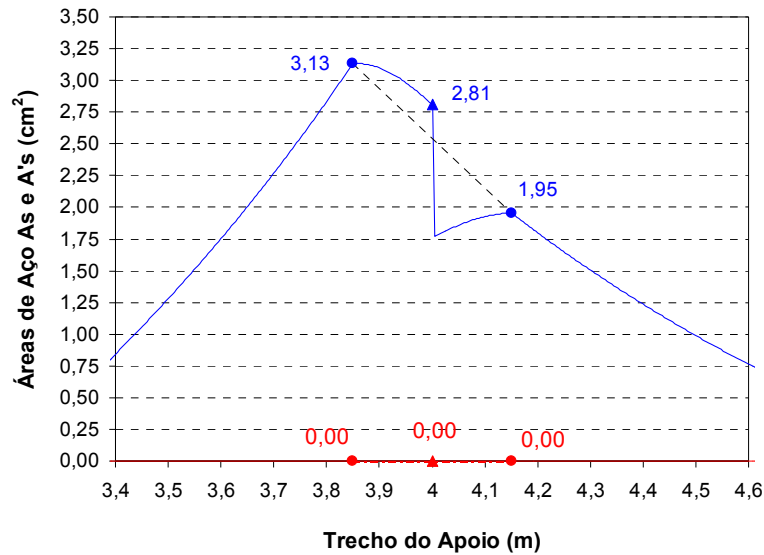


Figura 8.19: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 7

Resultados:

$$ASX_2 = 2,81 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE ESQ}} = 3,13 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE DIR}} = 1,95 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX ESQ}} = 3,13 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX DIR}} = 2,81 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.4.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 8.18.

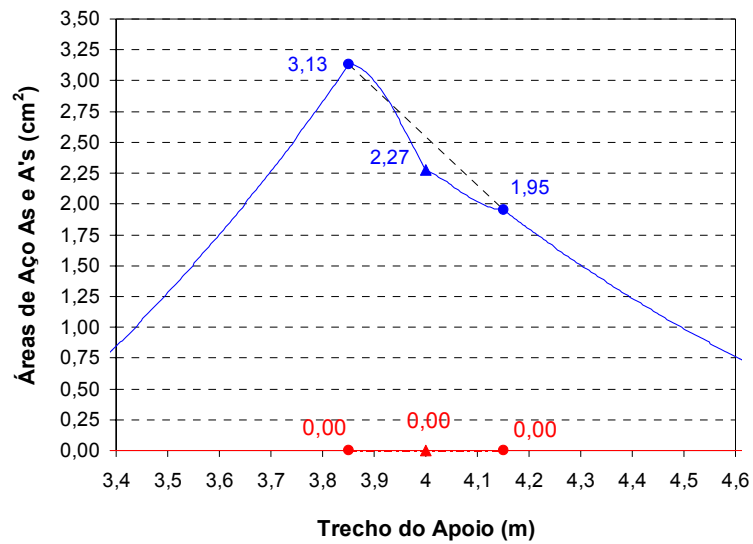


Figura 8.20: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 7

Resultados:

$$ASX_2 = 2,27 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ ESQ} = 3,13 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ DIR} = 1,95 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ ESQ} = 3,13 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ DIR} = 2,27 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.5 Caso 9 (Apoio 2)

8.5.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

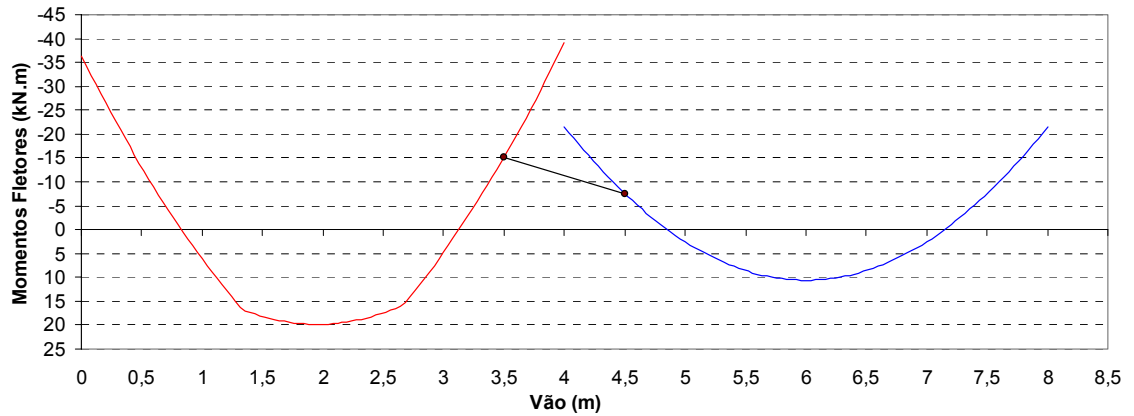


Figura 8.21: Momentos fletores, Caso 9

Incógnitas hiperestáticas:

$$X_1 = -36,28 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 1})$$

$$X_{2_{ESQ}} = -39,16 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2_{DIR}} = -21,61 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_3 = -21,59 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 3})$$

8.5.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003.

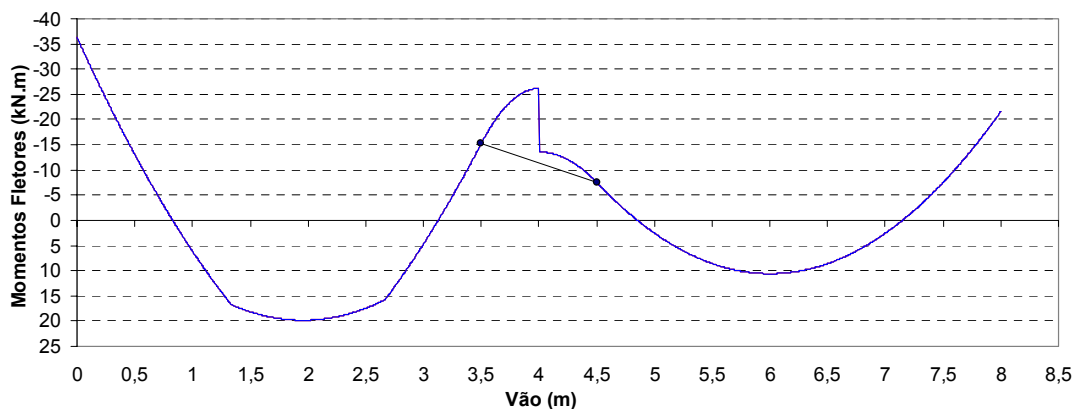


Figura 8.22: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 9

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 19,82 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 10,59 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED ESQ}} = -26,18 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED DIR}} = -13,56 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -15,21 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -7,52 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.5.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, binário distribuído.

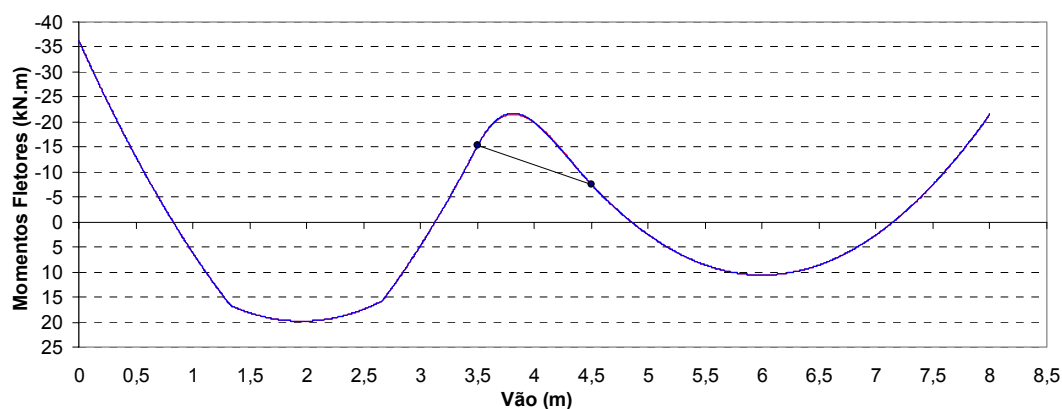


Figura 8.23: Momentos fletores binário distribuído, Caso 9

Resultados:

$$M_{1\text{ máx}} = 19,82 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 10,59 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -21,53 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -15,21 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -7,52 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.5.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 8.22.

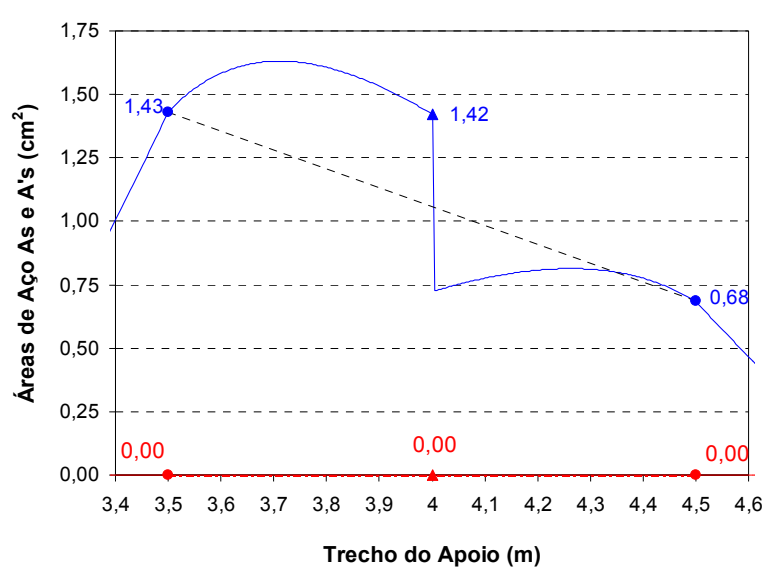


Figura 8.24: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 9

Resultados:

$$ASX_2 = 1,42 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ ESQ} = 1,43 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ DIR} = 0,68 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ ESQ} = 1,63 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ DIR} = 1,42 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.5.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico da Figura 8.23.

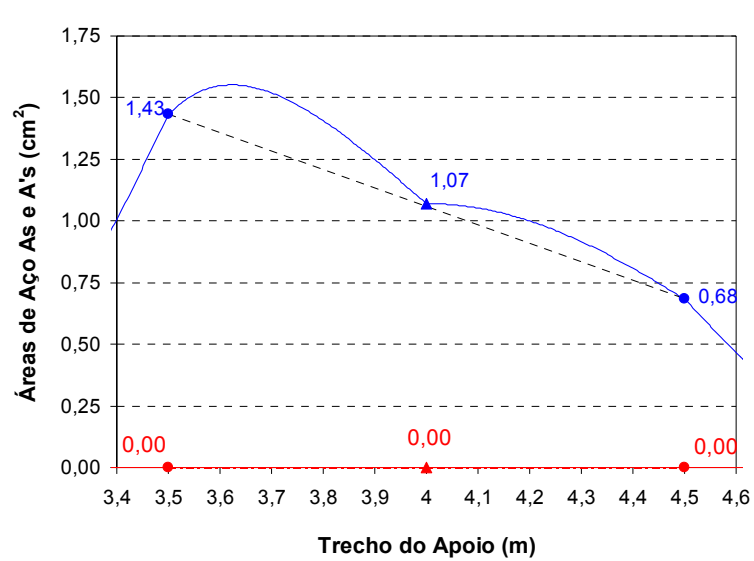


Figura 8.25: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 9

Resultados:

$$ASX_2 = 1,07 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ ESQ} = 1,43 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ DIR} = 0,68 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ ESQ} = 1,55 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ DIR} = 1,07 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.6 Caso 10 (Apoio 2)

8.6.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

Igual ao da Figura 4.2, Caso 1 (Apoio 2).

8.6.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003 e momentos fletores corrigidos.

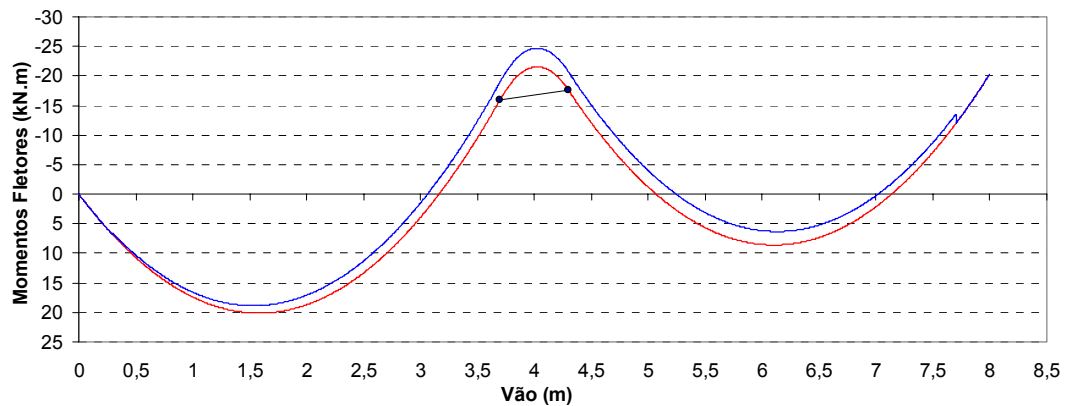


Figura 8. 26: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 10

Resultados, referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_{1\text{ máx}} = 18,85 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 6,31 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -24,69 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -19,02 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -20,66 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.6.3 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico corrigido da Figura 8.26.

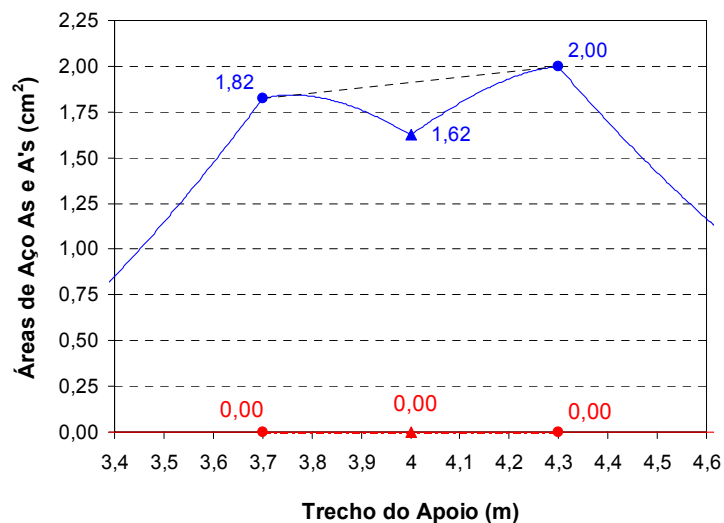


Figura 8. 27: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 10

Resultados:

$$ASX_2 = 1,62 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE ESQ}} = 1,82 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE DIR}} = 2,00 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX ESQ}} = 1,84 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX DIR}} = 2,00 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.7 Caso 11 (Apoio 2)

8.7.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

Igual ao da Figura 4.2, Caso 1 (Apoio 2).

8.7.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003 e momentos fletores corrigidos.

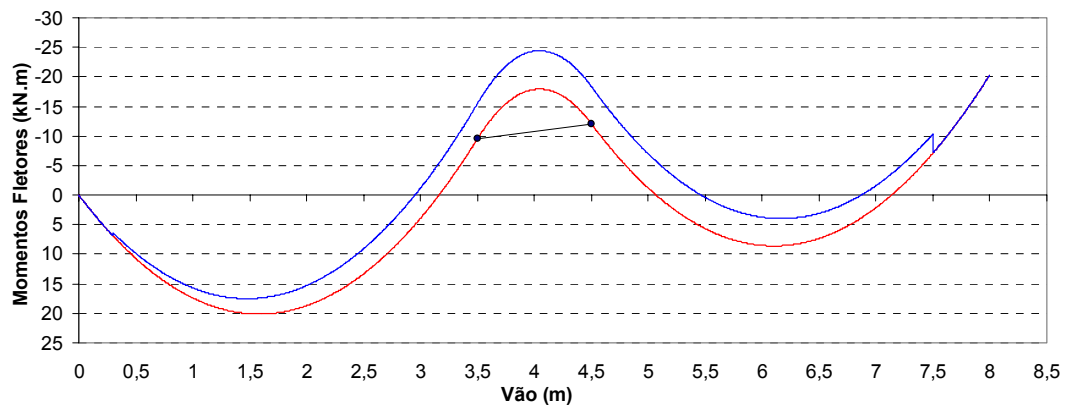


Figura 8. 28: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 11

Resultados, referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_{1 \text{ máx}} = 17,51 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2 \text{ máx}} = 3,97 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2 \text{ ARRED}} = -24,40 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2 \text{ FACE ESQ}} = -15,48 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2 \text{ FACE DIR}} = -18,37 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.7.3 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico corrigido da Figura 8.28.

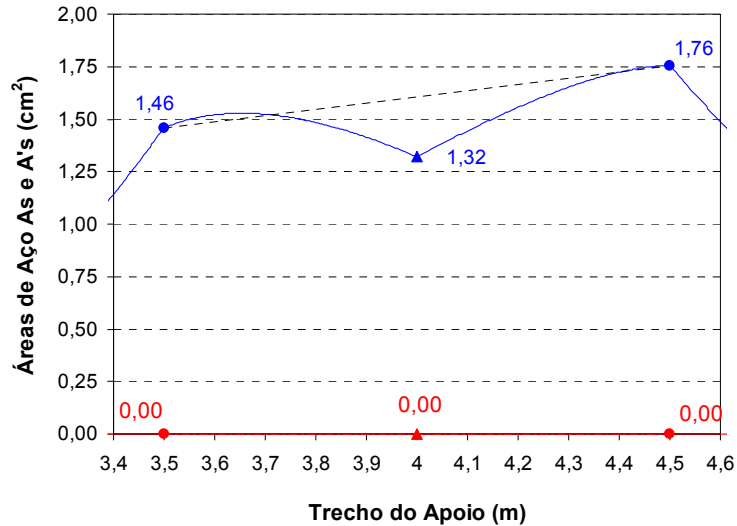


Figura 8. 29: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 11

Resultados:

$$ASX_2 = 1,32 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ ESQ} = 1,46 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ DIR} = 1,76 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ ESQ} = 1,53 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ DIR} = 1,76 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.8 Caso 12 (Apoio 2)

8.8.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

Igual ao da Figura 8.6, Caso 5 (Apoio 2).

8.8.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003 e momentos fletores corrigidos.

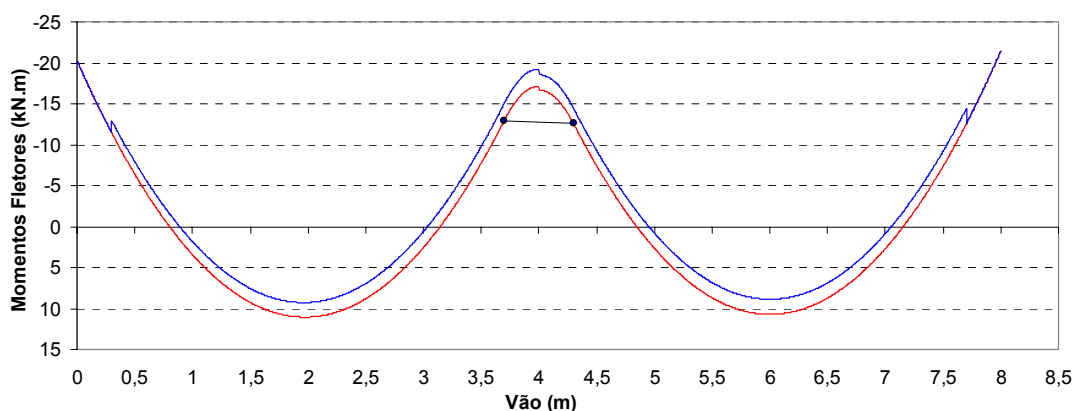


Figura 8. 30: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 12

Resultados, referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_{1\text{ máx}} = 9,28 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 8,87 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED ESQ}} = -19,25 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED DIR}} = -18,53 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -15,05 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -14,42 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.8.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, binário distribuído e momentos fletores corrigidos.

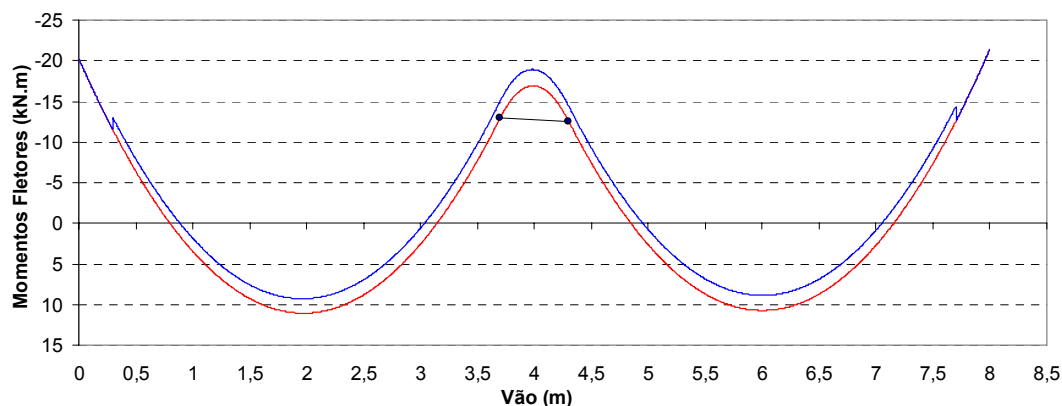


Figura 8. 31: Momentos fletores binário distribuído e corrigidos, Caso 12

Resultados, referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_1_{m\acute{a}x} = 9,28 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento m\acute{a}ximo positivo, v\~{a}o 1})$$

$$M_2_{m\acute{a}x} = 8,87 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento m\acute{a}ximo positivo, v\~{a}o 2})$$

$$X_2_{ARRED} = -18,91 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento m\acute{a}ximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_2_{FACE\ ESQ} = -15,05 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_2_{FACE\ DIR} = -14,42 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.8.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico corrigido da Figura 8.30.

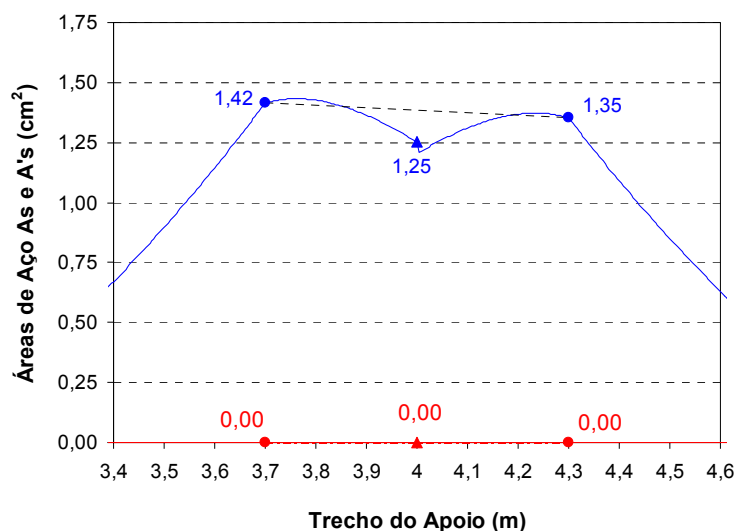


Figura 8. 32: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 12

Resultados:

$$ASX_2 = 1,25 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ ESQ} = 1,42 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ DIR} = 1,35 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{M\acute{A}X\ ESQ} = 1,43 \text{ cm}^2 \quad (\text{M\acute{a}x. \acute{a}rea de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{M\acute{A}X\ DIR} = 1,37 \text{ cm}^2 \quad (\text{M\acute{a}x. \acute{a}rea de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.8.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico corrigido da Figura 8.31.

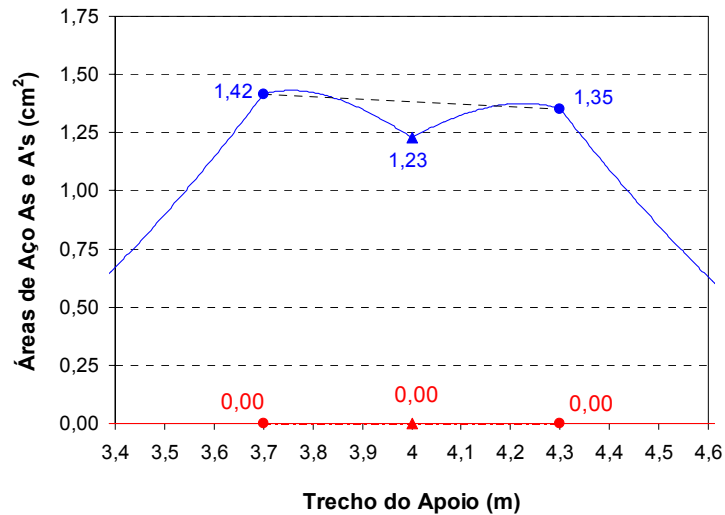


Figura 8. 33: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 12

Resultados:

$$ASX_2 = 1,23 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ ESQ} = 1,42 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ DIR} = 1,35 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ ESQ} = 1,43 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ DIR} = 1,38 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.9 Caso 13 (Apoio 2)

8.9.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

Igual ao da Figura 8.11, Caso 6 (Apoio 2).

8.9.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003 e momentos fletores corrigidos.

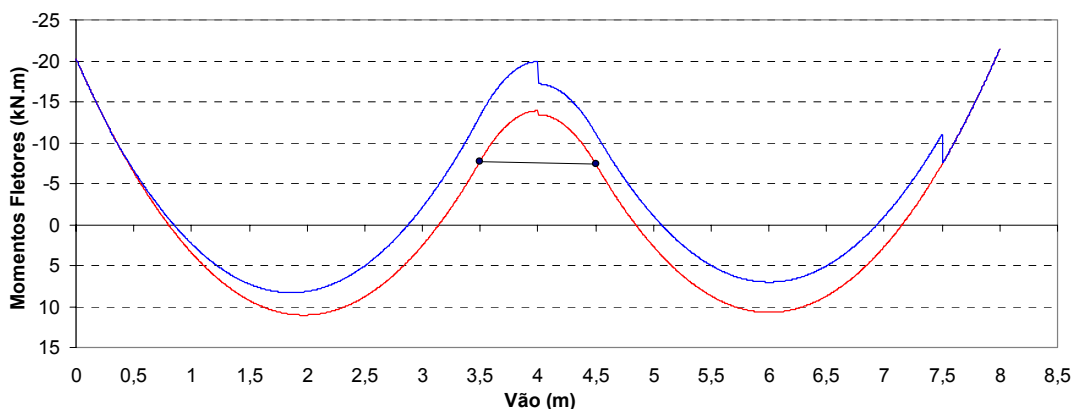


Figura 8. 34: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 13

Resultados, referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_{1\text{ máx}} = 8,31 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 7,02 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED ESQ}} = -19,89 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED DIR}} = -17,18 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -13,29 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -11,13 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.9.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, binário distribuído e momentos fletores corrigidos.

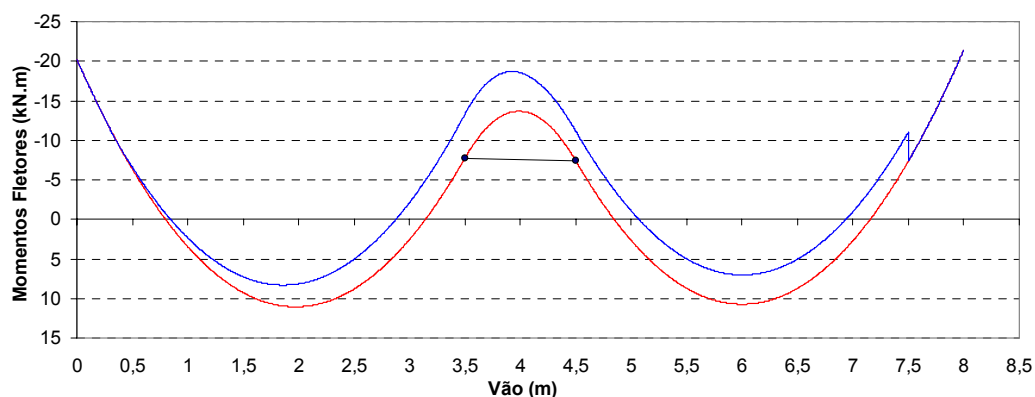


Figura 8. 35: Momentos fletores binário distribuído e corrigidos, Caso 13

Resultados, referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_{1\text{ máx}} = 8,31 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 7,02 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -18,69 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -13,29 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -11,13 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.9.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico corrigido da Figura 8.34.

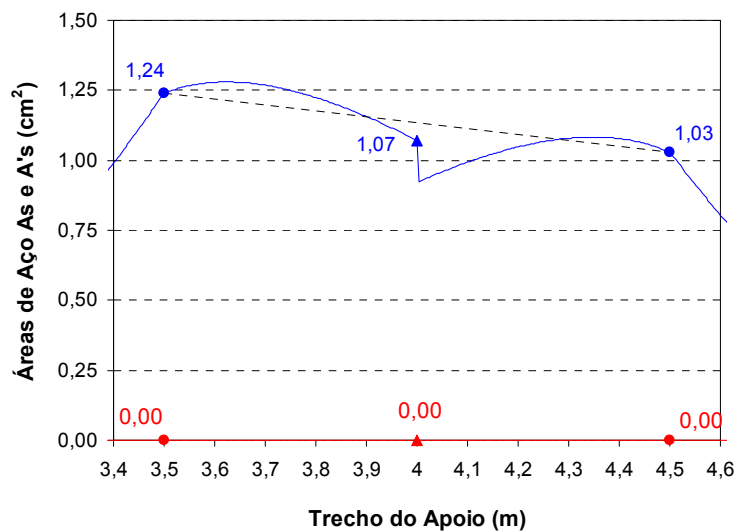


Figura 8. 36: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 13

Resultados:

$$ASX_2 = 1,07 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ FACE ESQ}} = 1,24 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ FACE DIR}} = 1,03 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ MÁX ESQ}} = 1,28 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ MÁX DIR}} = 1,08 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.9.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico corrigido da Figura 8.35.

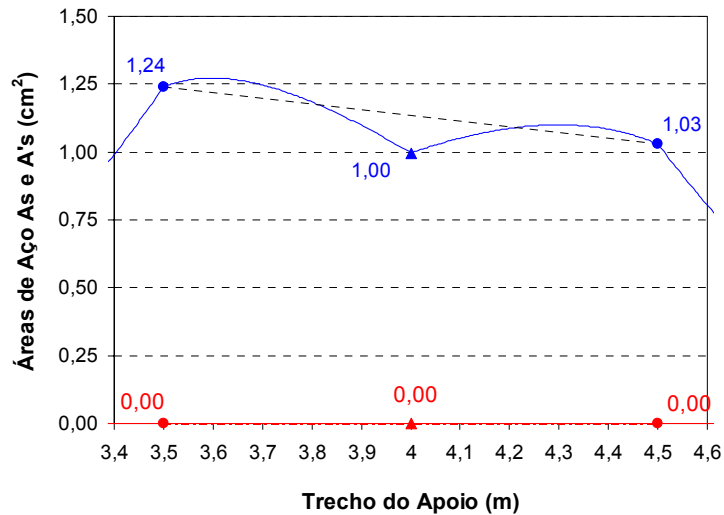


Figura 8. 37: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 13

Resultados:

$$ASX_2 = 1,00 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ ESQ} = 1,24 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{FACE\ DIR} = 1,03 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ ESQ} = 1,27 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_2_{MÁX\ DIR} = 1,10 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.10 Caso 15 (Apoio 2)

8.10.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

Igual ao da Figura 8.21, Caso 9 (Apoio 2).

8.10.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, segundo a NBR 6118/2003 e momentos fletores corrigidos.

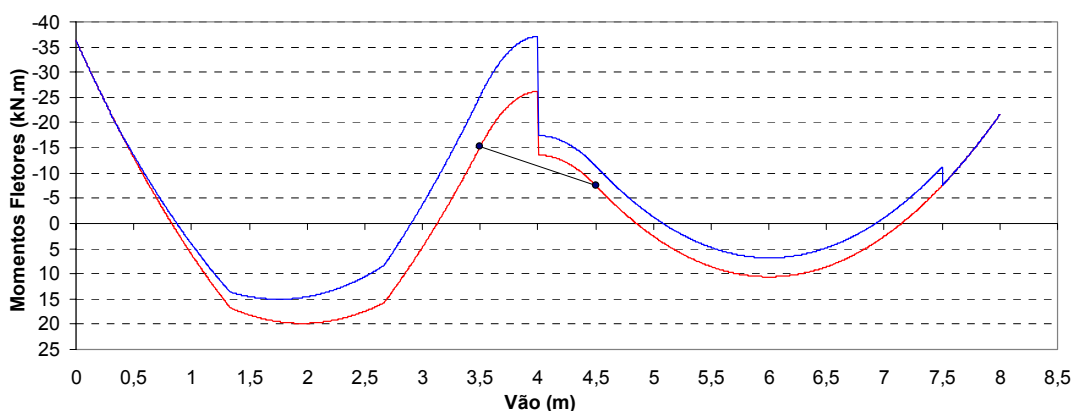


Figura 8. 38: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 15

Resultados, referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_{1\text{ máx}} = 15,03 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 6,82 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED ESQ}} = -37,06 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED DIR}} = -17,43 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -25,29 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -11,38 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.10.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 2, binário distribuído e momentos fletores corrigidos.

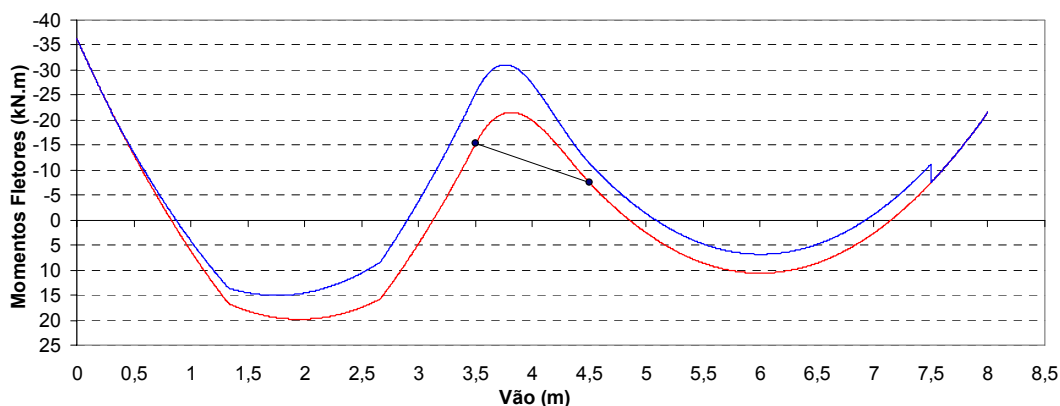


Figura 8. 39: Momentos fletores binário distribuído e corrigidos, Caso 15

Resultados, referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_{1\text{ máx}} = 15,03 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$M_{2\text{ máx}} = 6,82 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 2})$$

$$X_{2\text{ ARRED}} = -31,06 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE ESQ}} = -25,29 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face esquerda, Apoio 2})$$

$$X_{2\text{ FACE DIR}} = -11,38 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 2})$$

8.10.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico corrigido da Figura 8.38.

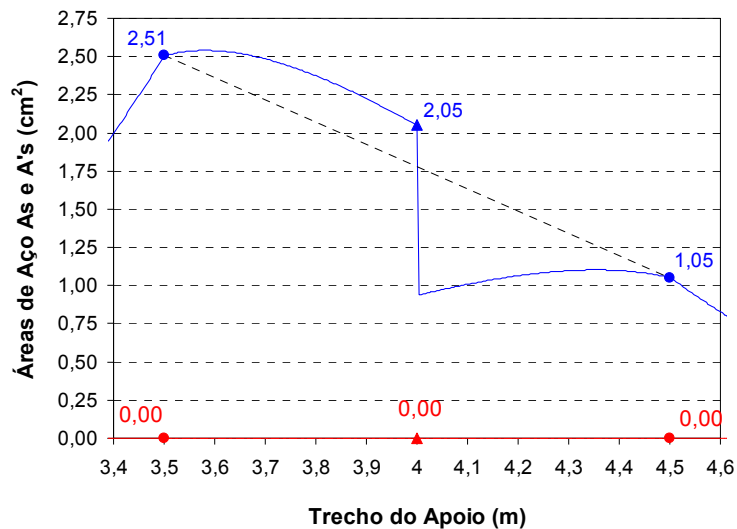


Figura 8. 40: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 15

Resultados:

$$ASX_2 = 2,05 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ FACE ESQ}} = 2,51 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ FACE DIR}} = 1,05 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ MÁX ESQ}} = 2,54 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2\text{ MÁX DIR}} = 2,05 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.10.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 2, com base no gráfico corrigido da Figura 8.39.

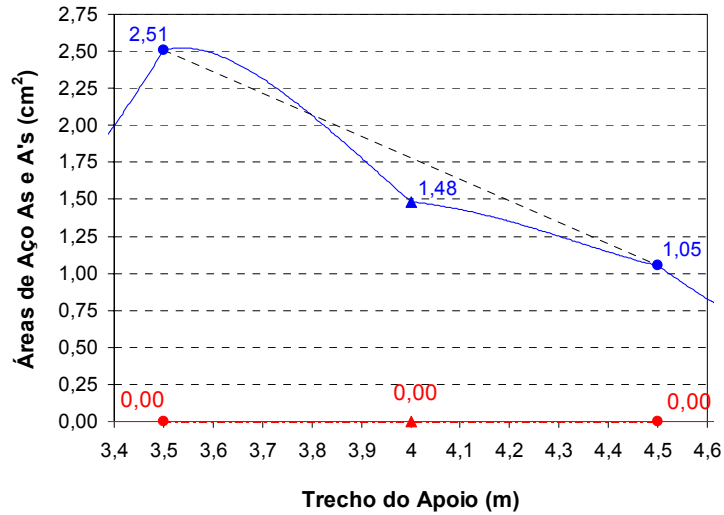


Figura 8. 41: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 15

Resultados:

$$ASX_2 = 1,48 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE ESQ}} = 2,51 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face esquerda do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ FACE DIR}} = 1,05 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX ESQ}} = 2,52 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face esquerda ao eixo do Apoio 2})$$

$$ASX_{2 \text{ MÁX DIR}} = 1,48 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 2})$$

8.11 Caso 7 (Apoio 1)

8.11.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

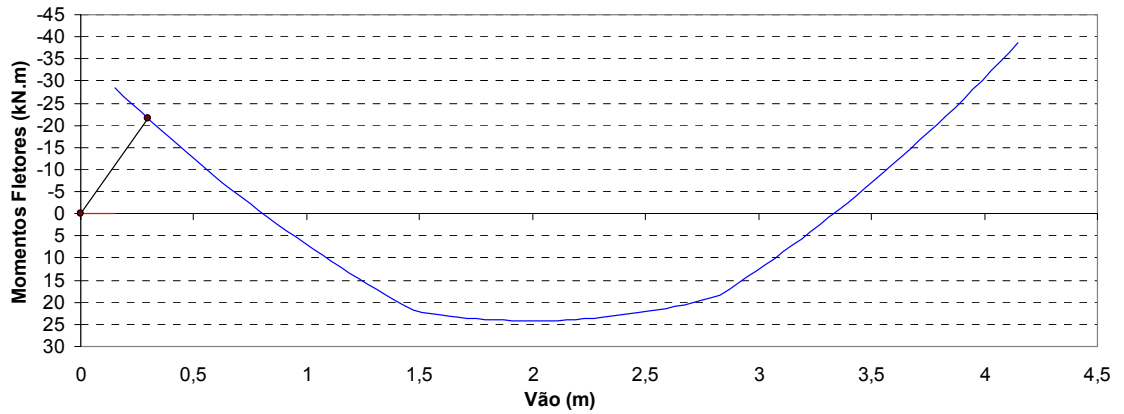


Figura 8. 42: Momentos fletores vão 1, Caso 7

Incógnitas hiperestáticas:

$$X_1 = -28,54 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo, Apoio 1})$$

$$X_{2_{ESQ}} = -38,52 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a esquerda, Apoio 2})$$

8.11.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 1, segundo a NBR 6118/2003.

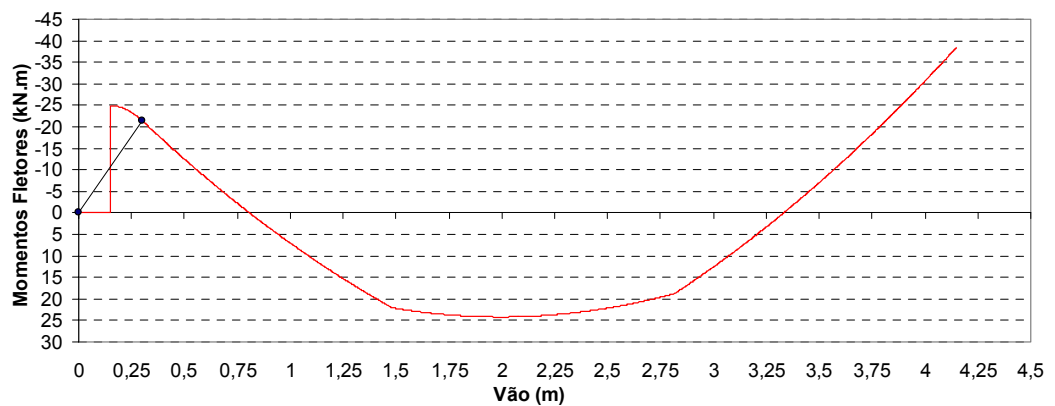


Figura 8. 43: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 7

Resultados:

$$M_{I\text{ máx}} = 24,18 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$X_{I\text{ ARRED DIR}} = -24,89 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 1})$$

$$X_{I\text{ FACE DIR}} = -21,42 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 1})$$

8.11.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 1, binário distribuído.

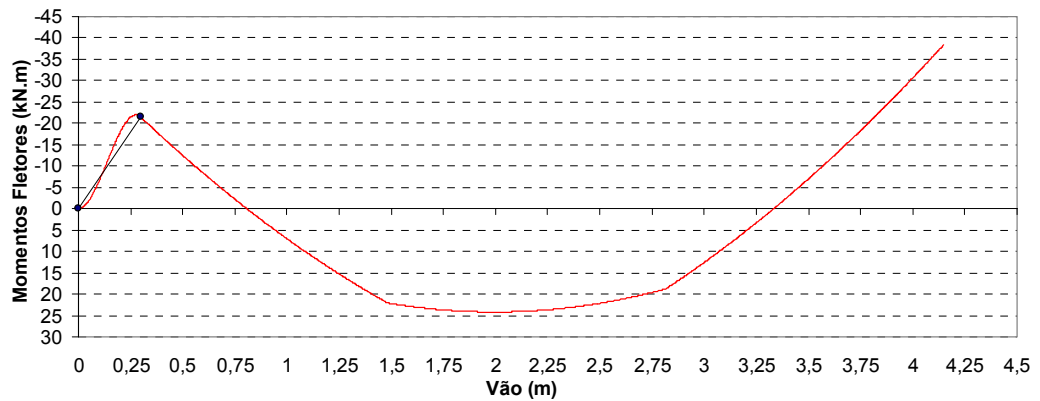


Figura 8. 44: Momentos fletores binário distribuído, Caso 7

Resultados:

$$M_{I\text{ máx}} = 24,18 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$X_{I\text{ ARRED}} = -21,97 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 1})$$

$$X_{I\text{ FACE DIR}} = -21,42 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 1})$$

8.11.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 1, com base no gráfico da Figura 8.43.

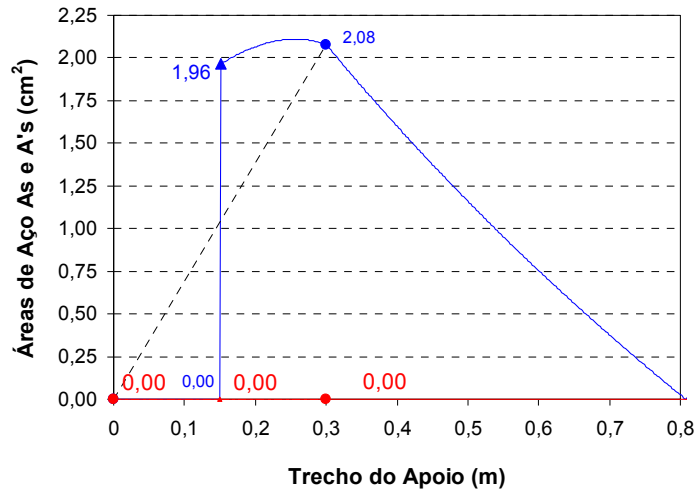


Figura 8. 45: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 7

Resultados:

$$ASX_1 = 1,96 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 1})$$

$$ASX_{1 \text{ FACE DIR}} = 2,08 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 1})$$

$$ASX_{1 \text{ MÁX DIR}} = 2,11 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 1})$$

8.11.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 1, com base no gráfico da Figura 8.44.

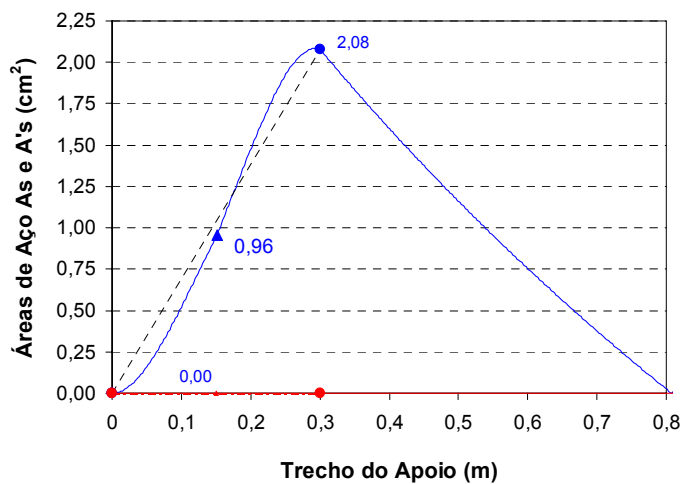


Figura 8. 46: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 7

Resultados:

$$ASX_I = 0,96 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 1})$$

$$ASX_I \text{ FACE DIR} = 2,08 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 1})$$

$$ASX_I \text{ MÁX DIR} = 2,08 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 1})$$

8.12 Caso 14 (Apoio 1)

8.12.1 Traçado gráfico dos momentos fletores.

Igual ao da Figura 4.18, Caso 8 (Apoio 1).

8.12.2 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 1, segundo a NBR 6118/2003 e momentos fletores corrigidos.

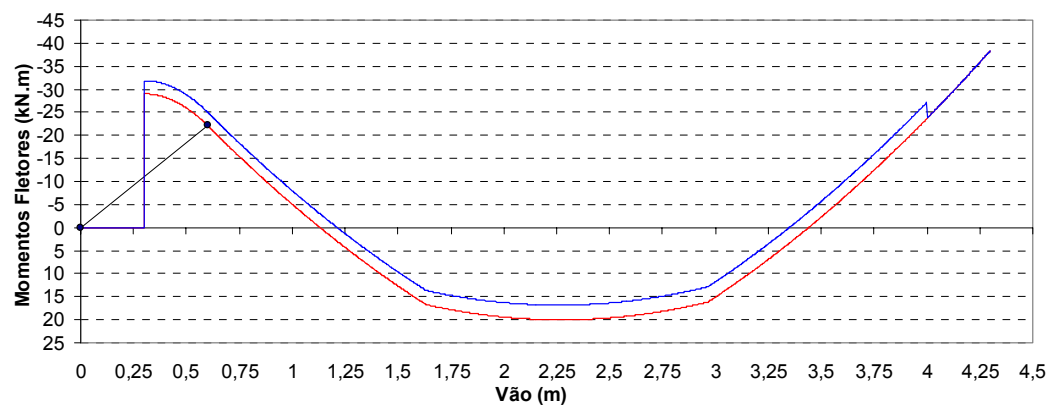


Figura 8. 47: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 14

Resultados, referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_I \text{ máx} = 16,82 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$X_I \text{ ARRED DIR} = -31,86 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 1})$$

$$X_I \text{ FACE DIR} = -25,00 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 1})$$

8.12.3 Traçado gráfico dos momentos fletores e arredondado sobre o Apoio 1, binário distribuído.

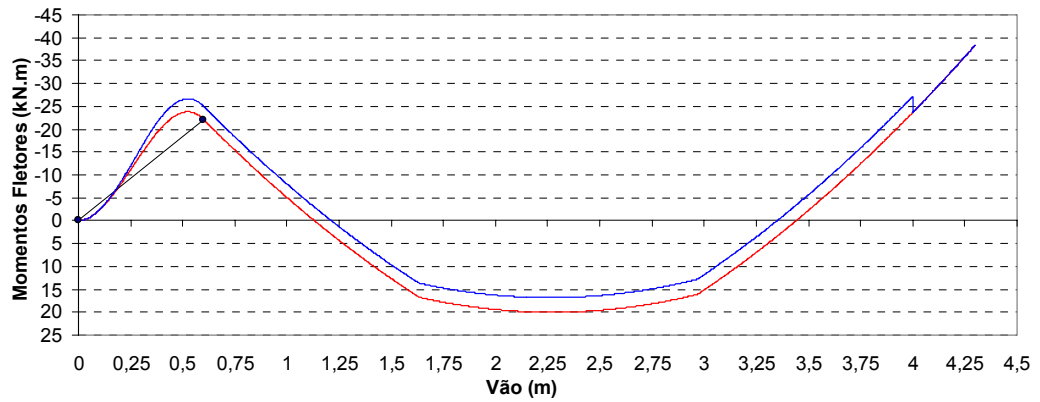


Figura 8. 48: Momentos fletores binário distribuído, Caso 14

Resultados, referentes aos momentos fletores corrigidos:

$$M_{I \text{ máx}} = 16,82 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo positivo, vão 1})$$

$$X_{I \text{ ARRED DIR}} = -26,63 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento máximo negativo a direita, Apoio 1})$$

$$X_{I \text{ FACE DIR}} = -25,00 \text{ kN.m} \quad (\text{Momento negativo face direita, Apoio 1})$$

8.12.4 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 1, com base no gráfico da Figura 8.47.

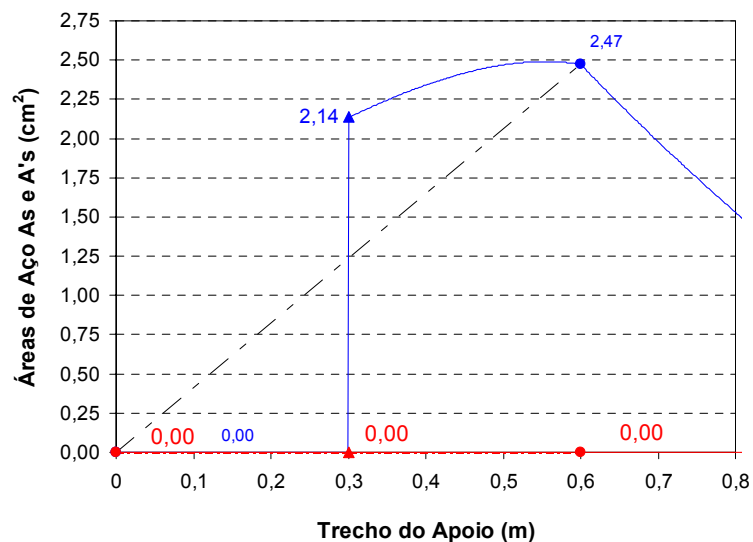


Figura 8. 49: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 14

Resultados:

$$ASX_1 = 2,14 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 1})$$

$$ASX_{1 \text{ FACE DIR}} = 2,47 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 1})$$

$$ASX_{1 \text{ MÁX DIR}} = 2,49 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 1})$$

8.12.5 Traçado gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do Apoio 1, com base no gráfico da Figura 8.48.

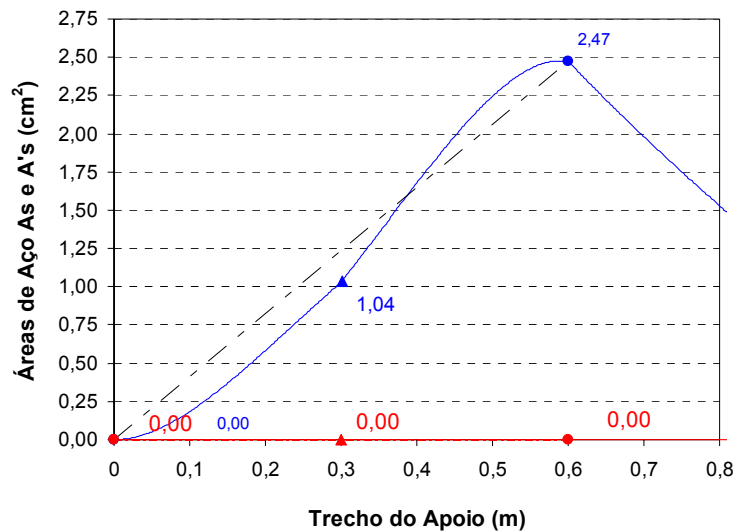


Figura 8. 50: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 14

Resultados:

$$ASX_1 = 1,04 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, eixo do Apoio 1})$$

$$ASX_{1 \text{ FACE DIR}} = 2,47 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço tracionada, face direita do Apoio 1})$$

$$ASX_{1 \text{ MÁX DIR}} = 2,48 \text{ cm}^2 \quad (\text{Máx. área de aço tracionada, da face direita ao eixo do Apoio 1})$$

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ESTUDO DO DIMENSIONAMENTO DE VIGAS NA LIGAÇÃO COM
PILARES EM PROJETOS DE ESTRUTURAS DE CONCRETO
ARMADO**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do grau de mestre em engenharia civil.

RODRIGO LUZ GLORIA

Florianópolis, junho de 2003.

**ESTUDO DO DIMENSIONAMENTO DE VIGAS NA LIGAÇÃO COM
PILARES EM PROJETOS DE ESTRUTURAS DE CONCRETO
ARMADO**

RODRIGO LUZ GLORIA

Esta dissertação foi julgada para obtenção do título de
MESTRE EM ENGENHARIA,
especialidade ENGENHARIA CIVIL, e aprovada em sua
forma final pelo programa de Pós-Graduação em Engenharia
Civil.

Prof. (Dr.) **Daniel Domingues Loriggio** (Orientador)

Prof^a. **Henriette Lebre La Rovere** (PhD)
(Coordenadora do Curso)

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. (Dr.) **Libânio Miranda Pinheiro** (EESC/USP)

Prof^a. **Henriette Lebre La Rovere** (PhD) (ECV/UFSC)

Prof. (Dr.) **Narbal Ataliba Marcelino** (ECV/UFSC)

Dedico este trabalho aos meus pais,
Fernando Damião Gloria e Edy Luz Gloria,
responsáveis por minha formação.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Daniel Domingues Loriggio, por suas lições, orientação e incentivo, que foram fundamentais para a realização deste trabalho.

À professora Henriette Lebre La Rovere, por suas aulas e estímulo.

À STÁBILE Assessoria, Consultoria e Projetos de Estruturas Ltda., especialmente ao professor e mestre Tuing Ching Chang, de quem tive o privilégio de ser aluno, aos engenheiros MSc. Alexandre de Araújo Chimello, MSc. Alysson Rodrigo de Andrade, MSc. André da Silva, MSc. Gennyson Gonchorovsky, Helena Echevarria Vianna, Marcel Mores e André Vicente Lenzi, e ao amigo João Batista Martins Sobrinho, pelo apoio e incentivo.

Aos meus irmãos Henrique Luz Gloria, Laura Luz Gloria e Fernando Luz Gloria.

Em especial, à Alexandra Melgarejo Gloria, minha esposa, pelo amor, compreensão, dedicação e incentivo.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	xiii
LISTA DE TABELAS.....	xviii
RESUMO.....	xix
ABSTRACT.....	xx
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	1
1.1.1 OBJETIVO GERAL	1
1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	2
1.2 JUSTIFICATIVA	2
2 INTRODUÇÃO TEÓRICA.....	3
2.1 CONDIÇÕES DE APOIO DE VIGAS CONTÍNUAS	3
2.2 MOMENTOS FLETORES DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS.....	3
2.2.1 ARREDONDAMENTO DO DIAGRAMA DE MOMENTO FLETORES, SEGUNDO A NBR 6118/2003	7
2.3 MÍSULAS	9
2.4 VÃOS TEÓRICOS OU EFETIVOS DE VIGAS.....	10
2.4.1 VÃOS TEÓRICOS DE VIGAS - LEONHARDT.....	10
2.4.2 VÃOS TEÓRICOS DE VIGAS - NBR6118/1978.....	11
2.4.3 VÃOS EFETIVOS DE VIGAS – NBR 6118/2003.....	13
2.5 TRECHOS RÍGIDOS	14
3 MODELAGEM DE VIGA CONTÍNUA.....	15

3.1	MODELO PROPOSTO DO BINÁRIO DISTRIBUÍDO	15
3.2	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO DO BINÁRIO DISTRIBUÍDO.....	17
3.3	EXEMPLOS NUMÉRICOS	22
3.3.1	CASO 1	23
3.3.2	CASO 2	23
3.3.3	CASO 3	24
3.3.4	CASO 4	24
3.3.5	CASO 5	25
3.3.6	CASO 6	25
3.3.7	CASO 7	26
3.3.8	CASO 8	26
3.3.9	CASO 9	27
3.3.10	CASO 10	28
3.3.11	CASO 11	28
3.3.12	CASO 12	28
3.3.13	CASO 13	28
3.3.14	CASO 14	29
3.3.15	CASO 15	29
3.4	RESUMOS DOS CASOS	30
4	RESULTADOS OBTIDOS.....	31
4.1	CASO 1 (APOIO 2).....	32
4.1.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	32
4.1.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003.	33
4.1.3	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 4.3.	34
4.2	CASO 2 (APOIO 2).....	35
4.2.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	35
4.2.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003.	35

4.2.3	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 4.5.	36
4.3	CASO 3 (APOIO 2).....	37
4.3.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	37
4.3.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003.	37
4.3.3	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 4.7.	38
4.4	CASO 8 (APOIO 2).....	39
4.4.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	39
4.4.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003.	40
4.4.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, BINÁRIO DISTRIBUÍDO.	41
4.4.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 4.10.	42
4.4.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 4.11.	43
4.5	CASO 14 (APOIO 2).....	44
4.5.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	44
4.5.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003, E MOMENTOS FLETORES CORRIGIDOS.....	44
4.5.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, BINÁRIO DISTRIBUÍDO E MOMENTOS FLETORES CORRIGIDOS.	45
4.5.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO CORRIGIDO DA FIGURA 4.14.....	46
4.5.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO CORRIGIDO DA FIGURA 4.15.....	47
4.6	CASO 8 (APOIO 1).....	48
4.6.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	48
4.6.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 1, SEGUNDO A NBR 6118/2003.	48

4.6.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 1, BINÁRIO DISTRIBUÍDO.	49
4.6.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 1, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 4.19.	50
4.6.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 1, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 4.20.	51
5	ANÁLISE DOS RESULTADOS	52
5.1.1	MOMENTOS E ARMADURAS DOS CASOS ESTUDADOS	52
5.1.2	RELAÇÕES ENTRE OS MOMENTOS E ENTRE AS ARMADURAS	53
5.1.3	ARMADURAS INTERNAS E NAS FACES DOS APOIOS E SUAS RELAÇÕES	55
5.1.4	MOMENTOS E ARMADURAS DOS CASOS ESTUDADOS, SEM A CONSIDERAÇÃO DA MÍSULA.....	56
5.1.5	RELAÇÕES ENTRE AS ARMADURAS, SEM A CONSIDERAÇÃO DA MÍSULA	57
5.1.6	PROCEDIMENTOS PARA OBTENÇÃO DA RELAÇÃO MÁXIMA ENTRE AS ARMADURAS DE COMPRESSÃO E DE TRAÇÃO.....	58
5.1.7	RELAÇÃO MÁXIMA ENTRE A ARMADURA DE COMPRESSÃO E TRAÇÃO.....	61
5.1.8	COMPORTAMENTO DOS RESULTADOS EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO (FCK).....	62
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	69
7	BIBLIOGRAFIA	72
8	ANEXOS	74
8.1	CASO 4 (APOIO 2)	74
8.1.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	74
8.1.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003.	75
8.1.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, BINÁRIO DISTRIBUÍDO.	75

8.1.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.2.	76
8.1.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.3.	77
8.2	CASO 5 (APOIO 2).....	78
8.2.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	78
8.2.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003.	78
8.2.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, BINÁRIO DISTRIBUÍDO.	79
8.2.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.7.	80
8.2.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.8.	81
8.3	CASO 6 (APOIO 2).....	82
8.3.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	82
8.3.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003.	82
8.3.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, BINÁRIO DISTRIBUÍDO.	83
8.3.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.12.	84
8.3.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.13.	85
8.4	CASO 7 (APOIO 2).....	86
8.4.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	86
8.4.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003.	86
8.4.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, BINÁRIO DISTRIBUÍDO.	87
8.4.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.17.	88

8.4.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.18.	89
8.5	CASO 9 (APOIO 2).....	90
8.5.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	90
8.5.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003.	90
8.5.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, BINÁRIO DISTRIBUÍDO.	91
8.5.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.22.	92
8.5.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.23.	93
8.6	CASO 10 (APOIO 2).....	93
8.6.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	93
8.6.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003 E MOMENTOS FLETORES CORRIGIDOS.....	94
8.6.3	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO CORRIGIDO DA FIGURA 8.26.....	94
8.7	CASO 11 (APOIO 2).....	95
8.7.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	95
8.7.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003 E MOMENTOS FLETORES CORRIGIDOS.....	95
8.7.3	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO CORRIGIDO DA FIGURA 8.28.....	96
8.8	CASO 12 (APOIO 2).....	96
8.8.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	96
8.8.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003 E MOMENTOS FLETORES CORRIGIDOS.....	97
8.8.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, BINÁRIO DISTRIBUÍDO E MOMENTOS FLETORES CORRIGIDOS.	97
8.8.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO CORRIGIDO DA FIGURA 8.30.....	98

8.8.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO CORRIGIDO DA FIGURA 8.31.....	99
8.9	CASO 13 (APOIO 2).....	99
8.9.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	99
8.9.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003 E MOMENTOS FLETORES CORRIGIDOS.....	100
8.9.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, BINÁRIO DISTRIBUÍDO E MOMENTOS FLETORES CORRIGIDOS.	100
8.9.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO CORRIGIDO DA FIGURA 8.34.....	101
8.9.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO CORRIGIDO DA FIGURA 8.35.....	102
8.10	CASO 15 (APOIO 2).....	102
8.10.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	102
8.10.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, SEGUNDO A NBR 6118/2003 E MOMENTOS FLETORES CORRIGIDOS.....	103
8.10.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 2, BINÁRIO DISTRIBUÍDO E MOMENTOS FLETORES CORRIGIDOS.	103
8.10.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO CORRIGIDO DA FIGURA 8.38.....	104
8.10.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 2, COM BASE NO GRÁFICO CORRIGIDO DA FIGURA 8.39.....	105
8.11	CASO 7 (APOIO 1).....	106
8.11.1	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	106
8.11.2	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 1, SEGUNDO A NBR 6118/2003.	106
8.11.3	TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 1, BINÁRIO DISTRIBUÍDO.	107
8.11.4	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 1, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.43.	108
8.11.5	TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 1, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.44.	108

8.12 CASO 14 (APOIO 1).....	109
8.12.1 TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES.	109
8.12.2 TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 1, SEGUNDO A NBR 6118/2003 E MOMENTOS FLETORES CORRIGIDOS.....	109
8.12.3 TRAÇADO GRÁFICO DOS MOMENTOS FLETORES E ARREDONDADO SOBRE O APOIO 1, BINÁRIO DISTRIBUÍDO.	110
8.12.4 TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 1, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.47.	110
8.12.5 TRAÇADO GRÁFICO DAS ÁREAS DE AÇO NECESSÁRIAS À FLEXÃO, AO LONGO DA EXTENSÃO DO APOIO 1, COM BASE NO GRÁFICO DA FIGURA 8.48.	111

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Detalhe da viga contínua e esquema de cálculo	4
Figura 2.2: Gráfico de Momentos Fletores e esquema para cálculo do momento na face	4
Figura 2.3: Gráfico de Momentos Fletores e esquema para cálculo do arredondamento	5
Figura 2.4: Arredondamento de diagrama de momentos fletores, NBR 6118/2003	7
Figura 2.5: Altura e largura efetivas de uma seção transversal, NBR 6118/2003	9
Figura 2.6 : Detalhe da mísula em apoio de viga contínua	9
Figura 2.7: Vãos teóricos em apoios extremos livres à rotação	10
Figura 2.8: Vão teórico em apoio extremo engastado	11
Figura 2.9: Vão teórico em viga isolada	11
Figura 2.10: Vão teórico em extremo de viga contínua	12
Figura 2.11: Vão teórico viga em balanço	12
Figura 2.12: Apoio extremo e apoio intermediário de viga contínua.....	13
Figura 2.13: Trechos rígidos, NBR 6118/2003	14
Figura 3.1: Momento concentrado em binário distribuído	15
Figura 3.2: Arredondamento do gráfico de momento fletor negativo com binário distribuído.....	16
Figura 3.3: Esquema de cálculo de dois vãos de uma viga contínua.....	17
Figura 3.4: Arredondamento do gráfico de momentos fletores negativos, com ou sem ligação com os pilares.....	18
Figura 3.5: Correção dos gráficos dos momentos fletores negativos na presença de trecho rígido, com descontinuidade de momentos ou com binário distribuído ..	19
Figura 3.6: Gráfico das áreas de aço necessárias à flexão, ao longo da extensão do apoio, com descontinuidade de momentos	20

Figura 3.7: Gráfico das áreas de aço necessárias à flexão ao longo da extensão do apoio, com binário distribuído	21
Figura 3.8: Pórtico espacial (dimensões do pórtico em metros e das seções transversais em centímetros)	22
Figura 3.9: Geometria da viga, Caso 1 (dimensões em cm)	23
Figura 3.10: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 1 (dimensões em cm)...	23
Figura 3.11: Geometria da viga, Caso 2 (dimensões em cm)	23
Figura 3.12: Geometria da viga, Caso 3 (dimensões em cm)	24
Figura 3.13: Geometria da viga, Caso 4 (dimensões em cm)	24
Figura 3.14: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 4 (dimensões em cm)...	24
Figura 3.15: Geometria da viga, Caso 5 (dimensões em cm)	25
Figura 3.16: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 5 (dimensões em cm)...	25
Figura 3.17: Geometria da viga, Caso 6 (dimensões em cm)	25
Figura 3.18: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 6 (dimensões em cm)...	26
Figura 3.19: Geometria da viga, Caso 7 (dimensões em cm)	26
Figura 3.20: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 7 (dimensões em cm)...	26
Figura 3.21: Geometria da viga, Caso 8 (dimensões em cm)	27
Figura 3.22: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 8 (dimensões em cm)...	27
Figura 3.23: Geometria da viga, Caso 9 (dimensões em cm)	27
Figura 3.24: Esquema estrutural e de carregamento, Caso 9 (dimensões em cm)...	27
Figura 3.25: Geometria da viga, Caso 10 (dimensões em cm)	28
Figura 3.26: Geometria da viga, Caso 11 (dimensões em cm)	28
Figura 3.27: Resumo dos Casos	30
Figura 4.1: Indicação dos vãos e dos apoios estudados (dimensões em cm)	31
Figura 4.2: Momentos fletores, Caso 1	32
Figura 4.3: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 1	33

Figura 4.4: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 1	34
Figura 4.5: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 2	35
Figura 4.6: Áreas de aço, NBR 6118/2003 , Caso 2	36
Figura 4.7: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 3	37
Figura 4.8: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 3	38
Figura 4.9: Momentos fletores, Caso 8	39
Figura 4.10: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 8	40
Figura 4.11: Momentos fletores binário distribuído, Caso 8	41
Figura 4.12: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 8	42
Figura 4.13: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 8.....	43
Figura 4.14: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 14.....	44
Figura 4.15: Momentos fletores binário distribuído e corrigidos, Caso 14.....	45
Figura 4.16: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 14	46
Figura 4.17: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 14.....	47
Figura 4.18: Momentos fletores vão 1, Caso 8.....	48
Figura 4.19: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 8	48
Figura 4.20: Momentos fletores binário distribuído, Caso 8	49
Figura 4.21: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 8	50
Figura 4.22: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 8.....	51
Figura 5.1: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 8 (Apoio 2).....	58
Figura 5.2: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 8 (Apoio 2).....	59
Figura 5.3: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 8 (Apoio 2) e com armadura de compressão acompanhando a mísula de concreto.....	60
Figura 8.1: Momentos fletores, Caso 4	74
Figura 8.2: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 4	75

Figura 8.3: Momentos fletores binário distribuído, Caso 4	75
Figura 8.4: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 4	76
Figura 8.5: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 4.....	77
Figura 8.6: Momentos fletores, Caso 5	78
Figura 8.7: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 5	78
Figura 8.8: Momentos fletores binário distribuído, Caso 5	79
Figura 8.9: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 5	80
Figura 8.10: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 5.....	81
Figura 8.11: Momentos fletores, Caso 6	82
Figura 8.12: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 6	82
Figura 8.13: Momentos fletores binário distribuído, Caso 6	83
Figura 8.14: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 6	84
Figura 8.15: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 6.....	85
Figura 8.16: Momentos fletores, Caso 7	86
Figura 8.17: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 7	86
Figura 8.18: Momentos fletores binário distribuído, Caso 7	87
Figura 8.19: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 7	88
Figura 8.20: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 7.....	89
Figura 8.21: Momentos fletores, Caso 9	90
Figura 8.22: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 9	90
Figura 8.23: Momentos fletores binário distribuído, Caso 9	91
Figura 8.24: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 9	92
Figura 8.25: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 9.....	93
Figura 8. 26: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 10.....	94
Figura 8. 27: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 10	94

Figura 8. 28: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 11.....	95
Figura 8. 29: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 11	96
Figura 8. 30: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 12.....	97
Figura 8. 31: Momentos fletores binário distribuído e corrigidos, Caso 12.....	97
Figura 8. 32: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 12	98
Figura 8. 33: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 12.....	99
Figura 8. 34: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 13.....	100
Figura 8. 35: Momentos fletores binário distribuído e corrigidos, Caso 13.....	100
Figura 8. 36: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 13	101
Figura 8. 37: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 13.....	102
Figura 8. 38: Momentos fletores NBR 6118/2003 e corrigidos, Caso 15.....	103
Figura 8. 39: Momentos fletores binário distribuído e corrigidos, Caso 15.....	103
Figura 8. 40: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 15	104
Figura 8. 41: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 15.....	105
Figura 8. 42: Momentos fletores vão 1, Caso 7.....	106
Figura 8. 43: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 7	106
Figura 8. 44: Momentos fletores binário distribuído, Caso 7	107
Figura 8. 45: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 7	108
Figura 8. 46: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 7.....	108
Figura 8. 47: Momentos fletores NBR 6118/2003, Caso 14	109
Figura 8. 48: Momentos fletores binário distribuído, Caso 14	110
Figura 8. 49: Áreas de aço, NBR 6118/2003, Caso 14	110
Figura 8. 50: Áreas de aço, binário distribuído, Caso 14.....	111

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1: Momentos e Armaduras dos casos estudados.....	53
Tabela 5.2: Relações entre os momentos e entre as armaduras.....	53
Tabela 5.3: Armaduras Internas e nas Faces dos apoios e suas relações	55
Tabela 5.4: Momentos e Armaduras dos casos estudados, sem a consideração da mísula.....	56
Tabela 5.5: Relações entre as armaduras, sem a consideração da mísula	57
Tabela 5.6: Momentos nas faces dos apoios e armaduras duplas.....	61
Tabela 5.7: Relações entre as armaduras de compressão e tração	61
Tabela 5.8: Momentos e Armaduras dos casos estudados, $f_{ck} = 30$ MPa.....	62
Tabela 5.9: Relações entre os momentos e entre as armaduras, $f_{ck} = 30$ MPa	63
Tabela 5.10: Armaduras Internas e nas Faces dos apoios e suas relações, $f_{ck} = 30$ MPa.....	64
Tabela 5.11: Momentos e Armaduras dos casos estudados, sem a consideração da mísula, $f_{ck} = 30$ MPa.....	65
Tabela 5.12: Relações entre as armaduras, sem a consideração da mísula, $f_{ck} = 30$ MPa.....	66
Tabela 5.13: Momentos nas faces dos apoios e armaduras duplas, $f_{ck} = 30$ MPa...	67
Tabela 5.14: Relações entre as armaduras de compressão e tração, $f_{ck} = 30$ MPa	68

RESUMO

Este trabalho estuda o dimensionamento de vigas na ligação com pilares em projetos de estruturas de concreto armado, no regime elástico linear, discretizando vigas e pilares em elementos lineares, segundo seus eixos, tendo como focos principais a avaliação dos momentos fletores negativos das vigas nos apoios e suas armaduras. Efetuou-se uma revisão do método de arredondamento dos momentos fletores sobre os apoios, conforme normalização pertinente, e se propõe um outro método, quando há descontinuidade do diagrama de momentos fletores nas vigas. Foram elaboradas planilhas eletrônicas, que viabilizaram os estudos mencionados, para as análises dos momentos fletores e respectivos dimensionamentos das armaduras das vigas, nos apoios. Estudaram-se, então, dezoito regiões de apoios de vigas, extraídos de quinze casos representativos de vigas contínuas em estruturas usuais de concreto armado. Por fim, são propostos procedimentos que visam considerar valores mais realistas que resultam em dimensionar mais economicamente as armaduras negativas nos apoios das vigas.

ABSTRACT

This work deals with the dimensioning of connection between pillar and beams in reinforced concrete structures, within the linear elastic regime, representing beams and pillars as linear elements, having as main focus the evaluation of beams' negative bending moments on the supports and their reinforcement. It was carried out a review of the rounding method of the bending moments on the supports, according to relevant normalization, and a new method is proposed for when there is bending moment diagram discontinuity on the beams. Electronic spreadsheets were elaborated which made possible the studies mentioned, for the analysis of the bending moments and respective dimensioning of beam reinforcement on the supports. Eighteen beam support regions were studied, using fifteen representative cases of continuous beams in regular reinforced concrete structures. Finally the work proposes procedures considering more realistic values for more economical dimensioning of negative reinforcement on beam supports.