

*ALBERTO SMANIOTTO*

**DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO  
AUTOMÁTICO DE PILARES RETANGULARES  
SUBMETIDOS À FLEXÃO COMPOSTA OBLÍQUA**

**Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial exigido pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC, para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil.**

**Florianópolis**

**2005**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - PPGEC

**DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO  
AUTOMÁTICO DE PILARES RETANGULARES  
SUBMETIDOS À FLEXÃO COMPOSTA OBLÍQUA**

**Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial exigido pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC, para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil.**

***ALBERTO SMANIOTTO***

**Florianópolis, Junho de 2005**

SMANIOTTO, Alberto. ***Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua***

Florianópolis, 2005. 120p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientador: Daniel Domingues Loriggio

Defesa: 05/2005

1. Dimensionamento automático
2. Pilares
3. Flexão composta oblíqua

## **FOLHA DE APROVAÇÃO**

A presente dissertação foi julgada e aprovada como requisito final para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC, em seção pública realizada em \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/2005

---

Coordenador do PPGEC - Prof. Dr. Glicério Trichês

---

Orientador - Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio

### **COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio - Moderador

---

Prof<sup>a</sup>. Henriette Lebre La Rovere, PhD

---

Prof. Dr. Narbal Ataliba Marcellino

---

Prof. Marcos Antonio Marino, PhD

## SUMÁRIO

Lista de Figuras .....	v
Lista de Tabelas .....	x
Lista de Símbolos .....	xii
Resumo .....	xviii
Abstract.....	xix
1. Introdução.....	1
1.1 Justificativa.....	1
1.2 Objetivos.....	2
1.3 Revisão bibliográfica dos métodos utilizados atualmente.....	2
2. Critérios atuais de dimensionamento de pilares submetidos a solicitações normais.....	8
2.1 Convenções.....	8
2.2 Hipóteses básicas.....	10
2.3 Ações .....	11
2.3.1 Classificação das ações.....	11
2.3.2 Combinações de ações.....	11
2.3.3 Característica de esforços solicitantes em pilares.....	15
2.4 Excentricidades.....	18
2.4.1 Excentricidade inicial - $e_1$ .....	19
2.4.2 Excentricidade acidental - $e_a$ .....	22
2.4.3 Excentricidade de 2ª ordem - $e_2$ .....	26
2.4.4 Excentricidade devido à fluência - $e_{cc}$ .....	33
2.4.5 Excentricidade total - $e_{tot}$ .....	33
2.5 Características dos materiais .....	36
2.6 Domínios de deformações .....	39
2.6.1 Domínios e regiões .....	40
2.6.2 Equações de compatibilidade .....	41
2.7 Processo iterativo de verificação à flexão composta oblíqua.....	43

2.7.1	Introdução teórica .....	43
2.7.2	Esforços resistentes .....	53
2.7.3	Parcela do esforço normal resistida pelo concreto $N_c = R_{cc}$ .....	56
2.7.4	Parcela do esforço normal resistida pelo aço $N_s$ .....	60
2.7.5	Procura de $\beta_x$ e precisão de cálculo.....	60
2.7.6	Cálculo dos momentos resistentes $M_{Rx}$ e $M_{Ry}$ .....	64
2.7.7	Fatores que influenciam a precisão numérica.....	66
2.7.8	Integração numérica .....	69
3.	Dimensionamento de pilares submetidos a várias combinações de ações .....	71
3.1	1º Processo - Rigoroso.....	72
3.2	2º Processo - Interpolação linear entre 2 diagramas de iteração .....	73
3.3	3º Processo - Interpolação linear entre 3 diagramas de iteração .....	75
3.4	4º Processo - Interpolação linear entre $n$ diagramas de iteração.....	80
3.5	Comparação teórica e considerações dos 4 processos de verificação da resistência.....	81
4.	Critérios atuais de dimensionamento de pilares submetidos as solicitações tangenciais .....	82
4.1	Esforço cortante.....	83
4.2	Momento torsor .....	91
4.3	Esforço cortante e momento torsor combinados .....	95
4.4	Combinação crítica e armadura efetiva .....	96
5.	Geometria da seção e detalhamento .....	99
5.1	Condições exigidas pela NBR 6118:2003 .....	100
6.	Processo de otimização dos resultados.....	108
6.1	Critérios para escolha da melhor solução.....	111
7.	Seqüência de cálculo do PDOP .....	112
7.1	Dimensionamento otimizado .....	120
8.	Exemplos .....	126
8.1	Processo do “passo” usado no processo iterativo da linha neutra .....	129
8.2	Resultados com ábaco adimensional .....	131
8.3	Comparação entre diagramas de iteração gerados pelo PDOP, Eberick V5 e nFOCCA...135	

8.4	Comparação experimental entre os 4 processos de verificação da resistência.....	152
8.5	Dimensionamento otimizado - critérios escolha .....	183
9.	Conclusões e recomendações .....	195
10.	Referências bibliográficas .....	198
11.	Anexos.....	201

## Lista de Figuras

FIGURA 1.1 - Tipos de solicitações normais.....	3
FIGURA 2.1 - Convenções de sinais de força e tensão.....	8
FIGURA 2.2 - Plano de atuação da força normal e convenção de direção dos momentos fletores.....	9
FIGURA 2.3 - Direções e sentidos positivos dos esforços.....	10
FIGURA 2.4 - Esforços solicitantes em pilares usuais. ....	16
FIGURA 2.5 - Efeito das imperfeições geométricas globais .....	22
FIGURA 2.6 - Imperfeições geométricas locais (figura 11.2 da NBR6118:2003). ....	23
FIGURA 2.7 - Efeitos locais de 2ª ordem em elementos bi rotulados submetidos à compressão	26
FIGURA 2.8 - Dados para cálculo do comprimento equivalente do pilar. ....	28
FIGURA 2.9 - Diagrama tensão-deformação idealizado do concreto (figura 8.2 da NBR 6118:2003). ....	36
FIGURA 2.10 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas.....	38
FIGURA 2.11 - Domínios de deformações.....	40
FIGURA 2.12 - Regiões de deformações.....	41
FIGURA 2.13 - Deformação genérica $\epsilon'$ .....	42
FIGURA 2.14 - Seção transversal e diagrama de deformações. ....	45
FIGURA 2.15 - Direções dos momentos fletores.....	47
FIGURA 2.16 - Diagrama de iteração de uma seção retangular com armadura simétrica. (diagrama gerado no PDOP).....	48
FIGURA 2.17 - Verificação da resistência.....	49
FIGURA 2.18 - Superfície de iteração. (adaptado de FUSCO (1981)).....	50
FIGURA 2.19 - Valor máximo de $N = \text{carga squash} = N_{Rd.máx}$ .....	51



FIGURA 2.20 - Momentos resistentes desprezados. (diagramas gerados no PDOP).....	53
FIGURA 2.21 - Diagrama de deformações de uma seção qualquer (adaptado de LAURO (1994)).....	54
FIGURA 2.22 - Decomposição da seção em trapézios (adaptado de LAURO (1994)).....	57
FIGURA 2.23 - Lado da poligonal de compressão (figura de LAURO (1994)).....	57
FIGURA 2.24 - Cálculo de $R_{cc,i}$ (adaptado de LAURO (1994)). .....	58
FIGURA 2.25 - Valor da tolerância $ N_{Sd} - N_{Rd}  = Prec_{Nd}$ (adaptado de FUSCO (1981)).....	62
FIGURA 2.26 - Superfícies resistentes e diagramas de iteração, calculados e plotados com diferentes valores de precisão ( $Prec_{Nd}$ ) pelo PDOP.....	63
FIGURA 2.27 - Características do pilar da FIGURA 2.26 .....	63
FIGURA 3.1 - Diagrama $N_d \times M_{Rd}$ no E.L.U .....	73
FIGURA 3.2 - Reta de interpolação $N_{Sd,min} - N_{Sd,máx}$ .....	73
FIGURA 3.3 - Superfície resistente usando o processo de interpolação linear entre 2 diagramas de iteração .....	74
FIGURA 3.4 - Retas de interpolação $N_{Sd,min} - N_{d,MRdmáx}$ e $N_{d,MRdmáx} - N_{Sd,máx}$ .....	75
FIGURA 3.5 - Superfície resistente usando o processo de interpolação linear entre 3 diagramas de iteração .....	76
FIGURA 3.6 - Superfície resistente e diagramas $N_d \times M_{Rd}$ traçadas nos planos $M_{dx} \times N_d$ e $M_{dy} \times N_d$ .....	77
FIGURA 3.7 - Diagramas $N_d \times M_{Rd}$ traçados nos planos $N_d \times M_{dx}$ e $N_d \times M_{dy}$ .....	77
FIGURA 3.8 - Casos onde o 3º processo de verificação não pode ser utilizado. (gráficos gerados pelo PDOP).....	79
FIGURA 3.9 - Superfície resistente usando o processo de interpolação linear entre 5 diagramas de iteração .....	80
FIGURA 4.1 - Tensão no vértice menos tracionado da seção transversal na flexo-tração. ....	86
FIGURA 4.2 - Cálculo de $M_0$ . .....	87

FIGURA 4.3 - Parâmetros para dimensionamento da seção à torção. ....	93
FIGURA 4.4 - $A_{sw}$ e $A_{90}$ . ....	97
FIGURA 5.1 - Seção transversal e arranjo da armadura da seção retangular. ....	99
FIGURA 5.2 - Tipos de dobramento de ganchos dos estribos. ....	104
FIGURA 5.3 - Proteção contra flambagem das barras (figura 18.2 da NBR 6118:2003).....	105
FIGURA 6.1 - Denominação das soluções.....	109
FIGURA 7.1 - Fluxograma da seqüência do dimensionamento otimizado.....	113
FIGURA 7.2 - Tabela de resultados do dimensionamento otimizado do PDOP .....	121
FIGURA 8.1 - Divisão da seção em fatias (figura da ALTO QI (2004b)).....	127
FIGURA 8.2 - Limite entre região III e região II.....	129
FIGURA 8.3 - Dados da seção transversal.....	131
FIGURA 8.4 - Ábaco adimensional em roseta para flexão composta oblíqua (adaptado de MONTOYA, MESEGUER e CABRÉ (1987)). ....	132
FIGURA 8.5 - Momentos resistentes calculados no PDOP e com o ábaco adimensional de MONTOYA, MESEGUER e CABRÉ (1987).....	134
FIGURA 8.6 - Diagramas de iteração - Seção 1 - 1ª parte de 2 .....	140
FIGURA 8.7 - Diagramas de iteração - Seção 1 - 2ª parte de 2 .....	141
FIGURA 8.8 - Diagramas de iteração - Seção 2 .....	144
FIGURA 8.9 - Diagramas de iteração - Seção 3 .....	147
FIGURA 8.10 - Diagramas de iteração - Seção 4 .....	150
FIGURA 8.11 - Casos onde o 3º processo de verificação não pode ser utilizado. (gráficos gerados no PDOP).....	164
FIGURA 8.12 - Detalhamento do P2-L2 (gerado pelo PDOP).....	165
FIGURA 8.13 - Quantidade de iterações do P2 e P21 .....	169
FIGURA 8.14 - Quantidade de iterações do P34 e P42 .....	170

FIGURA 8.15 - Tempo de processamento do P2 e P21 .....	171
FIGURA 8.16 - Tempo de processamento do P2 e P34 .....	172
FIGURA 8.17 - Resistência - relação $M_{Rd} / M_{Sd}$ do P2 e P21 .....	173
FIGURA 8.18 - Resistência - relação $M_{Rd} / M_{Sd}$ do P34 e P42 .....	174
FIGURA 8.19 - Solução mais econômica do P2 e P21 .....	175
FIGURA 8.20 - Solução mais econômica do P34 e P42 .....	176
FIGURA 8.21 - Intervalo $N_{Sd,min} - N_{Sd,max}$ .....	178
FIGURA 8.22 - Aumentando a precisão .....	180
FIGURA 8.23 - Configuração dos vergalhões no PDOP .....	184
FIGURA 8.24 - Tabela de resultados - Critério de escolha a). .....	185
FIGURA 8.25 - Tabela de resultados - Critério de escolha b). .....	188
FIGURA 8.26 - Detalhamentos parciais das soluções - Critério de escolha b). .....	189
FIGURA 8.27 - Tabela de resultados - Critério de escolha 0. ....	190
FIGURA 8.28 - Tabela de resultados - Critério de escolha d). .....	191
FIGURA 8.29 - Tabela de resultados - Critério de escolha e). .....	192
FIGURA 8.30 Tabela de resultados - Critério de escolha f). .....	193
FIGURA 8.31 Tabela de resultados - Critério de escolha g). .....	194
FIGURA 11.1 - Tolerâncias para o cálculo de $N_{d,MRd,max}$ .....	201
FIGURA 11.2 - Valores iniciais de esforços normais ( $P_{1N}$ , $P_{2N}$ e $P_{3N}$ ). .....	202
FIGURA 11.3 - Valores de momentos resistentes ( $P_{1M}$ , $P_{2M}$ e $P_{3M}$ ) calculados para os valores iniciais de esforços normais .....	202
FIGURA 11.4 - Situação $P_{1M} > P_{2M}$ e $P_{1N} = 0$ .....	203
FIGURA 11.5 - Situação $P_{1M} > P_{2M}$ e $P_{1N} \neq 0$ .....	204
FIGURA 11.6 - Situação $P_{3M} > P_{2M}$ .....	205

FIGURA 11.7 - Tolerâncias para o cálculo de $N_{d,MRdmax}$ .....	206
FIGURA 11.8 - Situação $P_{1M} \leq P_{2M} \leq P_{3M}$ com precisões ainda insuficientes .....	207
FIGURA 11.9 - Parte do diagrama calculada em vão .....	210
FIGURA 11.10 - Quantidade de vezes que se utiliza o processo iterativo da linha neutra para o cálculo de $N_{d,MRdmax}$ ( $n_{IntNd,MRdax}$ ) em função da precisão adotada ( $Prec_{Nd,MRdmax}$ ). .....	212
FIGURA 11.11 - Pórtico 3D do prédio usado no estudo (figura gerada pelo Eberick ) .....	215
FIGURA 11.12 - Planta de formas dos pavimentos tipo da estrutura usada no estudo.....	216
FIGURA 11.13 - Bitolas comerciais usadas no exemplo (parte da janela de configuração do PDOP) .....	217
FIGURA 11.14 - Ações e coeficientes de majoração de cargas usados no exemplo. Ações atuantes no pilar P21-L6 (janela de entrada dos valores das ações solicitantes no PDOP). .....	217

## **Lista de Tabelas**

TABELA 2.1 - Coeficientes $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$ (tabela 11.1 da NBR 6118:2003). .....	12
TABELA 2.2 - Coeficientes de ponderação para $\gamma_{f2}$ (tabela 11.2 da NBR 6118:2003). .....	13
TABELA 2.3 - Redução das cargas acidentais (tabela 4 da NBR 6120:1980) .....	15
TABELA 2.4 - Excentricidades totais em pilares bi rotulados. ....	34
TABELA 2.5 - Coeficientes de GAUSS para $k = 8$ .....	70
TABELA 4.1 - Exemplos de arredondamento no espaçamento dos estribos.....	98
TABELA 5.1 - Valores do coeficiente adicional $\gamma_n$ (tabela 13.1 da NBR 6118:2003) .....	101
TABELA 5.2 - Diâmetro dos pinos de dobramento para estribos (tabela 9.2 da NBR 6118:2003). .....	104
TABELA 5.3 - Correspondência entre classe de agressividade com a qualidade do concreto e o cobrimento nominal de elementos estruturais de concreto armado .....	105
TABELA 5.4 - Classes de agressividade ambiental (tabela 6.1 da NBR 6118:2003) .....	106
TABELA 8.1 - Valores dos momentos resistentes.....	133
TABELA 8.2 - Resultados dos momentos resistentes - Seção 1 - 1ª parte de 2 .....	138
TABELA 8.3 - Resultados dos momentos resistentes - Seção 1 - 2ª parte de 2.....	139
TABELA 8.4 - Resultados dos momentos resistentes - Seção 2.....	143
TABELA 8.5 - Resultados dos momentos resistentes - Seção 3.....	146
TABELA 8.6 - Resultados dos momentos resistentes - Seção 4.....	149
TABELA 8.7 - Excentricidades totais segundo os critérios do texto e segundo os critérios adotados pelo Eberick. ....	154
TABELA 8.8 - Características dos pilares. ....	158
TABELA 8.9 - Resultados (1ª parte de 2).....	161
TABELA 8.10 - Resultados (2ª parte de 2).....	162

TABELA 8.11 - Resumo dos resultados .....	177
TABELA 8.12 - Avaliação do valor de $\Delta\alpha$ - Resultados .....	181
TABELA 8.13 - Avaliação do valor de $\Delta\alpha$ - Resumo dos resultados.....	182
TABELA 11.1 - Número de iterações para o cálculo de $N_{d,MRdmax}$ em função da precisão .....	212
TABELA 11.2 - Valores representativos de $n_{IntLN}$ calculados para os 4 processos de verificação em função de todas as variáveis determinantes.....	214

## **Lista de Símbolos**

### Letras maiúsculas e minúsculas

$A_c$  - área da seção transversal de concreto;

$A_{cc}$  - área comprimida de concreto;

$A_{s(i)}$  - área da seção transversal da barra de aço  $i$  (igual  $A_{si}$ );

$A_{s,máx}$  - taxa de armadura longitudinal máxima;

$A_{s,mín}$  - taxa de armadura longitudinal mínima;

$A_{s,tot}$  - área total de aço da armadura longitudinal;

$A_{si}$  - área da seção transversal da barra de aço  $i$ ;

$A_{sTorção(i)}$  - área de armadura longitudinal necessária para resistir ao momento torsor, combinação  $i$ ;

$A_{sw}$  - área da seção transversal dos estribos;

$b_w$  - menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil  $d$ , na direção considerada;

$c_1$  - distância entre o eixo da barra longitudinal do canto até a face lateral do elemento estrutural;

$c_{nom}$  - cobrimento nominal (cobrimento acrescido da tolerância de execução);

$c_{nom,\phi}$  - cobrimento das barras longitudinais;

$c_{nom,\phi t}$  - cobrimento dos estribos (igual a  $c_{nom}$ );

$d$  - altura útil da seção, igual à distância da borda mais comprimida ao centro de gravidade da armadura mais tracionada ou menos comprimida, na direção considerada;

$d'$  - distância do eixo da barra mais distante da borda mais comprimida (superior) da seção até a borda menos comprimida ou mais tracionada (inferior);

$dA$  - área elementar de concreto comprimido;

$d_{máx}$  - dimensão máxima característica do agregado graúdo;

$e_1$  - excentricidade total de 1ª ordem (igual a  $e_1 + e_a$ );

$e_2$  - excentricidade de 2ª ordem;

$e_a$  - excentricidade acidental;

$e_{cc}$  - excentricidade devido à fluência;

$e_i$  - excentricidade inicial;

$e_{tot}$  - excentricidade total;

- $e_{\text{tot,máx}}$  - excentricidade total máxima entre as seções da base, topo e intermediária;
- $E_s$  - módulo de elasticidade do aço;
- $f_{\text{cd}}$  - resistência de cálculo do concreto igual a  $f_{\text{ck}} / \gamma_c$ ;
- $f_{\text{ck}}$  - resistência característica do concreto à compressão;
- $f_{\text{ct,m}}$  - resistência média à tração do concreto;
- $f_{\text{yd}}$  - resistência de cálculo do aço igual a  $f_{\text{yk}} / \gamma_s$ ;
- $f_{\text{yk}}$  - resistência característica do aço;
- $f_{\text{ywd}}$  - tensão na armadura transversal passiva;
- $f_{\text{ywk}}$  - resistência ao escoamento do aço da armadura transversal;
- $F_d$  - valor de cálculo das ações para combinação última;
- $h$  - altura total da seção transversal na direção considerada;
- $h_\alpha$  - altura da seção no sentido perpendicular à L.N. girada um ângulo  $\alpha$  em relação ao eixo  $x$ ;
- $h_x$  - dimensões das faces da seção transversal paralelas ao eixo  $x$ ;
- $h_y$  - dimensões das faces da seção transversal paralelas ao eixo  $y$ ;
- $i$  - raio de giração da seção transversal;
- $I$  - momento de inércia da seção transversal;
- $l$  - comprimento do pilar;
- distância dos eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado;
- $l_0$  - distância entre as faces dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar;
- $l_b$  - comprimento de ancoragem básico;
- $l_e$  - comprimento equivalente do pilar;
- $M$  - momento fletor;
- $M_c$  - parcela do momento resistente causada pelo concreto;
- $M_s$  - parcela do momento resistente causada pelo aço;
- $M_{\text{d,tot}}$  - momento de cálculo total que atua no pilar;
- $M_{\text{Rd,máx}}$  - momento resistente máximo de cálculo
- $M_{\text{S}(i)}$  - momento solicitante, ação  $i$ ;
- $M_{\text{Sd}(i)}$  - momento fletor solicitante de cálculo, combinação  $i$ ;
- $M_{\text{Sd,máx}(i)}$  - momento solicitante de cálculo máximo entre as seções da base, topo e intermediária, combinação  $i$ ;
- $n$  - número (quantidade)



- $n_{\text{Comb}}$  - número de combinações de carregamentos;
- $n_{\text{diag}}$  - número de diagramas usados para verificação resistência utilizando o 4º processo de verificação;
- $n_{\text{IntLN}(i)}$  - número de vezes que se recorre ao processo iterativo da linha neutra onde  $i$  é o processo de verificação (1, 2, 3 ou 4);
- $n_{\text{IntNd,MRd}\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$  - número de vezes que se recorre ao processo iterativo da linha neutra para se obter o valor de  $N_{\text{d,MRd}\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$ ;
- $n_{\text{Ternos}}$  - número de pontos (ternos  $N_{\text{d}}$ ,  $M_{\text{Rd,x}}$  e  $M_{\text{Rd,y}}$ ) por quadrante, de cada diagrama de iteração;
- $n_{\text{tot}}$  - número total de barras de aço longitudinais;
- $n_x$  - número de barras longitudinais em uma das faces  $h_x$ ;
- $n_y$  - número de barras longitudinais em uma das faces  $h_y$ ;
- $N$  - esforço normal;
- $N_c$  - parcela do esforço normal, resistida pelo concreto;
- $N_s$  - parcela do esforço normal, resistida pelo aço;
- $N_{\text{d,MRd}\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$  - esforço normal de cálculo onde se obtém o valor máximo do momento resistente;
- $N_{\text{Rd}}$  - a força normal resistente de cálculo;
- $N_{\text{Rd,m}\acute{\text{a}}\text{x}}$  - esforço normal de compressão resistente máximo (carga *squash*);
- $N_{\text{Rd,m}\acute{\text{i}}\text{n}}$  - esforço normal de tração resistente máximo;
- $N_{\text{S}(i)}$  - esforço normal solicitante, ação  $i$ ;
- $N_{\text{Sd}(i)}$  - esforço normal solicitante de cálculo, combinação  $i$ ;
- $N_{\text{Sd,M0}(i)}$  - esforço normal solicitante de cálculo, determinado com o coeficiente  $\gamma_{\text{f}} = 1,0$ , combinação  $i$ ;
- $N_{\text{Sd,m}\acute{\text{a}}\text{x}}$  - esforço normal solicitante de cálculo máximo dentre todas as combinações;
- $N_{\text{Sd,m}\acute{\text{i}}\text{n}}$  - esforço normal solicitante de cálculo mínimo dentre todas as combinações;
- $\text{Prec}_{\text{Nd}}$  - precisão de cálculo do processo iterativo, igual a tolerância  $|N_{\text{Sd}} - N_{\text{Rd}}|$
- $\text{Prec}_{\text{Nd,MRd}\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$  - tolerância de  $N_{\text{d,MRd}\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}}$ ;
- $R_{\text{cc}}$  - resultante de compressão do concreto;
- $s_{\text{eixo}}$  - espaçamento entre eixos das barras longitudinais;
- $s_{\text{face}}$  - espaçamento entre faces das barras longitudinais;
- $s_{\text{t}}$  - espaçamento entre eixos dos estribos, medidos segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

$s_{t,Calc}$  - valor calculado do espaçamento dos estribos

$s_{t,min}$  - espaçamento mínimo entre eixos dos estribos;

$s_{t,múltiplo}$  - valor da multiplicidade do espaçamento para arredondar  $s_{t,Calc}$ , resultando em  $s_t$ ;

$Solç(\Phi; \phi_t; n_y; n_x)$  - variável usada para identificar o tipo de arranjo de uma determinada solução;

$T$  - momento torsor;

$T_{S(i)}$  - momento torsor, ação  $i$ ;

$T_{Sd(i)}$  - momento torsor solicitante de cálculo, combinação  $i$ ;

$T_{Sd,máx}$  - momento torsor máximo dentre todas as combinações de carregamentos;

$u$  - perímetro da seção transversal;

$V$  - esforço cortante;

$V_{(i)}$  - vértice  $i$  da seção transversal;

$V_{S,(i)}$  - esforço cortante solicitante na, ação  $i$ ;

$V_{Sd,(i)}$  - esforço cortante solicitante de cálculo, combinação  $i$ ;

$V_{Sd,máx}$  - esforço cortante máximo dentre todas as combinações de carregamentos;

$V_{Sdx,máx}$  - esforço cortante máximo na direção  $x$  dentre todas as combinações de carregamentos;

$V_{Sdy,máx}$  - esforço cortante máximo na direção  $y$  dentre todas as combinações de carregamentos;

$x$  - profundidade da linha neutra;

$x_\alpha$  - profundidade da linha neutra girada um ângulo  $\alpha$  em relação ao eixo  $x$ ;

$x_c'$  - coordenada  $x$  da área elementar de concreto comprimido, em relação ao C.G. da seção;

$x_{si}$  - coordenada  $x$  da barra de aço  $i$ , em relação ao C.G. da seção;

$y'$  - profundidade da fibra ou barra de aço, que se deseja conhecer a deformação  $\epsilon'$ ;

$y_c'$  - coordenada  $y$  da área elementar de concreto comprimido, em relação ao C.G. da seção;

$y_{si}$  - coordenada  $y$  da barra de aço  $i$ , em relação ao C.G. da seção;

### Símbolos base

$l_{d,min}$  - mínimo de cálculo de primeira ordem;

$B$  - base;

$c$  - do concreto;

$d$  - de cálculo;

$i$  - contador: ação, combinação de carregamento, barra de aço, processo de verificação ou vértice da seção transversal;

$I_{nt}$  - intermediária;

$k$  - característico;

máx - máximo;

mín - mínimo;

$R$  - resistente;

$s$  - do aço;

$S$  - solicitante;

$T$  - topo;

$x$  - direção principal  $x$ , paralela à direção de  $h_x$ ;

$y$  - direção principal  $y$ , paralela à direção de  $h_y$ ;

### Letras gregas

$\alpha$  - ângulo de inclinação da L.N. em relação ao eixo  $x$ , variando no sentido horário;

$\alpha_t$  - ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;

$\beta_{MRd}$  - direção do momento resistente de cálculo;

$\beta_{MSd}$  - direção do momento solicitante de cálculo;

$\beta_x$  - profundidade relativa da linha neutra, igual a  $x/h$ ;

$\beta_{x_\alpha}$  - profundidade relativa da linha neutra girada um ângulo  $\alpha$  em relação ao eixo  $x$ , igual a  $x_\alpha/h_\alpha$

$\Delta\alpha$  - incremento do ângulo  $\alpha$ ;

$\Delta N_d$  - variação do esforço normal usado para traçar os diagramas de iteração utilizando o 4º processo de verificação;

$\phi$  - bitola (diâmetro) das barras longitudinais;

$\phi_t$  - bitola (diâmetro) dos estribos;

$\gamma_c$  - coeficiente de minoração da resistência do concreto;

$\gamma_s$  - coeficiente de minoração da resistência do aço;

$\gamma_n$  - coeficiente adicional de majoração de esforços para pilares com menor dimensão  $< 19$  cm;

$\lambda$  - índice de esbeltez;

$\nu$  - força normal adimensional;

$\varepsilon'$  - deformação específica de uma fibra do concreto ou barra de aço;

$\varepsilon_c$  - deformação específica do concreto;

$\varepsilon_{cbc}$  - encurtamento ou alongamento da borda mais comprimida ou menos tracionada (superior);

$\varepsilon_{cbt}$  - encurtamento ou alongamento da borda mais tracionada ou menos comprimida (inferior);

$\varepsilon_{sd}$  - deformação específica do aço;

$\varepsilon_{yd}$  - deformação de cálculo do aço correspondente ao início do escoamento;

$\rho_{swCortante,(i)}$  - taxa de armadura ( $\text{cm}^2/\text{m}$ ) necessário para resistir ao esforço cortante, combinação  $i$ ;

$\rho_{swTorção90(i)}$  - taxa de armadura calculada para resistir ao momento torsor solicitante, combinação de carregamento  $i$ ;

$\sigma_{s2}$  - tensão de cálculo no aço deformado a 2 ‰;

$\sigma_c$  - tensão do concreto;

$\sigma_c'$  - tensão da área elementar de concreto comprimido;

$\sigma_{cd}$  - resistência de cálculo do concreto usada no E.L.U.;

$\sigma_{sd}$  - valor de cálculo da tensão do aço;

$\sigma_{sd(i)}$  - tensão de cálculo na barra de aço  $i$ ;

$\sigma_{si}$  - tensão na barra de aço  $i$ ;

$\theta$  - inclinação das diagonais de compressão do concreto;

## **Resumo**

Neste trabalho são estudados procedimentos para o dimensionamento e detalhamento automático de pilares de concreto armado submetidos à flexão composta oblíqua, esforços cortantes e torsões, cumprindo as prescrições normativas da NBR 6118:2003. São estudados pilares retangulares com índice de esbeltez  $\lambda \leq 90$  e com armadura distribuída de forma simétrica ao longo das faces. Para isso é desenvolvido um programa no Visual Basic 6.0 denominado de PDOP (abreviação de “Programa para Dimensionamento Otimizado de Pilares”).

São apresentadas todas as etapas de dimensionamento que vêm depois da obtenção dos esforços solicitantes em cada lance de pilar de uma estrutura, incluindo: cálculo das combinações de carregamentos, cálculo das excentricidades, verificação da resistência e detalhamento das armaduras longitudinais e estribos.

O dimensionamento em relação às solicitações normais é feito por um processo de verificação, baseado na obtenção dos momentos resistentes alterando-se a profundidade da linha neutra, por iteração, até que se obtenha equilíbrio das forças normais (processo da linha neutra).

São desenvolvidas ferramentas gráficas de visualização dos resultados através da construção de diagramas bi e tridimensionais com o objetivo de realizar estudos comparando o tempo de processamento e a precisão dos resultados de variações no procedimento de dimensionamento, considerando várias combinações de carregamento.

Neste trabalho é proposta uma seqüência de cálculo conveniente para programação, que permite que sejam testadas todas as soluções possíveis para cada lance de pilar. Depois são apresentadas algumas ferramentas usadas para facilitar a escolha da melhor solução em função de alguns critérios básicos de escolha: consumo de material e disposições construtivas.

## **Abstract**

In this work, procedures for the automatic design of reinforced concrete columns subjected to bi-axial bending, compression, shear forces and torsion, simultaneously, satisfying the prescriptions given by the brazilian code NBR 6118:2003, are investigated. Rectangular columns, with a slenderness coefficient  $\lambda \leq 90$  and with reinforcement distributed in a symmetric form along the faces were studied. For this study, a program was developed in Visual Basic 6.0 called PDOP (abbreviation for “Programa para Dimensionamento Otimizado de Pilares” - “Program for Optimized Design of Columns”).

All of the design steps which occur after the calculation of the resulting efforts for each column of a structure are presented, including: calculation of loading combinations, calculation of the eccentricities, strength check, design and detailing of the longitudinal and stirrup reinforcements.

Design of the columns subjected to axial forces and bi-axial bending is carried out through a process of equilibrium checking, based on calculated resistant bending moments, by altering the depth of the neutral axis, through iteration, until an equilibrium of axial forces is obtained (neutral axis process).

Graphic tools are developed to visualize the results through the construction of bi- and tri-dimensional diagrams with the aim of carrying out studies to compare the processing time and the precision of the results of the variations in the design procedure, considering various loading combinations.

In this work a sequence of calculations appropriate for programming is proposed, which allows for all possible solutions for each column to be tested. Some tools used to facilitate the choice of “optimal” solution as a function of some basic choice criteria, such as material consumption and constructive arrangements, are presented.

# 1. Introdução

## 1.1 Justificativa

Até bem pouco tempo os engenheiros não dispunham de computadores para facilitar o processo de cálculo de estruturas. Isso nunca foi um motivo que impedisse a construção de grandes obras de todos os tipos, inclusive as de concreto armado.

As teorias e os procedimentos adotados naquele tempo, e até mesmo hoje em dia, possuem simplificações. Existem tabelas e ábacos que possibilitam o cálculo manual em um tempo satisfatório, com a obtenção de resultados que vêm sendo aprovados na prática, e são satisfatórios do ponto de vista da engenharia em termos de segurança.

Com o uso correto e consciente dos computadores e de alguns programas específicos pode-se reduzir muito o tempo de cálculo e eliminar erros decorrentes do cálculo manual. Além disso existe a possibilidade de utilizar outras bases teóricas para elaborar procedimentos de cálculo que antes eram inviáveis de serem feitos manualmente.

Com a possibilidade do uso de processos mais refinados, baseados em modelos que podem representar melhor a realidade do comportamento da estrutura, é possível chegar a resultados com menor margem de erro, o que torna programas computacionais deste tipo numa ferramenta que pode proporcionar economia de tempo e material.

Outro recurso importante é a possibilidade de testar várias situações de projeto em tempo reduzido para a escolha da solução mais adequada. No caso de dimensionamento de pilares retangulares, estas diferentes situações dependem das dimensões do pilar e da escolha do diâmetro e disposição das armaduras. Conhecidos os esforços atuantes em cada pilar é possível testar diferentes detalhamentos de armaduras em pouco tempo e adotar aquela que supostamente é a mais econômica.

Atualmente, com a alta competitividade do mercado, há a necessidade cada vez maior de se diminuir os custos das construções. Assim sendo, cada vez mais é importante a obtenção de um detalhamento mais “enxuto” das seções de concreto, ou seja, onde o consumo de materiais seja o menor possível sem comprometer a segurança da estrutura. Neste trabalho busca-se

determinar procedimentos e ferramentas para viabilizar a determinação da melhor solução, em função de dois critérios básicos: economia de material e mão de obra.

## **1.2 Objetivos**

O objetivo desta dissertação é realizar um estudo para determinar procedimentos adequados para o dimensionamento de pilares submetidos à flexão composta oblíqua, esforços cortantes e torsões, realizados por computador, respeitando todos os critérios estabelecidos pela NBR 6118:2003.

Além de serem apresentados diferentes procedimentos para verificação da resistência às solicitações normais, também são feitos testes numéricos para avaliar a precisão dos resultados e o tempo de processamento que pode ser economizado ao se utilizar processos aproximados, onde se recorre à interpolação linear entre alguns valores calculados, tornando o processo mais rápido.

Um dos desafios deste trabalho é determinar uma seqüência de cálculo para todo o processo que envolve o dimensionamento e detalhamento de pilares onde atuam diversas combinações de carregamentos. Conhecidos os esforços solicitantes restam algumas dúvidas: como determinar a combinação crítica? Como garantir a segurança para todas as combinações? Qual a melhor seqüência de cálculo? Isso se torna ainda mais complicado ao se tentar minimizar o tempo de processamento usando processos aproximados, sem que a precisão dos resultados seja significativamente afetada. A situação se complica ainda mais se for necessário obter resultados otimizados automaticamente. Estes questionamentos serão tratados ao longo do trabalho.

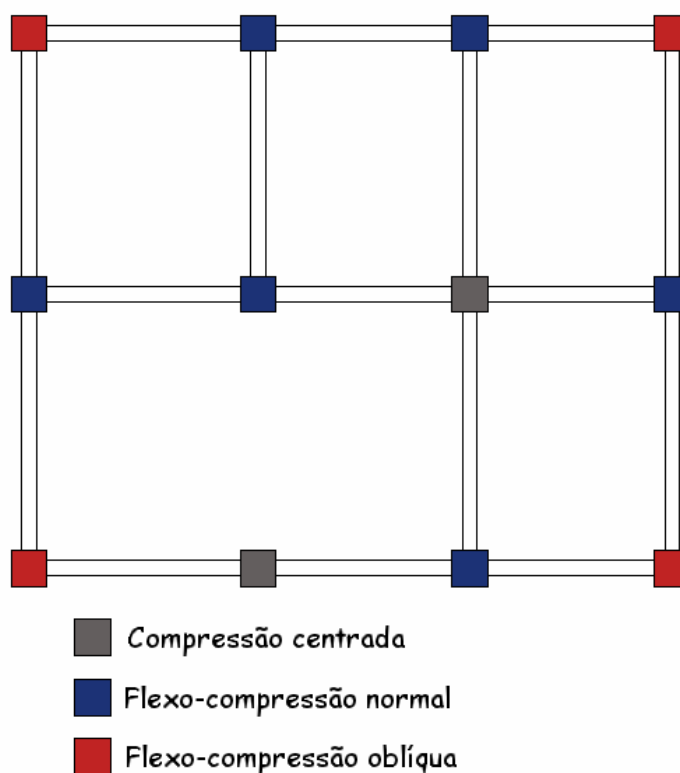
## **1.3 Revisão bibliográfica dos métodos utilizados atualmente**

Os pilares, que são elementos estruturais responsáveis pela transmissão das cargas provenientes das vigas ou lajes cogumelos para a fundação, estão submetidos a vários tipos de solicitações decorrentes das várias combinações de carregamentos, como esforço do vento, peso próprio, cargas acidentais, retração do concreto, variação da temperatura, efeitos de 2ª ordem



entre outros. São elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, nos quais as forças normais de compressão são preponderantes.

Atuam nos pilares solicitações de compressão, flexão, esforço cortante e momento torsor, sendo estes dois últimos relativamente pequenos na grande maioria dos casos usuais, podendo até ser desprezados em alguns casos. A flexão pode ocorrer pela mudança no prumo dos pilares ou pelo momento causado pelas vigas, se for considerado que estas são solidárias com os pilares. Os momentos considerados dependem basicamente do modelo de análise estrutural adotado e da disposição da armadura nas ligações vigas-pilares. De modo simplificado, os pilares podem ser divididos em três grupos básicos como mostra a FIGURA 1.1. Cada um desses grupos possui uma metodologia e parâmetros específicos a considerar.



**FIGURA 1.1** - Tipos de solicitações normais

### 1º) Compressão centrada

Nesses pilares os efeitos do momento fletor não são considerados e somente o esforço normal de compressão é levado em conta para efeito de cálculo.

### 2º) Flexão composta normal

Existem dois esforços a considerar: o momento fletor que atua no plano vertical coincidente com a direção de um dos eixos principais de inércia da seção transversal e esforço normal de compressão.

### 3º) Flexão composta oblíqua.

Esses pilares estão submetidos a um momento fletor resultante que não coincide com nenhum dos eixos principais de inércia da seção. Pode-se decompor o momento resultante nas duas direções de simetria do pilar (no caso de seção retangular), e considerar dois momentos fletores, um na direção  $x$  e outro na direção  $y$ , considerando como eixo  $z$  o próprio eixo longitudinal do pilar. Além disso ainda existe o esforço de compressão axial na direção  $z$ .

Entretanto, com a possibilidade do uso cada vez mais abundante de computadores e programas, é comum utilizar modelos de pórticos espaciais na etapa da análise estrutural. Nestes modelos, os resultados dos momentos atuantes em cada direção dos pilares praticamente nunca serão iguais a zero, ou seja, todos os pilares estarão submetidos à flexão composta oblíqua, com momentos de maior ou menor grau. Em casos especiais de estruturas perfeitamente simétricas, com carregamentos simétricos, pode-se até chegar, como resultado da análise estrutural, nos casos da compressão centrada ou flexão composta normal, mas que podem ser entendidos como casos particulares da flexão composta oblíqua. Além disso, para o dimensionamento, a NBR 6118:2003 exige que sempre sejam consideradas excentricidades adicionais devido as incertezas de construção (imperfeições geométricas locais), que é assunto do item 2.4.2 deste texto. Sendo assim, mesmo que o esforço normal, obtido da análise, seja centrado, o pilar deverá ser dimensionado à flexão composta devido aos momentos adicionais nas duas direções principais, causados por tais excentricidades, diferente das prescrições da antiga NBR 6118:78, que permitia o dimensionamento de pilares considerando esforço normal centrado se este fosse majorado seguindo alguns critérios. Utilizando os recursos computacionais, se torna mais cômodo e os

resultados são mais semelhantes ao comportamento real da estrutura se todos os pilares forem dimensionados à flexão composta oblíqua.

O cálculo completo de um pilar submetido à flexão composta oblíqua pode ser dividido em 5 etapas principais:

- a) Análise global da estrutura que envolve a determinação dos esforços solicitantes em cada pilar e o cálculo das combinações de ações que têm possibilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura.
- b) Análise local que envolve o cálculo dos momentos fletores provocados pela excentricidade da força normal aplicada no pilar, considerando as imperfeições geométricas, incertezas de sua construção e os efeitos de 2ª ordem.
- c) Dimensionamento da armadura longitudinal para resistir aos efeitos da combinação de ações mais desfavorável no pilar.
- d) Dimensionamento da armadura transversal (estribos) para resistir aos efeitos da combinação de ações mais desfavorável no pilar.
- e) Detalhamento das armaduras respeitando todas as exigências estabelecidas pela NBR 6118:2003.

A análise estrutural permite estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos, em uma parte ou em toda a estrutura. Para que a análise seja realizada (análise linear por exemplo) deve-se construir um modelo da estrutura, que inclui a definição das seções brutas dos elementos. Calculados os valores dos esforços solicitantes em cada elemento isolado pode-se partir para o dimensionamento. Podem ocorrer situações em que as dimensões pré-estabelecidas não tenham resistência suficiente ou capacidade de acomodar armadura suficiente para que o elemento tenha um desempenho adequado, sendo necessário redimensionar os elementos nestes casos. Neste trabalho serão utilizados os resultados que são provenientes da análise estrutural através de um modelo de pórtico espacial, para o dimensionamento e verificação dos pilares.

Nos pilares das estruturas usuais, que são elementos verticais comprimidos, a NBR 6118:2003 admite que deva ser considerada a atuação de momentos adicionais devido as imperfeições geométricas, incertezas e dificuldades de construção e devido aos efeitos de 2ª

ordem locais causados pela deformação local da peça. Estes momentos podem ser calculados a partir de excentricidades adicionais do esforço normal. O cálculo das excentricidades de 1ª ordem causadas pelas imperfeições geométricas, incertezas e dificuldades de construção, que serão chamadas de excentricidades acidentais, deve ser feito de acordo com indicado na NBR 6118:2003. Já para o cálculo das excentricidades de 2ª ordem na flexão composta oblíqua, podem ser empregados vários métodos. FUSCO (1981) apresenta o método geral com o processo do carregamento progressivo proporcional, que é feito através do cálculo de deformações da estrutura, considerando-se tanto a não-linearidade física do material como a não linearidade geométrica do sistema, que pode ser empregado em qualquer tipo de estrutura. Também apresenta o método geral com o conceito do “ pilar padrão ” além dos métodos simplificados da linearização dos diagramas de iteração, processo simplificado do equilíbrio com diagrama linearizado e redução da flexão oblíqua em duas flexões normais. A NBR 6118:2003 apresenta o método simplificado do pilar padrão com curvatura aproximada e o método do pilar padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada, que podem ser empregados em pilares com características específicas.

Os processos clássicos de dimensionamento da armadura longitudinal de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua são feitos com auxílio de ábacos adimensionais, que podem ser encontrados em FUSCO (1981), PINHEIRO, BARALDI e POREM (1994), MONTOYA, MESEGUER e CABRÉ (1987) entre outros. Para isto fixa-se a seção transversal, define-se previamente a disposição da armadura, calcula-se uma taxa de armadura com auxílio dos ábacos e adota-se a bitola comercial de menor diâmetro que atenda à taxa calculada.

É possível facilitar o cálculo e reduzir o tempo despendido através da utilização de métodos simplificados. FUSCO (1981) propõe a linearização de diagramas de iteração, que conduz a soluções seguras mas que podem, por vezes, serem soluções antieconômicas. FUSCO (1981) também apresenta um processo simplificado empírico, chamado processo da Norma Russa, que segundo CABRÉ (1972), pode conduzir a erros contra a segurança de importância bastante significativa, não existindo estimativa do máximo erro possível. Por isso que posteriormente o próprio FUSCO (1981) considerou que este método deva ser definitivamente abandonado.

O problema da flexão composta oblíqua pode ser resolvido muito mais rapidamente com o auxílio de computadores. Ao invés de se utilizar ábacos com diagramas adimensionais,

calculam-se efetivamente diagramas com dimensão para cada pilar, possibilitando que seja realizada a verificação da resistência diretamente. Consiste num processo de verificação, sendo necessário pré-determinar as dimensões da seção e o arranjo da armadura. Basicamente comparam-se os valores dos momentos atuantes com os momentos internos resistentes, que são calculados depois de se conhecer a profundidade da linha neutra que é calculada por tentativas até se obter equilíbrio das forças normais. A formulação adotada neste trabalho para execução deste procedimento pode ser encontrada em LAURO (1994). Este processo é usado para a verificação de apenas um arranjo da armadura por vez, sendo necessário testar vários arranjos se for desejado obter uma solução otimizada.

O dimensionamento convencional de estruturas de concreto armado visa obter simplesmente um detalhamento de uma seção, cujos esforços resistentes sejam capazes de suportar com a devida segurança os esforços atuantes, e que, ao mesmo tempo, satisfaça aos requisitos e prescrições das normas. Todavia, para um mesmo carregamento atuante, existem diversas configurações possíveis que satisfazem a tais requisitos. Usando computadores é possível testar vários arranjos da armadura em pouco tempo, ao contrário do que acontece ao se utilizar ábacos. Devido a competitividade do mercado, que exige cada vez mais economia de material e tempo, alguns programas comerciais de cálculo estrutural já possibilitam a escolha automática das várias soluções possíveis seguindo alguns critérios básicos de economia.

A armadura transversal deve ser dimensionada para que o pilar tenha capacidade de resistir aos esforços cortantes e torsões além da finalidade da amarração e proteção das barras longitudinais e confinamento do concreto. A NBR 6118:2003 apresenta todo o procedimento para o dimensionamento dos estribos. A formulação e dedução das equações que regem o problema são clássicas e podem ser encontradas em LEONHARDT e MÖNNIG (1977).

Alguns critérios de detalhamento devem ser seguidos para que equações usadas no dimensionamento sejam válidas. O dimensionamento dos elementos de concreto armado é feito com bases teóricas, que através de vários ensaios de laboratório mostram ser válidas, desde que sejam respeitados alguns valores limites referentes a dimensões, taxas e posicionamento das armaduras. Estes limites são especificados na NBR 6118:2003.

## 2. Critérios atuais de dimensionamento de pilares submetidos a solicitações normais

Neste capítulo são apresentados alguns critérios adotados no dimensionamento de pilares pela NBR 6118:2003, autores e profissionais do ramo. Os mesmos critérios são usados nos exemplos do capítulo 8 influenciando os resultados finais.

O texto adiante tem objetivo de esclarecer ao leitor de que maneira são feitos os cálculos em todo o processo de dimensionamento da armadura longitudinal dos pilares neste trabalho.

### 2.1 Convenções

A convenção de sinais adotada neste texto para força e tensão é mostrada na FIGURA 2.1.

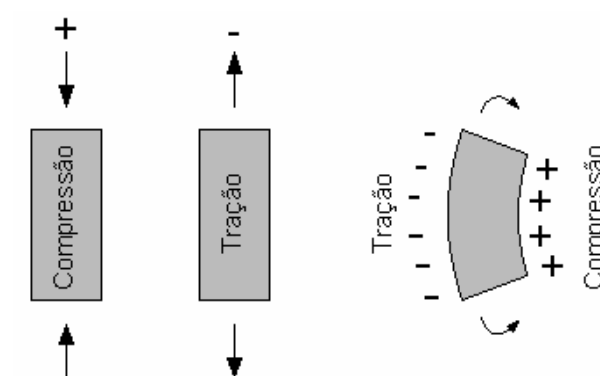


FIGURA 2.1 - Convenções de sinais de força e tensão.

- Forças e tensões de compressão: sinal positivo (+);
- Forças e tensões de tração: sinal negativo (-);

Embora a convenção de sinais mais usada seja o contrário, admite-se que esta é mais adequada para o concreto armado. O concreto é um material que trabalha à compressão, não à

tração. Além disso, em praticamente todos os casos usuais, o esforço normal é de compressão, e fica mais cômodo adotá-lo como positivo.

A convenção utilizada para os momentos fletores solicitantes está representada na FIGURA 2.2.

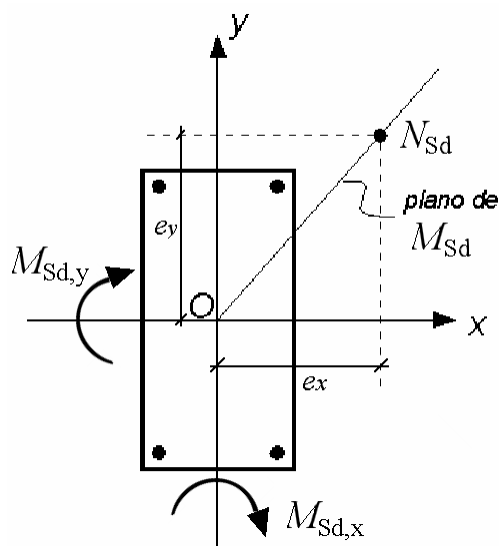


FIGURA 2.2 - Plano de atuação da força normal e convenção de direção dos momentos fletores.

Esses mesmos momentos podem ser representados pelas equações (2.1) e (2.2).

$$M_{Sd,x} = N_{Sd} \times e_x \quad (2.1)$$

$$M_{Sd,y} = N_{Sd} \times e_y \quad (2.2)$$

Onde:

$N$  é o esforço normal;

$e_x$  é a excentricidade do esforço normal na direção  $x$ ;

$e_y$  é a excentricidade do esforço normal na direção  $y$ ;

$N_{Sd}$  é o esforço normal solicitante de cálculo;

$M_{Sd}$  é o momento fletor solicitante de cálculo;

$M_{Sd,x}$  é o momento fletor solicitante de cálculo que age na direção  $x$ ;

$M_{Sd,y}$  é o momento fletor solicitante de cálculo que age na direção  $y$ .

As direções e os sinais positivos adotados neste trabalho, para todos os tipos de ações que podem atuar em um elemento reticulado de uma estrutura são de acordo com a FIGURA 2.3.

$N_S$  é o esforço normal solicitante;

$M_{S,x}$  é o momento fletor solicitante na direção  $x$ ;

$M_{S,y}$  é o momento fletor solicitante na direção  $y$ ;

$V_{S,x}$  é o esforço cortante solicitante na direção  $x$ ;

$V_{S,y}$  é o esforço cortante solicitante na direção  $y$ ;

$T_S$  é o momento torsor solicitante;

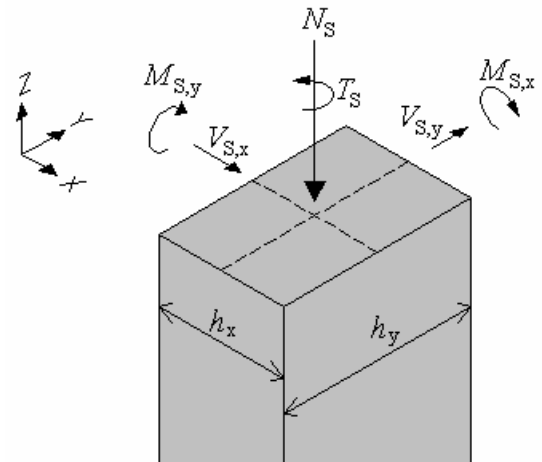


FIGURA 2.3 - Direções e sentidos positivos dos esforços.

## 2.2 Hipóteses básicas

Todo o dimensionamento de pilares é realizado admitindo-se algumas hipóteses básicas clássicas do dimensionamento de estruturas de concreto armado, que inclusive são aceitas pela NBR 6118:2003:

- a) Manutenção da seção plana: nas peças de concreto estrutural submetidas a solicitações normais, é admitida a validade da hipótese de manutenção da forma plana da seção transversal até o E.L.U (estado limite último), desde que a relação:

(distância entre as seções de momento fletor nulo / altura útil da seção) > 2



Com esta hipótese, as deformações normais específicas são, em cada ponto, proporcionais à sua distância à linha neutra da seção, inclusive quando a peça atinge o E.L.U. Tal hipótese não se aplica no dimensionamento de pilares-parede.

- b) Solidariedade dos materiais: admite-se a aderência perfeita entre as barras da armadura e o concreto que as envolve. Com esta hipótese, a deformação específica de uma barra da armadura é igual à deformação específica do concreto que lhe é adjacente.

## **2.3 Ações**

Na análise estrutural deve ser considerada a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança de estrutura em exame.

### **2.3.1 Classificação das ações**

De acordo com a NBR 6118:2003, as ações a considerar classificam-se em permanentes, variáveis e excepcionais. Abaixo é apresentado um resumo dos tipos de ações característicos em estruturas usuais.

- Peso próprio (permanente direta)
- Peso dos elementos construtivos fixos e de instalações permanentes (permanente direta)
- Imperfeições geométricas (permanente indireta)
- Cargas acidentais previstas para o uso da edificação (variável direta)
- Ação do vento (variável direta)

### **2.3.2 Combinações de ações**

Conforme o item 11.8.1 da NBR 6118:2003:

“Um carregamento é definido pela combinação das ações que têm probabilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período preestabelecido.

A combinação das ações deve ser feita de forma que se possam ser determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura; a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos e aos estados limites de serviço deve ser realizada em função de combinações últimas e combinações de serviço respectivamente.”

Este trabalho trata apenas do dimensionamento dos pilares no estado limite último. Não é apresentado nada referente aos estados limites de serviço, como por exemplo a determinação de deformações ou fissurações que podem ser necessárias no dimensionamento de vigas e lajes.

Conforme a NBR6118:2003, as ações devem ser majoradas pelo coeficiente  $\gamma_f$ , cujos valores encontram-se estabelecidos na TABELA 2.1 e TABELA 2.2, onde:

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3} \quad (2.3)$$

**TABELA 2.1** - Coeficientes  $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$  (tabela 11.1 da NBR 6118:2003).

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 <sup>1)</sup>	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

Onde:  
*D* é desfavorável, *F* é favorável, *G* representa as cargas variáveis em geral e *T* é a temperatura.  
<sup>1)</sup> Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

TABELA 2.2 - Coeficientes de ponderação para  $\gamma_{f2}$  (tabela 11.2 da NBR 6118:2003).

Ações		$\gamma_{f2}$		
		$\psi_c$	$\psi_1^{1)}$	$\psi_2$
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>2)</sup>	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas <sup>3)</sup>	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

<sup>1)</sup> Para os valores de  $\psi_1$  relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver seção 23.  
<sup>2)</sup> Edifícios residenciais.  
<sup>3)</sup> Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

A TABELA 2.1 e TABELA 2.2 são válidas somente para edificações do tipo 2, que conforme a NBR 8681:2003, são edificações cujas cargas acidentais não superam  $5 \text{ kN/m}^2$ .

De acordo com a NBR 6118:2003, as combinações últimas normais devem ser feitas de acordo com a equação (2.4)

$$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_{eg} F_{egk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qjk}) + \gamma_{eq} \psi_{0e} F_{eqk} \quad (2.4)$$

onde:

$F_d$  é o valor de cálculo das ações para combinação última;

$F_{gk}$  representa as ações permanentes diretas;

$F_{ek}$  representa as ações permanentes indiretas como a retração  $F_{egk}$  e variáveis como a temperatura  $F_{eqk}$ ;

$F_{qk}$  representa as ações variáveis diretas das quais  $F_{q1k}$  é escolhida principal;

$\gamma_g, \gamma_{\epsilon g}, \gamma_q$  e  $\gamma_{\epsilon q}$  - ver TABELA 2.1;

$\Psi_{0j}, \Psi_{0\epsilon}$  - ver TABELA 2.2;

Segundo a NBR 6118:2003:

“No caso geral, devem ser consideradas inclusive combinações onde o efeito favorável das cargas permanentes seja reduzido pela consideração de  $\gamma_g = 1,0$ . No caso de estruturas usuais de edifícios essas combinações que consideram  $\gamma_g$  reduzido (1,0) não precisam ser consideradas.”

A nomenclatura adotada neste texto, para os esforços solicitantes de cálculo  $F_{Sd}$ , é apresentada a seguir:

$N_{Sd(i)}$  é o esforço normal solicitante de cálculo, combinação  $i$ ;

$M_{Sd,x(Topo)(i)}$  é o momento solicitante de cálculo no topo do pilar, na direção  $x$ , combinação  $i$ ;

$M_{Sd,x(Base)(i)}$  é o momento solicitante de cálculo na base do pilar, na direção  $x$ , combinação  $i$ ;

$M_{Sd,y(Topo)(i)}$  é o momento solicitante de cálculo no topo do pilar, na direção  $y$ , combinação  $i$ ;

$M_{Sd,y(Base)(i)}$  é o momento solicitante de cálculo na base do pilar, na direção  $y$ , combinação  $i$ ;

$V_{Sd,x(i)}$  é o esforço cortante solicitante de cálculo na direção  $x$ , combinação  $i$ ;

$V_{Sd,y(i)}$  é o esforço cortante solicitante de cálculo na direção  $y$ , combinação  $i$ ;

$T_{Sd(i)}$  é o momento torsor solicitante de cálculo, combinação  $i$ ;

Segundo a NBR 6120:1980, no cálculo dos pilares e das fundações de edifícios para escritórios, residências e casas comerciais não destinados a depósitos, as cargas acidentais podem ser reduzidas de acordo com os valores indicados na TABELA 2.3.

**TABELA 2.3** - Redução das cargas acidentais (tabela 4 da NBR 6120:1980)

Número de pisos que atuam sobre o elemento	Redução percentual das cargas acidentais (%)
1, 2 e 3	0
4	20
5	40
6 ou mais	60

Nota: Para efeito de aplicação destes valores, o forro deve ser considerado como piso.

### 2.3.3 Característica de esforços solicitantes em pilares

Atualmente com a ampla utilização de computadores na engenharia, é comum se obter os esforços solicitantes nos pilares e em todos os outros elementos de uma estrutura, utilizando um modelo de pórtico espacial, com os carregamentos aplicados referentes a cada ação de carregamento (peso próprio, carga acidental, vento entre outros). Obtidos os esforços solicitantes em cada pilar isolado devido a cada ação, deve-se prosseguir para a realização das combinações destas ações conforme o item 2.3.1. Calculados os esforços solicitantes para as várias combinações de carregamentos, pode-se partir para o dimensionamento e detalhamento.

Nos casos onde não existem cargas ao longo da altura do pilar, existirão apenas esforços aplicados na base e no topo do pilar. Os diagramas de esforços solicitantes nos pilares têm características semelhantes aos diagramas da FIGURA 2.4.

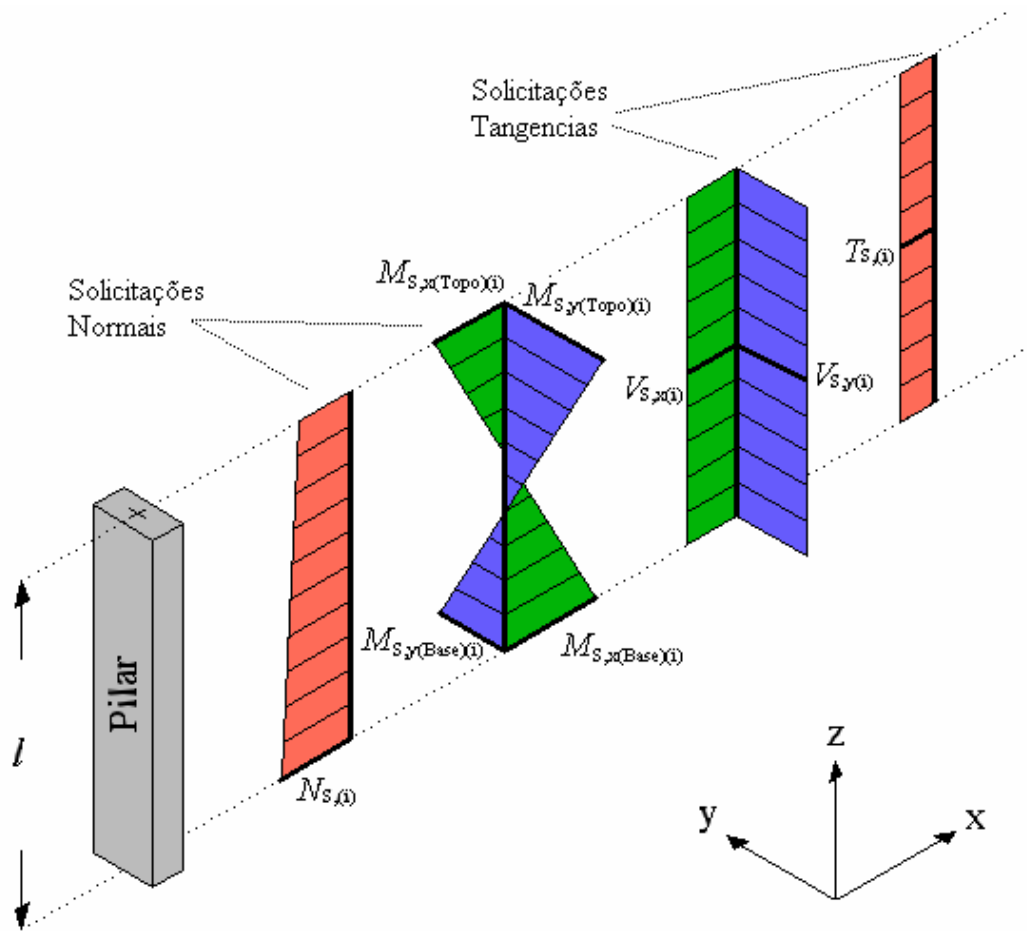


FIGURA 2.4 - Esforços solicitantes em pilares usuais.

onde:

$l$  é o comprimento do pilar;

$N_{S(i)}$  é o esforço normal solícitante, ação  $i$ ;

$M_{S,x(Topo)(i)}$  é o momento solícitante no topo do pilar, na direção  $x$ , ação  $i$ ;

$M_{S,x(Base)(i)}$  é o momento solícitante na base do pilar, na direção  $x$ , ação  $i$ ;

$M_{S,y(Topo)(i)}$  é o momento solícitante no topo do pilar, na direção  $y$ , ação  $i$ ;

$M_{S,y(Base)(i)}$  é o momento solícitante na base do pilar, na direção  $y$ , ação  $i$ ;

$V_{S,x(i)}$  é o esforço cortante solícitante na direção  $x$ , ação  $i$ ;

$V_{S,y(i)}$  é o esforço cortante solícitante na direção  $y$ , ação  $i$ ;

$T_{S(i)}$  é o momento torsor, ação  $i$ ;

Os esforços cortantes e torsões são constantes num lance de pilar, enquanto os momentos variam linearmente ao longo da altura, podendo tracionar a mesma face ou não. O esforço normal varia linearmente aumentando de cima para baixo. A diferença do esforço normal entre o topo e a base é causada pelo peso próprio do pilar. Esta diferença é relativamente pequena, por isso, para fins de dimensionamento pode ser considerado um valor constante ao longo da altura do pilar.

## 2.4 Excentricidades

Neste item é apresentado um resumo da interpretação do autor sobre o procedimento preconizado pela NBR 6118:2003 para obtenção dos momentos fletores provocados pela excentricidade da força normal aplicada no pilar, considerando as imperfeições geométricas, incertezas de sua construção e efeitos de 2ª ordem.

O esforço de flexão composta em elementos reticulados, que é um esforço de compressão centrada somado a um esforço de momento fletor, pode ser interpretado como um esforço de compressão com uma certa excentricidade. Apesar da NBR6118:2003 apresentar a maior parte do assunto sobre instabilidade e efeitos de 2ª ordem através de considerações e cálculos de valores de momentos e momentos mínimos, neste texto, a determinação dos esforços solicitantes finais para o dimensionamento são realizados através do cálculo de excentricidades do esforço normal. Através da consideração de momentos ou excentricidades obtêm-se sistemas de esforços equivalentes, porém, é mais apropriado tratar o assunto através do cálculo de excentricidades porque os resultados deste trabalho foram comparados com resultados de um programa comercial que realiza o dimensionamento desta mesma maneira. Isto não deve dificultar o entendimento já que a antiga norma NBR 6118:1978 apresenta todo o assunto através do cálculo de excentricidades.

Em geral, dividem-se as excentricidades em dois grupos: excentricidades de 1ª ordem e excentricidade de 2ª ordem. Os efeitos de 1ª ordem podem ser entendidos como aqueles que se podem obter tomando-se a estrutura na situação indeformada, ou seja, sem considerar os efeitos da deformação sobre os esforços. Englobam efeitos de 1ª ordem em pilares: excentricidades inicial e acidental ( $e_1$  e  $e_a$ ).

Já os efeitos de 2ª ordem são os esforços adicionais obtidos com a estrutura ou elemento estrutural na sua posição deformada, que serão mais acentuados quanto mais esbelto for a estrutura ou o elemento e quanto maior forem os esforços solicitantes no elemento ou na estrutura. Os efeitos de 2ª ordem em pilares são: excentricidades de 2ª ordem e excentricidade devido à fluência do concreto ( $e_2$  e  $e_{cc}$ ).



O pilar deve ter capacidade de resistir aos esforços solicitantes ao longo de toda sua altura. Em pilares biapoiados com seção retangular e distribuição simétrica da armadura, a situação crítica pode ocorrer em uma das três seções: base, topo ou numa seção intermediária onde se considera que atua o maior valor dos momentos solicitantes de 1ª e 2ª ordem somados.

#### **2.4.1 Excentricidade inicial - $e_i$**

O momento aplicado nas extremidades do pilar, quando é feita a análise global, pode ser substituído por uma excentricidade no ponto de aplicação da carga normal, ou seja, o momento fletor é transformado numa carga normal com uma certa excentricidade. Chama-se excentricidade inicial ( $e_i$ ) a excentricidade da carga normal aplicada. No caso dos momentos aplicados, que são os dados obtidos num modelo de cálculo de pórtico espacial (ver FIGURA 2.4), o valor desta excentricidade pode ser obtido pela equação (2.5):

$$e_i = \frac{M_{Sd}}{N_{Sd}} \quad (2.5)$$

Tal excentricidade assume valores diferentes para as duas direções principais do pilar.

$$e_{i,x} = \frac{M_{Sd,x}}{N_{Sd}} \quad (2.6)$$

$$e_{i,y} = \frac{M_{Sd,y}}{N_{Sd}} \quad (2.7)$$

A excentricidade inicial no topo e na base do pilar podem ser calculadas aplicando as equações (2.6) e (2.7), já que são conhecidos os valores dos momentos de cálculo aplicados na base e no topo, nas direções  $x$  e  $y$  ( $M_{Sd,x(Topo)(i)}$ ,  $M_{Sd,x(Base)(i)}$ ,  $M_{Sd,y(Topo)(i)}$ ,  $M_{Sd,y(Base)(i)}$  - FIGURA 2.4). Já o valor da excentricidade inicial na seção intermediária do pilar, pode ser calculado partindo de algumas equações presentes nos itens 15.8.3.3.2 e 15.8.3.3.3 da NBR 6118:2003, que são as equações (2.8) e (2.9)

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{l_e}{10} \frac{1}{r} \quad (2.8)$$

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b \cdot M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120\kappa/\nu}} \quad (2.9)$$

A equação (2.8) é usada para o cálculo dos efeitos de 2ª ordem através do método do pilar padrão com curvatura aproximada enquanto a equação (2.9) é usada no método do pilar padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada. Estas equações são usadas para determinar o momento total máximo em pilares mais esbeltos, nos quais os efeitos de 2ª ordem devem ser considerados, conforme será estudado no item 2.4.3.

Os efeitos de 2ª ordem são determinados através da ampliação do momento inicial na seção intermediária, no caso de pilares bi rotulados, que é representado pela parcela  $\alpha_b \cdot M_{1d,A}$  nas equações (2.8) e (2.9). Por definição da NBR 6118:2003 “O momento  $M_{1d,A}$  e o coeficiente  $\alpha_b$  têm as mesmas definições de 15.8.2, sendo  $M_{1d,A}$  o valor de cálculo de 1ª ordem do momento  $M_A$ ”. O item 15.8.2 da NBR 6118:2003 apresenta:

a) para pilares biapoiados sem cargas transversais significativas:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad (2.10)$$

onde:

$M_A$  e  $M_B$  são os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar. Deve ser adotado para  $M_A$  o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para  $M_B$  o sinal positivo, se tracionar a mesma face que  $M_A$ , e negativo em caso contrário.

b) para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:

$$\alpha_b = 1,0 \quad (2.11)$$

c) para pilares em balanço

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \frac{M_C}{M_A} \geq 0,85 \quad (2.12)$$

onde:

$M_A$  é o momento de 1ª ordem no engaste e  $M_C$  é o momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

d) para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo estabelecido no item 11.3.3.4.3 da NBR 6118:2003.

$$\alpha_b = 1,0 \quad (2.13)$$

Seguindo as prescrições dos itens 15.8.2, 15.8.3.3.2 e 15.8.3.3.3 da NBR 6118:2003 fica entendido que o valor da excentricidade na seção intermediária de um pilar biapoiado pode ser calculado conforme mostra a equação (2.14)

$$e_i = \alpha_b \cdot e_{1d,A} \quad (2.14)$$

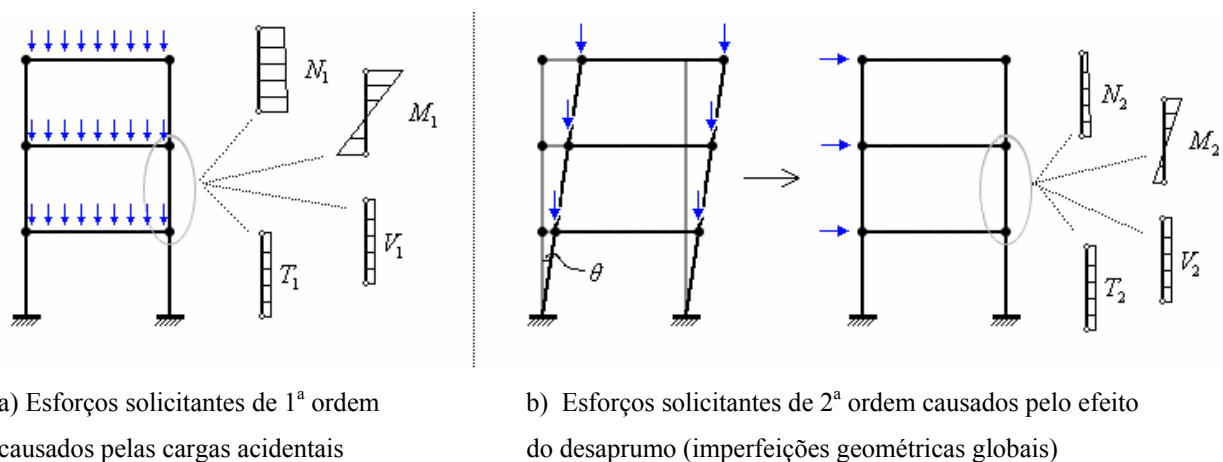
$$e_{1d,A} = M_{1d,A} / N_d \quad (2.15)$$

## 2.4.2 Excentricidade acidental - $e_a$

Conforme a antiga NBR 6118:1978, item 4.1.1.3, o cálculo ou verificação de pilares deveria ser feito para a flexão composta com a consideração de uma excentricidade acidental ( $e_a$ ), para levar em conta a incerteza da posição da força normal e o desvio do eixo da peça durante a construção.

A NBR 6118:2003, em seu item 11.3.3.4, define a consideração destas imperfeições geométricas do eixo dos elementos estruturais divididas em dois grupos: imperfeições globais e imperfeições locais.

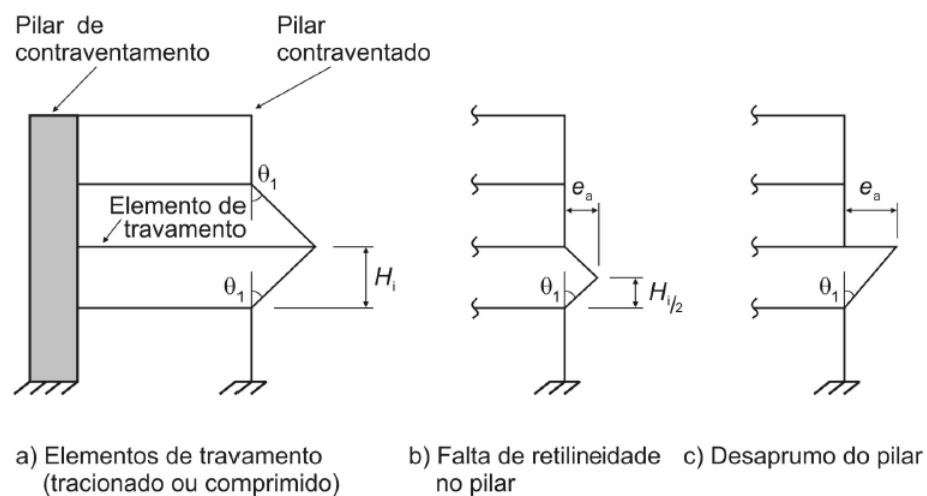
As imperfeições globais devem ser levadas em consideração na análise do modelo da estrutura como um todo, considerando o desaprumo dos elementos verticais conforme mostra a FIGURA 2.5. Uma maneira simples e direta baseia-se no equilíbrio de uma barra em sua posição deslocada. Supondo que numa barra vertical sujeita a um esforço axial é aplicado uma rotação; são necessárias cargas horizontais para equilibrar os momentos gerados. Da mesma forma cargas fictícias podem ser aplicadas à estrutura para simular o acréscimo devido ao desaprumo da edificação. Este procedimento deve ser feito durante a etapa de cálculo dos esforços atuantes nos elementos da estrutura, antes do dimensionamento e detalhamento. Os esforços causados pelas imperfeições globais em cada pilar isolado podem ser considerados como um caso de carregamento solicitante na estrutura, da mesma forma que se faz com todos os outros tipos de carregamento (peso próprio, vento...), conforme mostra a FIGURA 2.5 b).



**FIGURA 2.5** - Efeito das imperfeições geométricas globais

Já na verificação de um lance de pilar, são levados em conta os efeitos de imperfeições geométricas locais, através do efeito do desaprumo ou da falta de retilineidade do eixo do pilar, conforme mostra a FIGURA 2.6.

Apesar da FIGURA 2.6 apresentar a variável  $e_a$ , e NBR 6118:2003 não utiliza a denominação “excentricidade acidental” mas pode-se definir  $e_a$  como consequência das imperfeições geométricas locais, já que o meio técnico está habituado com esta abordagem.



**FIGURA 2.6** - Imperfeições geométricas locais (figura 11.2 da NBR6118:2003).

onde:

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{H_i}} \quad (2.16)$$

$$\theta_{1\min} = 1/300 \text{ para estruturas de nós móveis e imperfeições locais} \quad (2.17)$$

$$\theta_{1\max} = 1/200 \quad (2.18)$$

$H_i$  é dado em metros.

A excentricidade causada pelas imperfeições geométricas locais, que será considerada neste trabalho como uma excentricidade acidental  $e_a$ , é igual nas duas direções principais ( $x$  e  $y$ ),

independentemente das dimensões da seção e pode ser calculada baseando-se na FIGURA 2.6 b) e c):

$$\text{- excentricidade acidental no topo e base: } e_a = \theta_1 \cdot H_i \quad (2.19)$$

$$\text{- excentricidade acidental na seção intermediária: } e_a = \theta_1 \cdot H_i/2 \quad (2.20)$$

Conforme o item 11.3.3.4.3 da NBR 6118:2003, é permitido substituir o efeito das imperfeições locais nos pilares, em estruturas reticuladas, pela consideração do momento mínimo de 1ª ordem dado a seguir:

$$M_{1d,\min} = N_d \times e_{1d,\min} \quad (2.21)$$

$$e_{1d,\min} = (0,015 + 0,03h) \quad (2.22)$$

onde:

$h$  é a altura total da seção transversal na direção considerada, em metros.

Conforme o item 11.3.3.4.3 da NBR 6118:2003: “Nas estruturas reticuladas usuais admite-se que o efeito das imperfeições locais esteja atendido se for respeitado esse valor de momento total mínimo. A este momento devem ser acrescidos os momentos de 2ª ordem, quando for o caso.”

Conclui-se que os efeitos das imperfeições geométricas locais nas seções da base e do topo de pilares bi rotulados, onde inexistem efeitos de 2ª ordem, podem ser determinados de duas maneiras:

1ª - Considerar uma excentricidade adicional que será chamada de excentricidade acidental ( $e_a$ ) calculada pelas equações (2.19) ou (2.20), independente do valor das excentricidades devido aos momentos iniciais. O valor da excentricidade total de 1ª ordem ( $e_1$ ) será calculado pela equação (2.23)

$$e_1 = e_i + e_a \quad (2.23)$$

2ª - Usar o critério do momento mínimo. Se o momento inicial for menor do que  $M_{1d,min}$ , será considerada uma excentricidade com o valor que falta para “completar” o momento mínimo, que será chamada de excentricidade acidental ( $e_a$ ). Se o momento inicial for maior ou igual a  $M_{1d,min}$  não será considerada nenhuma excentricidade acidental. Resumindo:

$$\text{se } e_i < e_{1d,min} \rightarrow e_1 = e_{1d,min} \quad (2.24)$$

$$\text{se } e_i \geq e_{1d,min} \rightarrow e_1 = e_i \quad (2.25)$$

onde:

$e_1$  é a excentricidade total de 1ª ordem, que pode ser entendida como sendo igual a  $e_i + e_a$ ;

O valor da excentricidade acidental na seção intermediária também pode ser calculada das duas maneiras apresentadas acima, porém mesmo quando for usado o critério das imperfeições geométricas locais, entende-se que o valor total da excentricidade de 1ª ordem deve ser sempre maior ou igual ao valor de  $e_{1d,min}$  se for levado em conta o último parágrafo do item 11.3.3.4.3 da NBR 6118:2003: “...esse valor de momento total mínimo. A este momento devem ser acrescidos os momentos de 2ª ordem, quando for o caso.”

Até aqui o problema só foi tratado para uma direção (caso da flexão composta normal). Para o caso da flexão composta oblíqua, diferente da antiga NBR 6118:78, a nova norma não apresenta como devem ser consideradas as direções de atuação das excentricidades acidentais. O projetista pode interpretar basicamente de 2 maneiras:

1ª - Calcular individualmente as excentricidades acidentais nas duas direções ( $e_{ax}$  e  $e_{ay}$ ) e, em cada uma das três seções do pilar (base, topo e intermediária), considerar que estas atuam simultaneamente nas duas direções principais  $x$  e  $y$ .

2ª - Calcular individualmente as excentricidades acidentais nas duas direções ( $e_{ax}$  e  $e_{ay}$ ) e, em cada uma das três seções do pilar (base, topo e intermediária), acrescenta-se a excentricidade acidental apenas na direção  $x$  ou apenas na direção  $y$  e verifica-se os dois casos.

No primeiro caso pode haver um “exagero” na precaução referente às falhas durante a construção porque o desaprumo do pilar é levado em conta duas vezes, porém, utilizando o critério do momento mínimo, a norma leva a entender que o mais correto é garantir que o valor de  $M_{1d,min}$  seja sempre respeitado nas duas direções.

### 2.4.3 Excentricidade de 2ª ordem - $e_2$

Elementos reticulados esbeltos submetidos à compressão podem sofrer o efeito da deformação transversal da peça. Em decorrência das deformações causadas pelos esforços solicitantes iniciais, calculados com o elemento na sua posição indeformada, pode haver um acréscimo significativo nos momentos solicitantes devido ao deslocamento do elemento, como mostra a FIGURA 2.7.

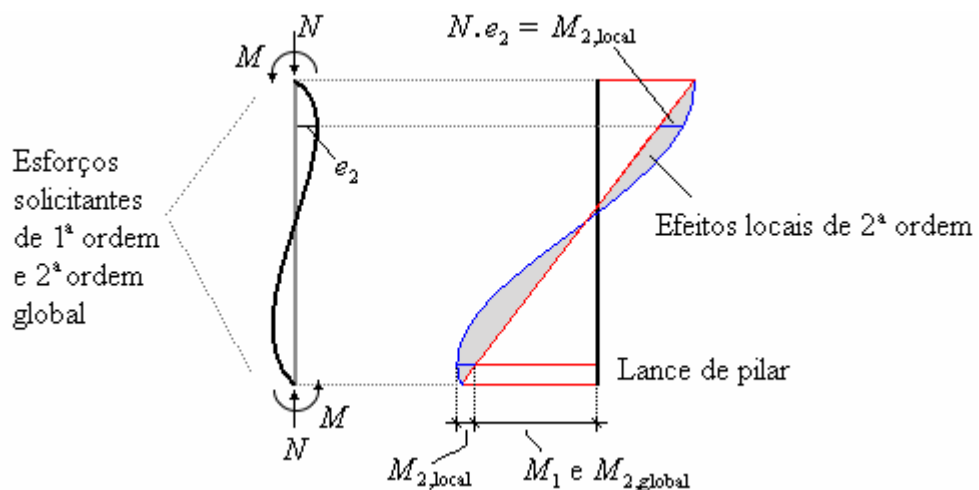


FIGURA 2.7 - Efeitos locais de 2ª ordem em elementos bi rotulados submetidos à compressão



Os efeitos de 2ª ordem dependem basicamente da esbeltez do pilar, carga normal e momentos atuantes. Quanto mais esbelto e maior o momento atuante, maior é a deformação no pilar e quanto maior o esforço normal, maior é o momento causado pelas deformações impostas. A consideração destes efeitos é realizada através de uma excentricidade adicional de 2ª ordem. Segundo o item 15.8.3 da NBR 6118:2003, os efeitos de 2ª ordem podem ser calculados em pilares isolados, usando diferentes métodos, dependendo fundamentalmente de seu índice de esbeltez  $\lambda$ . O valor de  $\lambda$  pode ser calculado pela equação (2.26).

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (2.26)$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (2.27)$$

onde:

$\lambda$  é o índice de esbeltez;

$l_e$  é o comprimento equivalente;

$i$  é o raio de giração da seção transversal;

$I$  é o momento de inércia da seção transversal;

$A$  é a área da seção transversal;

Segundo o item 15.6 da NBR 6118:2003, o comprimento equivalente  $l_e$  do elemento comprimido (pilar), suposto vinculado em ambas as extremidades, deve ser o menor dos seguintes valores:

$$l_e = l_0 + h \quad (2.28)$$

$$l_e = l \quad (2.29)$$

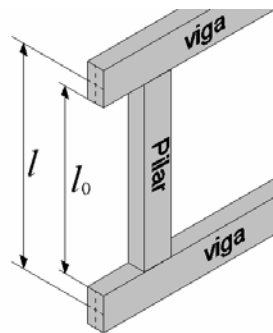
onde:

$l_e$  é o comprimento equivalente do pilar;

$l_0$  é a distância entre as faces dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar (ver FIGURA 2.8);

$h$  é a altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura em estudo;

$l$  é a distância dos eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado (ver FIGURA 2.8);



**FIGURA 2.8** - Dados para cálculo do comprimento equivalente do pilar.

Nos pilares muito esbeltos ( $\lambda$  grande), os efeitos de 2ª ordem são mais significativos, sendo necessário a utilização de métodos mais refinados para o cálculo de  $e_2$ . Para pilares pouco esbeltos ( $\lambda$  pequeno), onde os efeitos de 2ª ordem são menos significativos, a NBR 6118:2003 permite recorrer a métodos aproximados e mais simples de resolver. O item 15.8.3 da NBR 6118:2003 trata desse assunto, e divide o problema basicamente em 6 grupos:

- a) Pilares com  $\lambda \leq 200$  submetidos à flexão composta normal.
  - Método geral (item 15.8.3.2 da NBR 6118:2003);
  
- b) Pilares com  $\lambda \leq 140$  submetidos à flexão composta normal.
  - Método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r (item 15.8.3.3.4 da NBR 6118:2003);
  - Método do pilar-padrão melhorado acoplado a diagramas M, N, 1/r (item 15.8.3.3.4 da NBR 6118:2003);
  
- c) Pilares com  $\lambda \leq 90$ , seção constante, armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo, submetidos à flexão composta normal.

- Método do pilar-padrão com curvatura aproximada (item 15.8.3.3.2 da NBR 6118:2003);
- d) Pilares com  $\lambda \leq 90$ , seção retangular constante, armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo, submetidos à flexão composta normal.
- Método do pilar-padrão com curvatura aproximada (item 15.8.3.3.2 da NBR 6118:2003);
  - Método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada (item 15.8.3.3.3 da NBR 6118:2003);
- e) Pilares com  $\lambda \leq 90$ , seção retangular constante, armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo, submetidos à flexão composta oblíqua.
- Método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada admitindo que os momentos totais ajam simultaneamente nas duas direções principais  $x$  e  $y$  (item 15.8.3.3.3 e 15.8.3.3.5 da NBR 6118:2003);
- f) Pilares com  $\lambda \leq \lambda_1$ .

Os esforços locais de 2ª ordem podem ser desprezados. (item 15.8.2 da NBR 6118:2003)

O valor de  $\lambda_1$  pode ser calculado pela equação (2.30).

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5e_1 / h}{\alpha_b} \quad (2.30)$$

onde:

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

e  $\alpha_b$  é definido no item 2.4.1

Neste trabalho são estudados pilares com seções retangulares, armadura simétrica e constante ao longo do eixo do pilar, submetidos à flexão composta oblíqua. Com tais características, é permitido utilizar o método simplificado do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada, que é válido para  $\lambda \leq 90$ . O comprimento de flambagem  $\lambda \leq 90$  torna-se então,

uma limitação para que os resultados encontrados no cálculo dos efeitos de 2ª ordem sejam válidos segundo os critérios da NBR 6118:2003.

O método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada (item 15.8.3.3.3 da NBR 6118:2003) determina que o momento total máximo no pilar deve ser calculado a partir da majoração do momento de 1ª ordem pela equação (2.31):

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b \cdot M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \cdot \kappa / \nu}} \geq \left\{ \begin{array}{l} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{array} \right\} \quad (2.31)$$

sendo o valor da rigidez adimensional  $\kappa$  dado aproximadamente pela equação (2.32) :

$$\kappa = 32 \left( 1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h \cdot N_d} \right) \cdot \nu \quad (2.32)$$

onde:

$M_{d,tot}$  é o momento de cálculo total que atua no pilar;

$\nu$  é a força normal adimensional, igual a  $N_{Sd} / (A_c \cdot f_{cd})$ ;

$h$  é a altura da seção transversal na direção considerada;

$N_{Sd}$  é o esforço normal solicitante de cálculo;

As variáveis  $\alpha_b$  e  $M_{1d,A}$  são as mesmas definidas em 2.4.1;

A NBR 6118:2003 apresenta que usualmente duas ou três iterações são suficientes quando se optar por um cálculo iterativo. Entretanto é mais conveniente resolver o problema de maneira direta, resolvendo uma equação de 2º grau que pode ser obtida substituindo a equação (2.32) em (2.31) como demonstrado a seguir:

da equação (2.32) pode-se obter:

$$\kappa / \nu = 32 \left( 1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h.N_d} \right) \quad (2.33)$$

e substituindo (2.33) em (2.31) obtém-se a equação (2.34):

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b.M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120.32 \left( 1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h.N_d} \right)}} \quad (2.34)$$

rearrumando tem-se:

$$(19200)M_{d,tot}^2 + (3840.h.N_d - \lambda^2.h.N_d - 19200.\alpha_b.M_{1d,A})M_{d,tot} + (-3840.\alpha_b.M_{1d,A}.h.N_d) = 0 \quad (2.35)$$

$$a.M_{d,tot}^2 + b.M_{d,tot} + c = 0, \text{ com:} \quad (2.36)$$

$$a = 19200 \quad (2.37)$$

$$b = 3840.h.N_d - \lambda^2.h.N_d - 19200.\alpha_b.M_{1d,A} \quad (2.38)$$

$$c = -3840.\alpha_b.M_{1d,A}.h.N_d \quad (2.39)$$

Resolvendo-se a equação de segundo grau (2.36) obtém-se para a raiz positiva o valor de  $M_{d,tot}$ :

$$M_{d,tot} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} \quad (2.40)$$

Calculado  $M_{d,tot}$ , pode-se determinar o valor de  $e_2$  pela equação (2.42):

$$e_{tot} = e_1 + e_2 \quad (2.41)$$

$$e_2 = e_{tot} - e_1 \quad (2.42)$$

onde:

$$e_{\text{tot}} = M_{d,\text{tot}} / N_d \quad (2.43)$$

$$e_1 = \frac{\alpha_b \cdot M_{1d,A}}{N_d} \quad (2.44)$$

Deve-se salientar que os valores dos esforços normais e dos momentos devem ser dados em valor absoluto.

Embora o cálculo do valor de  $e_2$  seja dispensável porque já se conhece o valor de  $M_{d,\text{tot}}$ , que será usado para verificação da resistência, pode ser necessário conhecer valor de  $e_2$  para fins de programação e também para avaliar a ordem de grandeza dos efeitos de 2ª ordem.

O método do pilar padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada pode ser empregado no cálculo das excentricidades de 2ª ordem de pilares retangulares com armadura simétrica submetidos à flexão composta normal. Entretanto no item 15.8.3.3.5 da NBR 6118:2003 consta que quando a esbeltez de um pilar de seção retangular submetido à flexão composta oblíqua for menor que 90 nas duas direções principais, pode ser aplicado o processo do pilar padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada independentemente em cada uma das duas direções principais  $x$  e  $y$ .

Ainda deve ser respeitada a condição descrita no mesmo item da NBR 6118:2003:

“Uma vez obtida a distribuição de momentos totais de 1ª e 2ª ordem, em cada direção, deve ser verificada, para cada seção ao longo do eixo, se a composição desses momentos solicitantes fica dentro da envoltória de momentos resistentes para a armadura escolhida. Essa verificação pode ser realizada em apenas três seções: nas extremidades A e B e num ponto intermediário onde se admite atuar concomitantemente os momentos  $M_{d,\text{tot}}$  nas duas direções ( $x$  e  $y$ ).”

Se o pilar tiver índice de esbeltez  $\lambda \leq \lambda_1$  nas duas direções principais os efeitos de 2ª ordem podem ser desprezados. Se o pilar tiver índice de esbeltez  $\lambda > \lambda_1$  somente numa direção (respeitando a condição  $\lambda \leq 90$ ), a amplificação do momento total de 1ª ordem será calculado somente nesta direção. Se o pilar tiver índice de esbeltez  $\lambda > \lambda_1$  nas duas direções principais (respeitando a condição  $\lambda_x \leq 90$  e  $\lambda_y \leq 90$ ), os momentos de 1ª ordem totais serão amplificados independentemente para cada uma das duas direções principais.

#### **2.4.4 Excentricidade devido à fluência - $e_{cc}$**

Conforme a NBR 6118:2003, a consideração da fluência deve ser obrigatoriamente realizada em pilares com índice de esbeltez  $\lambda > 90$ , podendo ser efetuada de maneira aproximada conforme o seu item 15.8.4.

Neste trabalho o cálculo da excentricidade de 2ª ordem é feito supondo que o pilar tem índice de esbeltez  $\lambda \leq 90$ . Respeitando este limite, não é necessário calcular a excentricidade devido à fluência.

#### **2.4.5 Excentricidade total - $e_{tot}$**

A excentricidade total é o valor final da excentricidade do esforço normal. O momento final de cálculo que deve ser usado para verificação da resistência é obtido multiplicando o valor do esforço normal pela excentricidade total.

A NBR 6118:2003 não apresenta de forma clara como deve ser calculado o valor do momento solicitante total para verificação da resistência, principalmente no caso da flexão composta oblíqua. Já foi apresentado nos itens anteriores que existem algumas dificuldades na interpretação da norma referentes às considerações das direções das excentricidades devido às imperfeições geométricas locais e se o momento mínimo deve ser respeitado simultaneamente nas duas direções

Entende-se que a verificação deve ser realizada nas três seções sugeridas pela NBR 6118:2003 (base, topo e seção intermediária), somando-se os valores das excentricidades em módulo. Considerando que a excentricidade acidental atua somente na direção  $x$  ou somente na direção  $y$ , devem ser verificadas 6 diferentes situações conforme mostra a TABELA 2.4.

TABELA 2.4 - Excentricidades totais em pilares bi rotulados.

Situações de cálculo	Seção	direção de atuação de $e_a$	Excentricidades total, combinação de carregamento $i$
qualquer valor de $\lambda$			
1ª situação	Topo	$x$	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)} $ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)} $
2ª situação		$y$	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)} $ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)} $
3ª situação	Base	$x$	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)} $ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)} $
4ª situação		$y$	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)} $ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)} $
$\lambda < \lambda_1$ nas duas direções			
5ª situação	Intermediária	$x$	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)} $ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)} $
6ª situação		$y$	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)} $ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)} $
$\lambda > \lambda_1$ em uma direção (supondo $\lambda_x > \lambda_1$ e $\lambda_y < \lambda_1$ )			
5ª situação	Intermediária	$x$ e $y$ simultaneamente	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)}  +  e_{2,x(i)}  = e_{d,totx(i)}$ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)} $
$\lambda > \lambda_1$ nas duas direções			
5ª situação	Intermediária	$x$ e $y$ simultaneamente	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)}  +  e_{2,x(i)}  = e_{d,totx(i)}$ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)}  +  e_{2,y(i)}  = e_{d,toty(i)}$

onde:

$e_{tot,x(i)}$  é a excentricidade total na direção  $x$ ;

$e_{tot,y(i)}$  é a excentricidade total na direção  $y$ ;

$e_{i,x(i)}$  é a excentricidade inicial na direção  $x$ ;

$e_{i,y(i)}$  é a excentricidade inicial na direção  $y$ ;

$e_{aT,x(i)}$  é a excentricidade acidental na direção  $x$ ;

$e_{aT,y(i)}$  é a excentricidade acidental na direção  $y$ ;



$e_{2,x(i)}$  é a excentricidade de 2ª ordem na direção  $x$ ;

$e_{2,y(i)}$  é a excentricidade de 2ª ordem na direção  $y$ ;

$$e_{d,totx(i)} = M_{d,totx(i)} / N_{Sd(i)};$$

$$e_{d,toty(i)} = M_{d,toty(i)} / N_{Sd(i)};$$

$M_{d,tot}$  é calculado pela equação (2.31) para direção  $x$  ou  $y$

$i$  é combinação de carregamento

Conforme mostra a TABELA 2.4, as excentricidades acidentais são consideradas agindo simultaneamente nas duas direções nos casos onde  $\lambda > \lambda_1$  em pelo menos uma direção. Nestes casos os momentos finais  $M_{d,tot}$  são calculados através da ampliação do momento total de 1ª ordem e então a excentricidade acidental, seja ela calculada segundo o critério das imperfeições geométricas locais ou pelo critério do momento mínimo, não pode deixar de ser considerada na direção em que  $e_2$  atua.

A excentricidade de 2ª ordem também atua na seção da base no caso de pilares com vínculos engastado na base e livre no topo. Nestes casos a seção crítica provavelmente será a seção da base, sendo que os efeitos de 2ª ordem devem ser calculados conforme o que foi apresentado no item 2.4.3.

## 2.5 Características dos materiais

### Concreto

No E.L.U. (estado limite último), adota-se para o concreto um diagrama tensão-deformação composto por uma parábola de 2º grau e um patamar de 2 ‰ a 3,5 ‰, de acordo com a FIGURA 2.9.

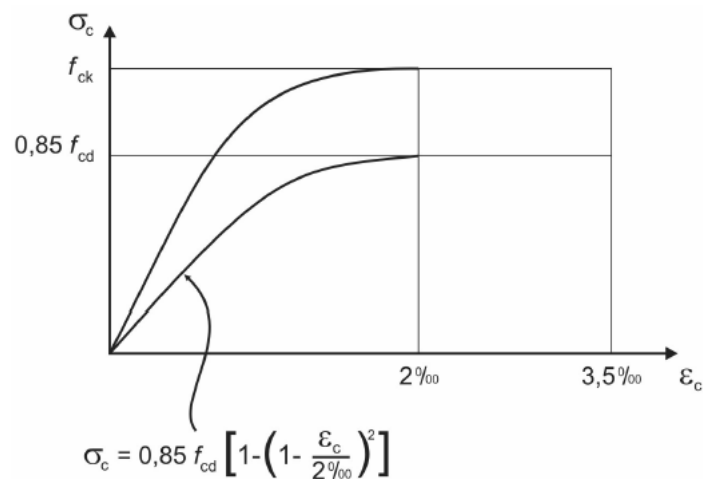


FIGURA 2.9 - Diagrama tensão-deformação idealizado do concreto (figura 8.2 da NBR 6118:2003).

Tensão genérica  $\sigma_c$  no concreto, em função de  $\epsilon_c$  (em ‰):

$$\sigma_c = \sigma_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{2} \right)^2 \right] \quad \text{para } \epsilon_c < 2 \text{ ‰} \quad (2.45)$$

$$\sigma_c = \sigma_{cd} \quad \text{para } 2 \text{ ‰} < \epsilon_c \leq 3,5 \text{ ‰} \quad (2.46)$$

$$\sigma_{cd} = 0 \quad \text{para } \epsilon_c < 0 \text{ (tração)} \quad (2.47)$$

$$\sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd} \quad (2.48)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.49)$$

onde:

$\sigma_c$  é a tensão do concreto;

$\sigma_{cd}$  é a resistência de cálculo do concreto usada no E.L.U.;

$\varepsilon_c$  é a deformação específica do concreto;

$f_{cd}$  é a resistência de cálculo do concreto;

$f_{ck}$  é a resistência característica do concreto à compressão;

$\gamma_c$  é o coeficiente de minoração da resistência do concreto;

Os valores de resistência dos materiais são obtidos experimentalmente, através de ensaios de corpos de prova. Para efeitos da NBR 6118:2003, a resistência característica é o valor mínimo estatístico acima do qual ficam situados 95% dos resultados experimentais. A resistência para fins de cálculo é minorada através de coeficientes de segurança, dos quais tem por finalidade cobrir incertezas que ainda não possam ser tratadas pela estatística. O item 12.4.1 da NBR 6118:2003, atribui valores de  $\gamma_c = 1,4$  para combinações normais e  $\gamma_c = 1,2$  para combinações especiais ou de construção ou combinações excepcionais.

Para o dimensionamento dos pilares às solicitações normais, a resistência do concreto tracionado será considerada nula, conforme mostra a equação (2.47). Já para o dimensionamento do pilar aos esforços cortantes e torsões admite-se uma certa resistência à tração. Segundo a NBR 6118:2003, a resistência do concreto à tração direta pode ser obtida, na falta de ensaios, pela avaliação do seu valor médio ou característico por meio das equações seguintes:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (2.50)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} \quad (2.51)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m} \quad (2.52)$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad (2.53)$$

onde:

$f_{ct,m}$  e  $f_{ck}$  são expressos em MPa.

A NBR 6118:2003 se aplica a concretos compreendidos nas classes de resistência do grupo 1, indicadas na NBR 8953, ou seja, até C50 (50 MPa).

### Aço

Segundo a NBR 6118:2003, para o cálculo no estado limite último, pode-se utilizar o diagrama tensão-deformação simplificado mostrado na FIGURA 2.10, para aços com ou sem patamar de escoamento.

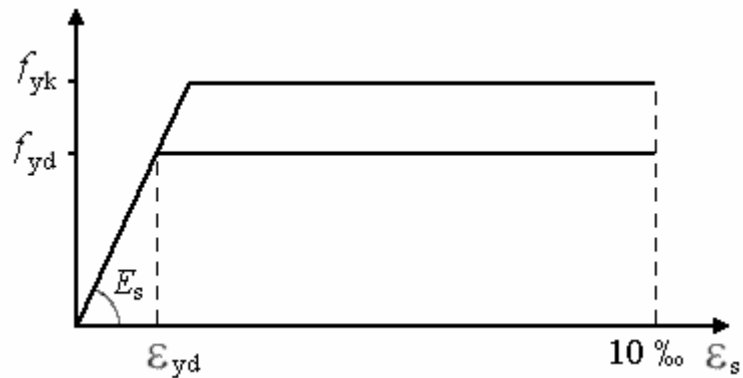


FIGURA 2.10 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas

Equações Constitutivas:

$$\sigma_{sd} = E_s \cdot \varepsilon_{sd} \quad \text{para} \quad 0 \leq |\varepsilon_{sd}| \leq |\varepsilon_{yd}| \quad (2.54)$$

$$\sigma_{sd} = f_{yd} \quad \text{para} \quad |\varepsilon_{sd}| > |\varepsilon_{yd}| \quad (2.55)$$

Onde:

$\sigma_{sd}$  é o valor de cálculo da tensão do aço;

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;

$\varepsilon_{sd}$  é a deformação específica do aço;

$\varepsilon_{yd}$  é a deformação de cálculo do aço correspondente ao início do escoamento;

$f_{yd}$  é a resistência de cálculo do aço igual a  $f_{yk} / \gamma_s$ ;

$f_{yk}$  é a resistência característica do aço;

$\gamma_s$  é o coeficiente de minoração da resistência do aço;

Os gráficos apresentados são relativos à tração. Para compressão, admite-se o mesmo módulo  $E_s$ , e os gráficos são os mesmos, naturalmente com  $\varepsilon_{sd}$  limitado a 3,5 ‰, devido ao concreto.

Nos casos onde o valor do módulo de elasticidade do aço não for fornecido pelo fabricante, ou não forem realizados ensaios, a NBR 6118:2003 sugere considerar o valor de 210 GPa.

A resistência de cálculo do aço é reduzida através de coeficientes de minoração pelas mesmas razões já apresentadas para o concreto. No entanto os valores dos coeficientes são menores, já que o processo de fabricação do aço apresenta um controle de qualidade superior ao do concreto. A NBR 6118:2003, no item 12.4.1, atribui valores de  $\gamma_s = 1,15$  para combinações normais e combinações especiais ou de construção e  $\gamma_s = 1,0$  para combinações excepcionais.

## **2.6 Domínios de deformações**

Nas peças de concreto armado, as solicitações normais  $N_{sd}$  e  $M_{sd}$  podem atuar isoladamente ou em conjunto: tração centrada, compressão centrada, flexão simples e flexão composta normal ou oblíqua. Em qualquer um dos casos é necessário definir os limites de deformação das fibras, que corresponderiam ao estado limite último da seção transversal.

### 2.6.1 Domínios e regiões

Qualquer que seja a resistência, no E.L.U. (estado limite último) o encurtamento específico de ruptura do concreto vale  $3,5 \text{ ‰}$  na flexão pura e  $2,0 \text{ ‰}$  na compressão centrada. Já o alongamento específico último da armadura tracionada das peças de concreto armado é tomado com valor convencional de  $10 \text{ ‰}$ .

O diagrama de distribuição das deformações ao longo da altura da seção é dado por uma reta que passará necessariamente por um dos pontos A, B ou C da FIGURA 2.11 denominados de pólos de ruína. Ao atingir os pólos de ruína, a peça estará submetida ao E.L.U.

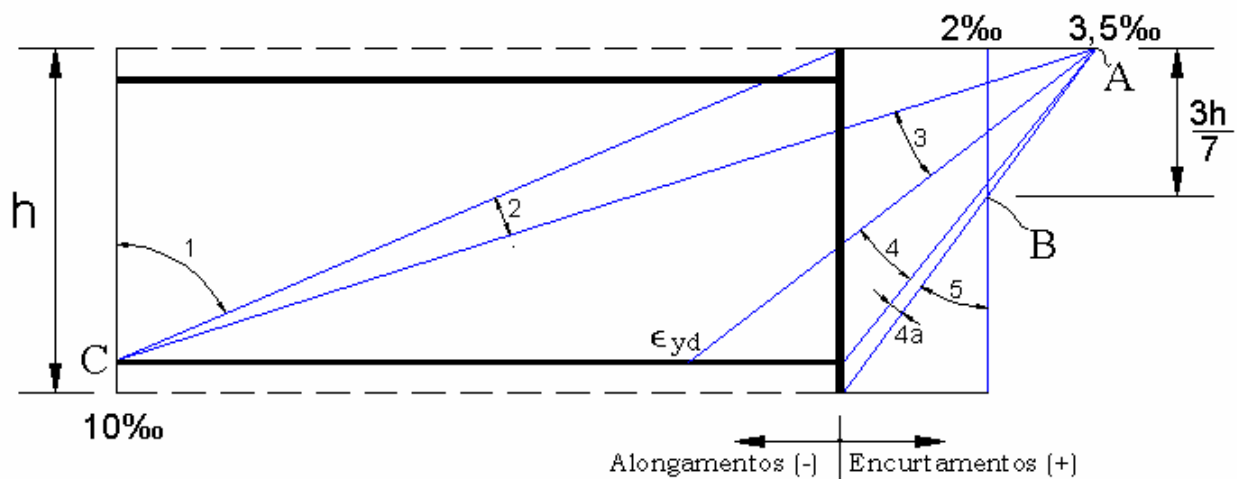


FIGURA 2.11 - Domínios de deformações.

Para determinar a distribuição de deformações em todos os pontos da seção transversal, isto é, para estabelecer as equações de compatibilidade, não é necessário considerar os 5 domínios mostrados na FIGURA 2.11. Eles podem ser agrupados em domínios maiores, chamados de regiões. Há 3 regiões, correspondentes aos 3 pólos de ruína conforme mostra a FIGURA 2.12

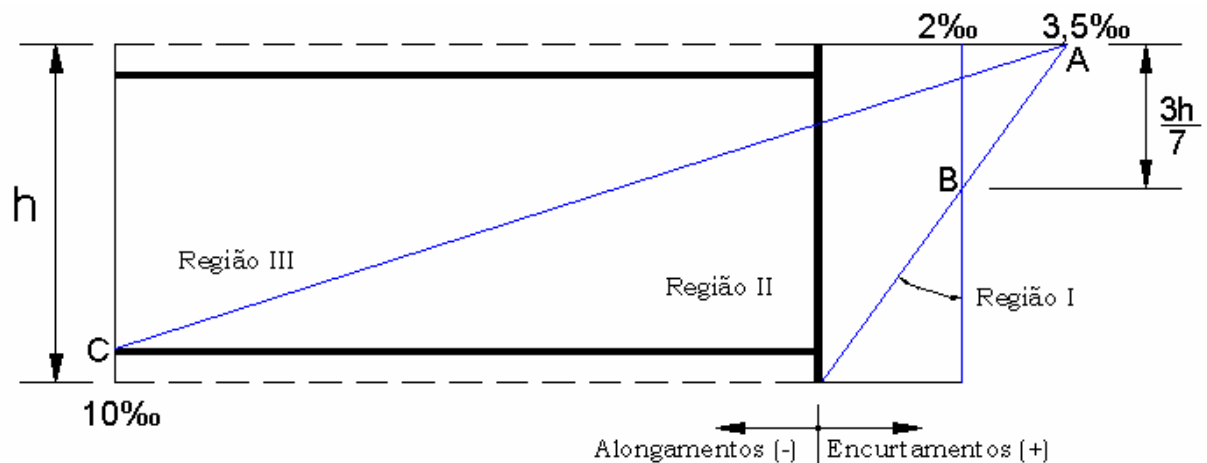


FIGURA 2.12 - Regiões de deformações.

Região I – correspondente ao pólo de ruína B (encurtamento limite do concreto).

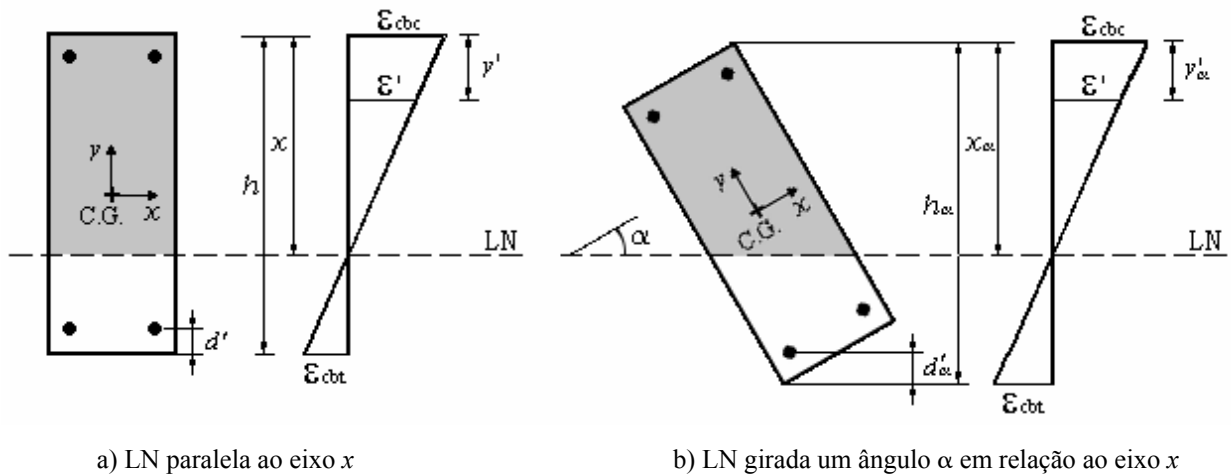
Região II – correspondente ao pólo de ruína A (encurtamento limite do concreto).

Região III – correspondente ao pólo de ruína C (alongamento excessivo da armadura).

Como o estudo é feito para deformações quaisquer até os limites convencionados de ruptura, as retas que definem as deformações são quaisquer, respeitando os domínios de deformação quando o E.L.U. é atingido.

## 2.6.2 Equações de compatibilidade

As equações de compatibilidade fornecem a deformação  $\varepsilon'$  de uma fibra genérica ou uma barra de aço a uma distância  $y$  da borda mais comprimida (FIGURA 2.13), em qualquer ponto da seção transversal, em função de  $h$ ,  $x$  e  $d'$  que devem ser previamente estabelecidos.

FIGURA 2.13 - Deformação genérica  $\varepsilon'$ 

onde:

$h$  é a altura total da seção transversal na direção considerada;

$x$  é a profundidade da linha neutra;

$y'$  é a profundidade da fibra ou barra de aço, que se deseja conhecer a deformação  $\varepsilon'$

$d'$  é a distância do eixo da barra mais distante da borda mais comprimida ou menos tracionada (superior) da seção até a borda menos comprimida ou mais tracionada (inferior);

$\varepsilon_{cbc}$  é o encurtamento ou alongamento da borda mais comprimida ou menos tracionada (superior);

$\varepsilon_{cbt}$  é o encurtamento ou alongamento da borda mais tracionada ou menos comprimida (inferior);

A FIGURA 2.13 mostra que:

$$\varepsilon' = \varepsilon_{cbc} \frac{(x - y')}{x} \quad (2.56)$$

O valor de  $d'$  não aparece na equação (2.56), porém é usado no cálculo de  $\varepsilon_{cbc}$ .

Quando a linha neutra estiver girada um ângulo  $\alpha$ , os valores de  $h$ ,  $x$ ,  $y'$  e  $d'$  devem ser recalculados e serão chamados respectivamente de  $h_\alpha$ ,  $x_\alpha$ ,  $y'_\alpha$ , e  $d'_\alpha$ , conforme mostra a FIGURA 2.13.



## **2.7 Processo iterativo de verificação à flexão composta oblíqua**

Um elemento estrutural está submetido à flexão composta, tipo de solicitação que também pode ser chamada de flexo-compressão, quando está recebendo solicitação de flexão (momento fletor) além do esforço normal, ou seja, carregamento axial excêntrico. No caso de um pilar, a flexão é chamada oblíqua quando o plano de ação do momento fletor corta a seção transversal segundo uma reta que não coincide com nenhum de seus eixos principais de inércia, conforme mostra a FIGURA 2.2.

O momento fletor causado pela excentricidade do esforço normal, pode ser decomposto nas duas direções perpendiculares e coincidentes com os eixos de simetria da peça (eixos  $x$  e  $y$ ), resultando nos seguintes esforços:

- Esforço Normal ( $N$ )
- Momento fletor na direção  $x$  ( $M_x$ )
- Momento fletor na direção  $y$  ( $M_y$ )

O processo iterativo usado para o cálculo dos momentos internos resistentes usado neste texto se baseia em SANTOS (1994), que apresenta inclusive sub-rotinas básicas do dimensionamento de concreto armado em linguagem *basic*.

### **2.7.1 Introdução teórica**

Segundo SANTOS (1994), não se conhece até hoje um processo direto e "exato" de dimensionamento de elementos lineares submetidos à flexão composta oblíqua, a não ser por via indireta, através de diagramas de iteração ou por processos indiretos utilizando tentativas.

O processo iterativo se baseia na obtenção dos momentos internos resistentes de uma seção transversal com arranjos e bitolas das barras previamente fixados, determinados depois de conhecida a altura da linha neutra, calculada por tentativas. A altura da linha neutra é

determinada quando se encontra a igualdade das forças normais internas com o nível pretendido da força normal de cálculo.

Primeiro são apresentados detalhadamente todos os dados necessários para que se possa fazer a verificação da segurança no E.L.U. de uma seção do pilar, submetida a um único carregamento.

- 1 - Geometria da seção transversal do concreto;
- 2 - Disposição da armadura (incluindo cobrimento e espaçamentos entre barras);
- 3 - Bitola das barras longitudinais;
- 4 -  $f_{ck}$  (resistência característica à compressão do concreto);
- 5 -  $f_{yk}$  (resistência característica de escoamento do aço);
- 6 -  $E_s$  (Módulo de elasticidade do aço);
- 7 -  $\gamma_c$  (coeficiente de minoração da resistência do concreto);
- 8 -  $\gamma_s$  (coeficiente de minoração da resistência do aço);
- 9 -  $N_{sd}$  (esforço normal solicitante de cálculo);
- 10 -  $M_{sd,x}$  (momento de cálculo solicitante na direção X);
- 11 -  $M_{sd,y}$  (momento de cálculo solicitante na direção Y);
- 12 -  $\alpha$  (ângulo de inclinação da linha neutra);
- 13 - Precisão (tolerância do esforço normal);

O processo de iteração consiste em determinar um valor da altura da linha neutra  $x$  para uma determinada inclinação  $\alpha$ , em que a resultante total de compressão ou tração do elemento seja igual ao esforço normal solicitante  $N_{sd}$ , a menos de uma tolerância (precisão do esforço normal).

Definidos valores para  $\alpha$  e  $x$ , respeitando os domínios de deformações do item 2.6, obtém-se um digrama de deformações perfeitamente definido como mostra a FIGURA 2.14.

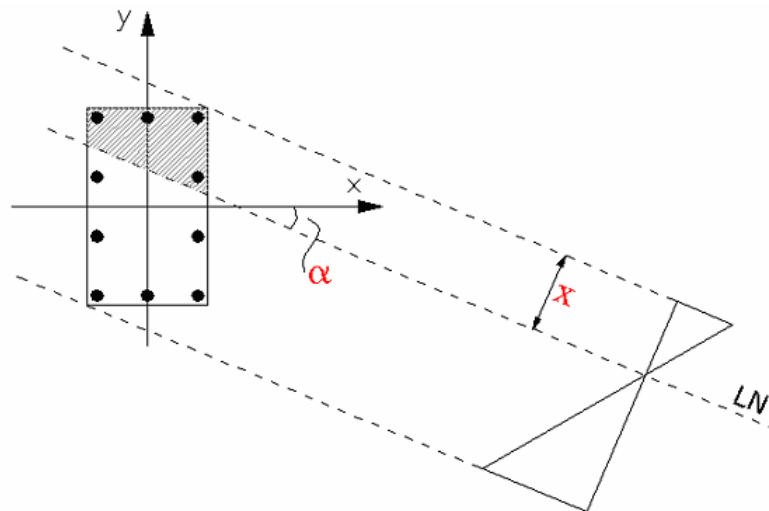


FIGURA 2.14 - Seção transversal e diagrama de deformações.

Definido o diagrama de deformações, é possível calcular a resultante de compressão do concreto e a deformação de cada barra de aço.

Calculada a deformação e conhecido o diâmetro da barra de aço, pode-se calcular sua tensão e resultante. A resultante de compressão do concreto, mais complicada de se determinar, é calculada pelo processo de integração por trapézios via integração analítica ou via integração numérica usando pontos de integração de GAUSS, para os casos onde a integração analítica poderia fornecer resultados imprecisos. Em ambos os métodos, utiliza-se o diagrama tensão-deformação retangular-parabólico mostrado na FIGURA 2.9.

A força resistente de cálculo  $N_{Rd}$  deve ser igual ao esforço normal solicitante de cálculo pretendido. O valor de  $N_{Sd}$  é fixo, enquanto que o valor de  $N_{Rd}$  é obtido em função da profundidade da linha neutra  $x$ . Variando o valor de  $x$  por tentativas é obtido o equilíbrio das forças normais pela equação (2.57) e (2.58).

$$N_d - N_{Rd} = 0 \quad (2.57)$$

$$N_d - \left( R_{cc} + \sum_{n=1}^{n_{tot}} A_{s(i)} \cdot \sigma_{sd(i)} \right) = 0 \quad (2.58)$$

onde:

$N_d$  é o esforço normal de cálculo pretendido;

$N_{Rd}$  é a força normal resistente de cálculo;

$R_{cc}$  é a resultante de compressão do concreto;

$A_{s(i)}$  é a área da barra de aço  $i$ ;

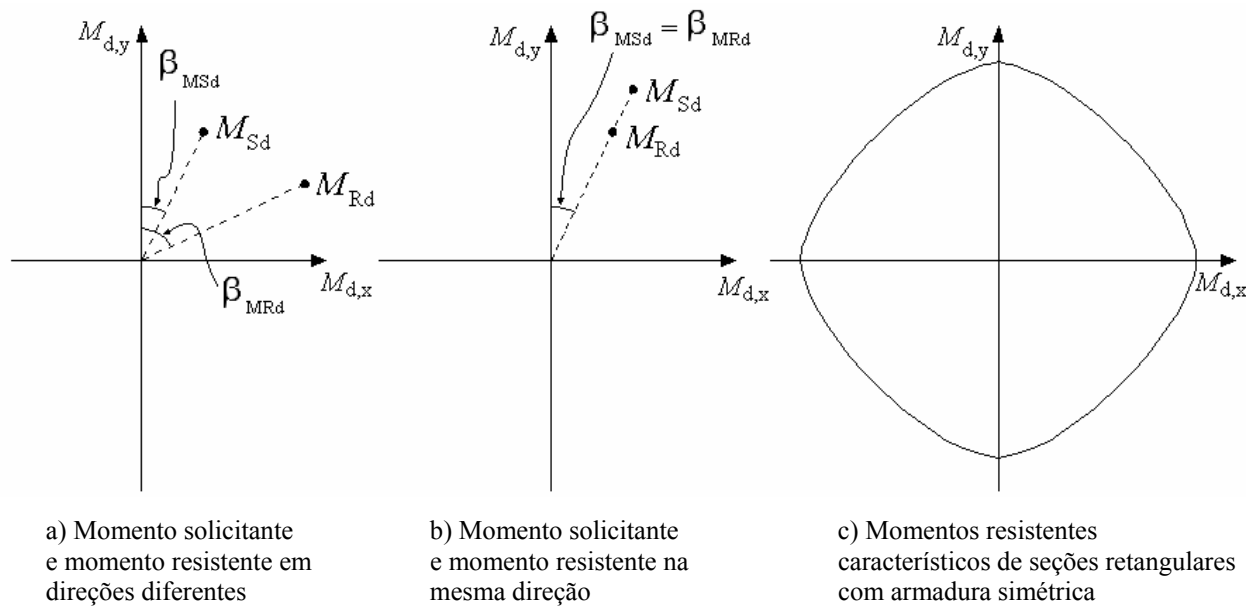
$\sigma_{sd(i)}$  é a tensão de cálculo na barra de aço  $i$ ;

Satisfeita a equação (2.58), tem-se o valor procurado para a profundidade da linha neutra  $x$ , com o qual é possível calcular os esforços resistentes  $M_{Rd,x}$  e  $M_{Rd,y}$ . O cálculo dos momentos resistentes é semelhante ao cálculo da força normal resistente, basta acrescentar o braço de alavanca das forças normais em relação ao C.G. da seção geométrica.

Obtidos os momentos resistentes, resta compará-los com os momentos solicitantes. Esta tarefa apresenta certa dificuldade por causa da diferença entre as direções dos momentos solicitante e resistente, conforme mostra a FIGURA 2.15 a). O plano de atuação do momento solicitante é previamente conhecido. Já a direção do momento resistente depende do valor de  $\alpha$ , geometria da seção, arranjo da armadura e resistência de cálculo dos materiais.

Para um pilar com a resistência de cálculo do concreto e do aço, seção e arranjo das armaduras definidos, a direção do momento resistente depende exclusivamente de  $\alpha$ . Uma maneira de solucionar o problema é variar o valor de  $\alpha$  por tentativas até que a direção do momento solicitante coincida com a direção do momento resistente, conforme mostra a FIGURA 2.15 b). Este não é o processo usado neste trabalho.

O comportamento dos momentos resistentes de pilares retangulares com distribuição simétrica da armadura é algo conhecido. Fazendo um giro completo variando o valor de  $\alpha$  (0 até 360°), calculam-se momentos resistentes representados na FIGURA 2.15 c).



onde:

$\beta_{MSd}$  é a direção do plano de atuação do momento solicitante de cálculo

$\beta_{MRd}$  é a direção do plano de atuação do momento resistente de cálculo

**FIGURA 2.15** - Direções dos momentos fletores

Até agora foi demonstrado o procedimento usado para calcular os valores de  $M_{Rd,x}$  e  $M_{Rd,y}$  para um determinado valor de  $\alpha$ , que é apenas uma das respostas do problema: o terno  $(N_{Rd}; M_{Rd,x}; M_{Rd,y})$  correspondente ao  $\alpha$  escolhido, para um valor fixo de  $N_{Sd}$ . Para construção do diagrama mostrado na FIGURA 2.15 c), que será chamado de “diagrama de iteração”, varia-se o ângulo  $\alpha$ , e calculam-se os momentos resistentes, obtendo-se tantas soluções  $(N_{Rd}; M_{Rd,x}; M_{Rd,y})$  quantos forem os valores de  $\alpha$ . A concavidade voltada para o centro permite utilizar a interpolação linear entre pontos distintos do diagrama sem que os resultados dos momentos calculados sejam superiores aos “reais”, ou seja, o procedimento nunca proporciona resultado contra a segurança. Ligando os vários pontos  $(N_{Rd}; M_{Rd,x}; M_{Rd,y})$  por retas, constrói-se um diagrama poligonal interno ao diagrama idealizado “real” conforme mostra a FIGURA 2.16 que apresenta um diagrama de iteração gerado pelo PDOP, característico de uma seção retangular com distribuição simétrica da armadura .

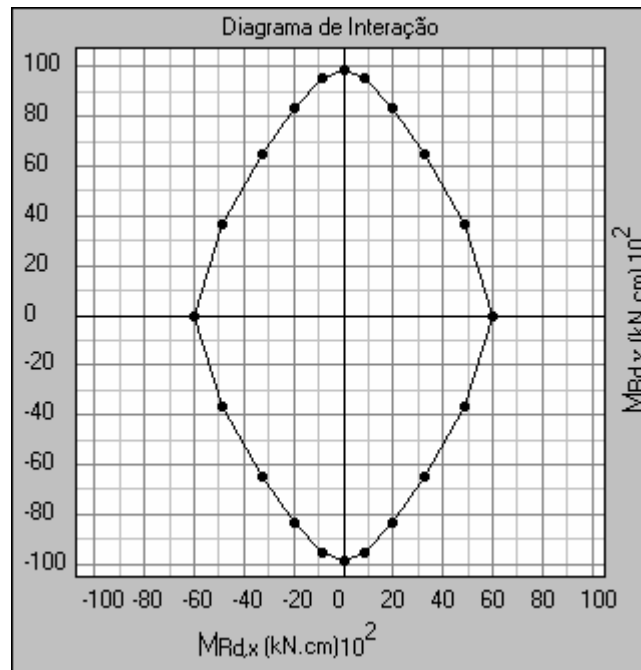


FIGURA 2.16 - Diagrama de interação de uma seção retangular com armadura simétrica. (diagrama gerado no PDOP)

Observa-se que para uma seção com dupla simetria, que é o caso da seção retangular com armadura simétrica, os valores de  $\alpha$  só precisam variar entre de  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . Os valores dos ternos  $(N_{Rd}; M_{Rd,x}; M_{Rd,y})$  dos outros três quadrantes podem ser determinados apenas alterando-se os sinais dos valores obtidos no primeiro.

Procurando diversas posições da linha neutra para cada  $\alpha$ , em que  $N_{Sd} = N_{Rd}$ , obtém-se um conjunto de ternos  $(N_{Rd}; M_{Rd,x}; M_{Rd,y})$  definidos pelos pontos  $P_1$  a  $P_6$  da FIGURA 2.17. Se o valor de cálculo dos esforços solicitantes corresponder a um ponto  $P$  interno à curva, a segurança está verificada. A solução teoricamente mais econômica acontecerá quando  $P \cong P'$ . Quando  $P$  ficar no interior mas longe de  $P'$  a segurança é excessiva. Por economia pode-se modificar as dimensões da seção, arranjo ou a taxa de armadura, procedendo-se a nova verificação.

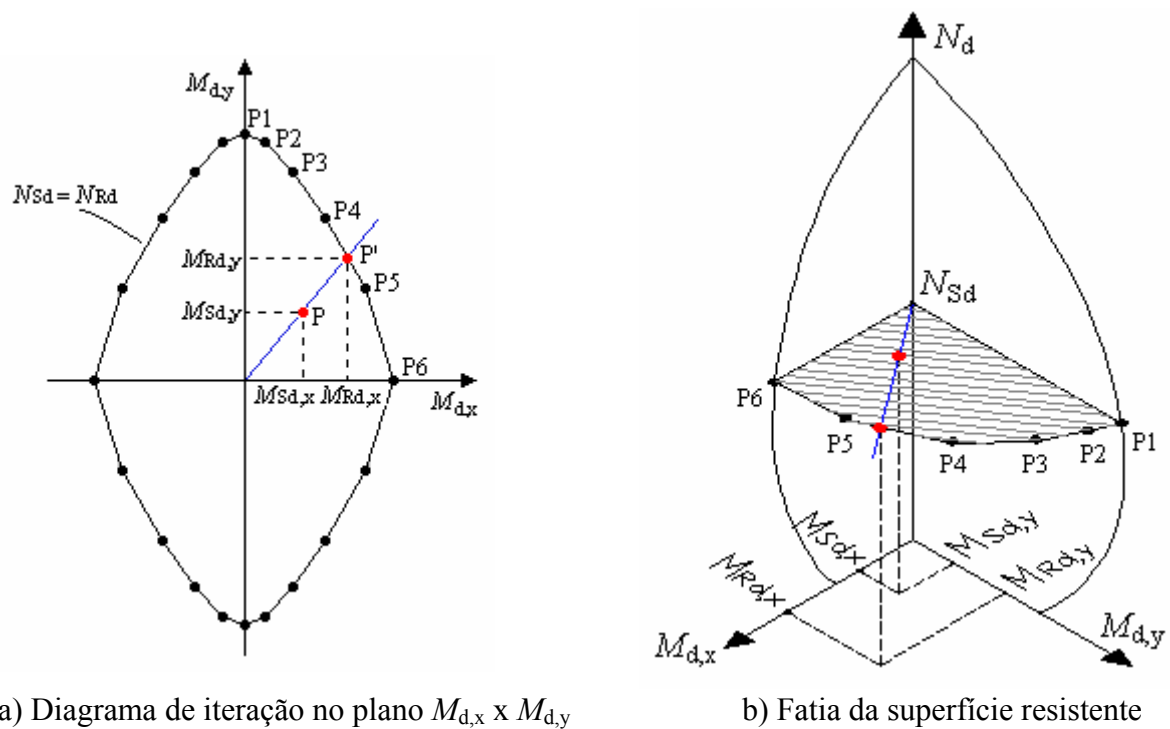


FIGURA 2.17 - Verificação da resistência

Para um valor fixo de  $N_d$  a solução encontrada é um diagrama plano, correspondente a uma fatia horizontal da superfície de esforços resistentes de um pilar, que está representada hachurado na FIGURA 2.17 b). A reta em azul corresponde à direção do plano de atuação do momento fletor  $M_{Sd}$ .

A superfície de interação pode ser calculada variando o valor do esforço normal (eixo  $N$ ), que até aqui era considerado constante. Dando-se forma a seção transversal, definido a armadura e especificando a resistência de cálculo dos materiais, podem ser determinados os ternos de valores  $(N_{Rd}; M_{Rd,x}; M_{Rd,y})$  que levam a seção transversal ao estado limite último de ruptura ou alongamento plástico excessivo. A FIGURA 2.18 mostra de forma genérica a superfície de interação dos valores últimos  $(N_{Rd}; M_{Rd,x}; M_{Rd,y})$ , característicos de uma seção retangular com armadura simétrica.

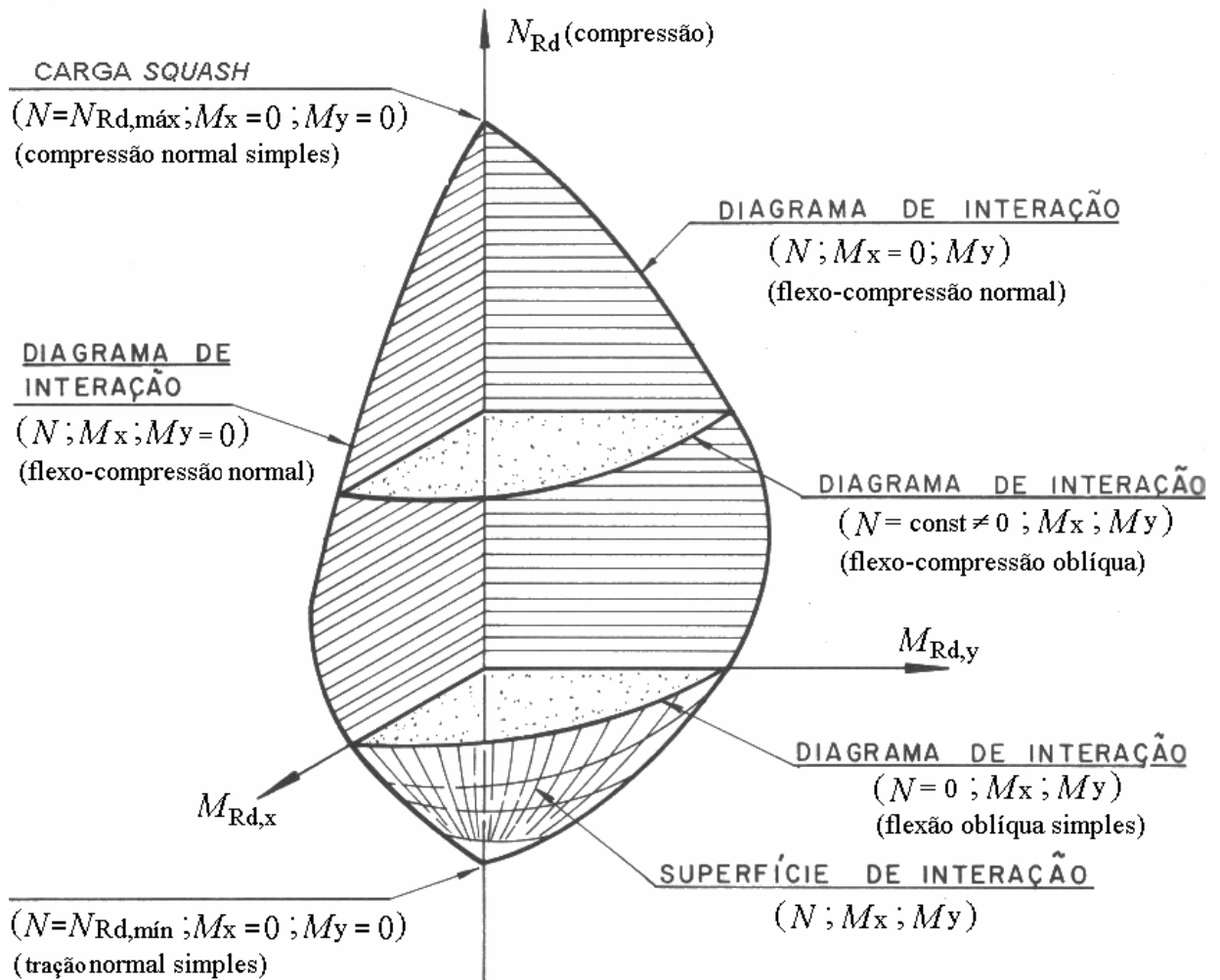
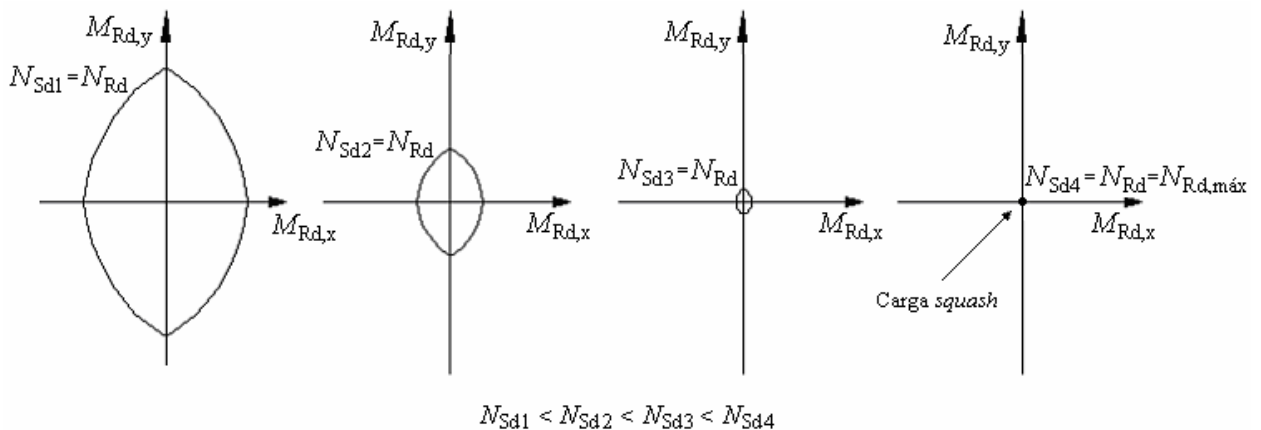


FIGURA 2.18 - Superfície de interação. (adaptado de FUSCO (1981))

Quanto maior  $N_{sd}$ , partindo de zero, a superfície passa por um máximo e depois começa a diminuir até atingir a carga de esmagamento, denominada de carga *squash* neste trabalho conforme mostra a FIGURA 2.19.





**FIGURA 2.19** - Valor máximo de  $N = \text{carga squash} = N_{Rd,máx}$ .

$N_{Sd}$  poderá ser tão grande até um limite, em que a superfície não tem área nenhuma; é resumida a um ponto, exatamente na interseção dos eixos  $x$  e  $y$ , representando que a peça atinge ruptura apenas com o esforço normal externo aplicado, mesmo que não ajam momentos atuantes (compressão normal simples). Neste caso a ruptura ocorre com toda a seção deformada a 2‰, que é o limite extremo do domínio 5. Neste texto denomina-se  $N_{Rd,máx}$  o esforço normal resistente à compressão centrada, também chamado de carga *squash*, e  $N_{Rd,min}$ , o esforço normal resistente à tração centrada, que é o ponto negativo no eixo  $N$ , mais afastado da origem na FIGURA 2.18. Os seus valores podem ser calculados pelas equações (2.59) e (2.60).

$$N_{Rd,máx} = A_c \cdot \sigma_{cd} + A_{s,tot} \cdot \sigma_{s2} \quad (2.59)$$

$$N_{Rd,min} = -f_{yd} \cdot A_{s,tot} \quad (2.60)$$

onde:

$A_c$  é a área de concreto da seção transversal;

$\sigma_{cd}$  é a resistência de cálculo do concreto usada no E.L.U.;

$A_{s,tot}$  é a área total de aço da armadura longitudinal;

$\sigma_{s2}$  é a tensão de cálculo no aço deformado a 2‰;

$f_{yd}$  é a resistência de cálculo do aço;

Pode-se resumir o cálculo pelo processo iterativo com as etapas a seguir:

- a) determina-se a seção transversal, armadura, resistência de cálculo dos materiais e carga axial atuante;
- b) fixa-se uma certa inclinação para a linha neutra;
- c) pesquisa-se iterativamente a posição da linha neutra que equilibre os esforços internos e externos;
- d) obtêm-se os momentos internos resistentes para a posição de equilíbrio;
- e) varia-se a inclinação da linha neutra obtendo novos pares de momentos resistentes;
- f) ao final, tem-se um diagrama de momentos resistentes. Caso os momentos externos atuantes sejam inferiores (ponto dentro do gráfico), a segurança do pilar está garantida.

Quanto ao incremento do ângulo, sabe-se que quanto menor o seu valor, maior é o tempo de processamento e o diagrama de iteração poligonal fica mais próximo de sua forma “real”. Quanto maior o valor do incremento do ângulo, menor é o tempo de processamento e o diagrama de iteração se torna cada vez mais distante do diagrama real, sempre à favor da segurança.

A FIGURA 2.20 apresenta um diagrama traçado com incremento do ângulo igual a  $15^\circ$  (diagrama externo) , resultando em 7 pontos e 6 retas por quadrante. O segundo diagrama (interno) foi traçado com incremento do ângulo igual a  $45^\circ$ , que dá apenas 3 pontos e 2 retas por quadrante. A região em azul refere-se à região resistente da peça desprezada pelo traçado do segundo diagrama em relação ao primeiro.

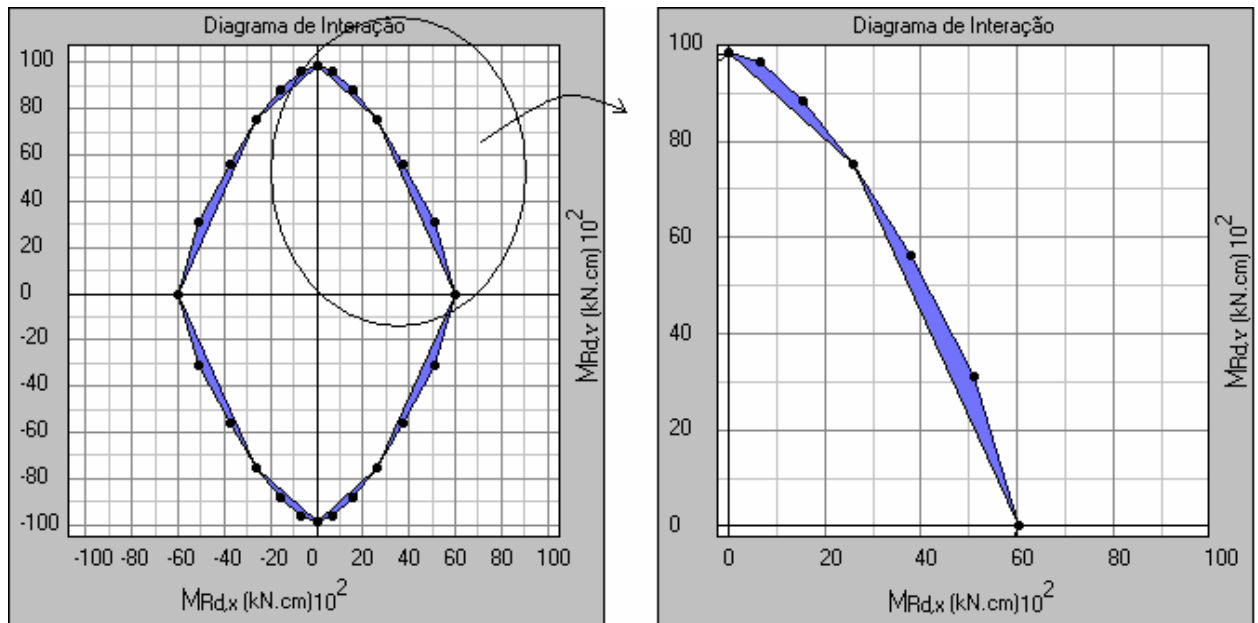


FIGURA 2.20 - Momentos resistentes desprezados. (diagramas gerados no PDOP)

É importante ressaltar que o processo descrito até aqui pode ser usado para calcular os momentos resistentes para apenas uma combinação de carregamento, em uma seção específica do pilar, pois cada combinação acarreta uma carga axial diferente. Espera-se que o valor do esforço normal  $N_{Sd}$ , bem como todas as excentricidades, e em consequência os momentos solicitantes  $M_{Sd,x}$  e  $M_{Sd,y}$  de uma ação ou combinação de carregamento já tenham sido determinados.

O capítulo 3 apresenta como devem ser dimensionados os pilares sujeitos a várias combinações de carregamentos, assunto que pode ser tratado separadamente.

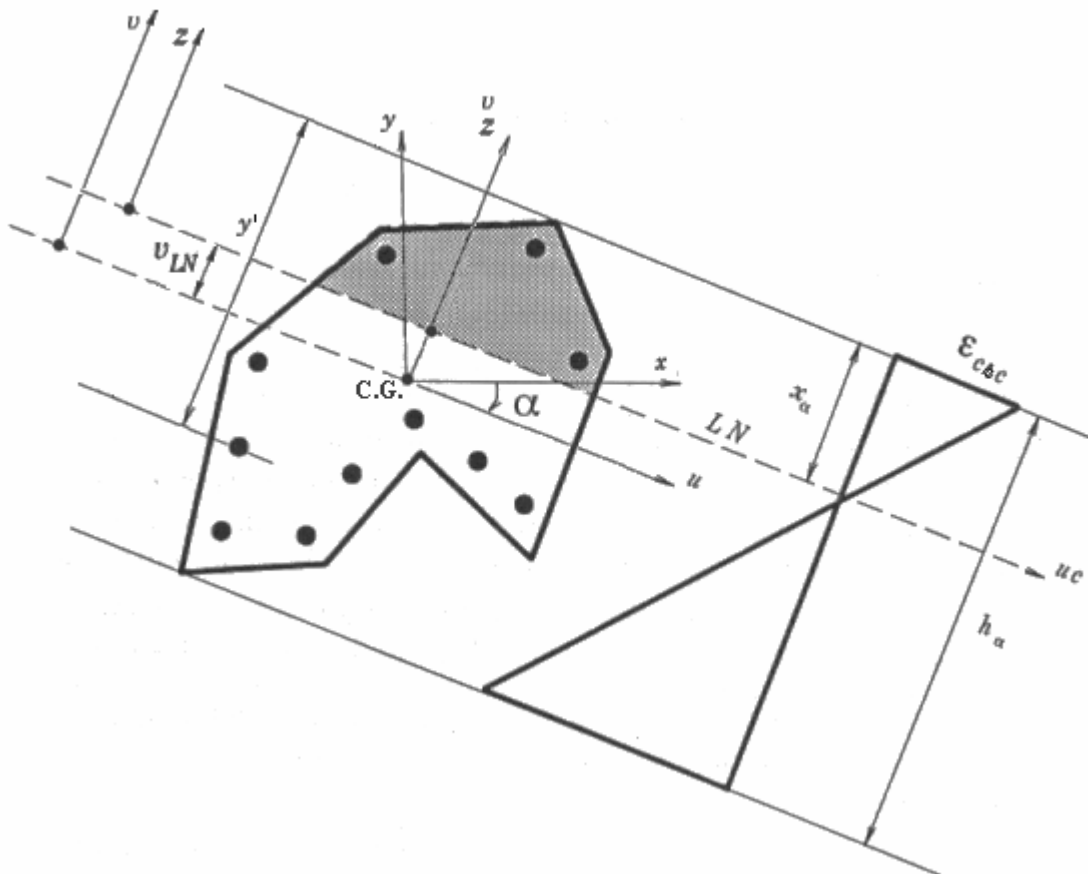
### 2.7.2 Esforços resistentes

A teoria e as equações apresentadas neste item até o item 2.7.8 aplicam-se para qualquer formato da seção transversal.

Se na seção transversal for fixado um diagrama de deformações conforme mostra a FIGURA 2.21, fica determinado o correspondente terno de esforços resistentes. De fato: em cada ponto da seção, conhecido  $\epsilon$  (deformação), resulta  $\sigma$  (tensão); atuando numa área elementar em

torno do ponto, gera uma força, que por sua vez, proporciona momentos na direção  $x$  e na direção  $y$ . As integrais dessas forças e desses momentos fornecem os esforços resistentes. Em particular, tais esforços resistentes serão os últimos quando os diagramas de deformações pertencerem aos domínios estudados no item 2.6.

Na flexão composta normal, um diagrama de deformações fica perfeitamente caracterizado quando se conhecem dois parâmetros:  $\epsilon_{cbc}$  (deformação na borda mais comprimida - superior) e  $x$  (profundidade da L.N.). Na flexão composta oblíqua é necessário mais um parâmetro, que é o ângulo  $\alpha$  de inclinação da L.N.



$x_\alpha$  é a profundidade da L.N. girada um ângulo  $\alpha$  em relação ao eixo  $x$ ;

$h_\alpha$  é a altura da seção no sentido perpendicular à L.N. que está girada um ângulo  $\alpha$  em relação ao eixo  $x$ ;

**FIGURA 2.21** - Diagrama de deformações de uma seção qualquer (adaptado de LAURO (1994)).

Dados os valores de  $\alpha$ ,  $\varepsilon_{cbc}$  e  $x_{\alpha}$ , a eles corresponde um e apenas um terno de esforços resistentes. No caso particular do E.L.U. (estado limite último), objeto deste item, o diagrama de deformações fica determinado com 2 parâmetros apenas:  $\alpha$  e  $\beta_{x\alpha}$ , onde:

$$\beta_x = x/h \quad (2.61)$$

$$\beta_{x\alpha} = x_{\alpha}/h_{\alpha} \quad (2.62)$$

Os esforços resistentes são:

$$N_{Rd} = N_c + N_s = \int_{A_{cc}} \sigma_c' dA + \sum_{i=1}^{n_{tot}} A_{si} \sigma_{si} \quad (2.63)$$

$$M_{Rdx} = M_{cx} + M_{sx} = \int_{A_{cc}} x_c' \sigma_c' dA + \sum_{i=1}^{n_{tot}} x_{si} A_{si} \sigma_{si} \quad (2.64)$$

$$M_{Rdy} = M_{cy} + M_{sy} = \int_{A_{cc}} y_c' \sigma_c' dA + \sum_{i=1}^{n_{tot}} y_{si} A_{si} \sigma_{si} \quad (2.65)$$

onde:

$N_{Rd}$  é o esforço normal resistente de cálculo;

$N_c$  é a parcela do esforço normal resistida pelo concreto;

$N_s$  é a parcela do esforço normal resistida pelo aço;

$M_{Rd,x}$  é o momento resistente de cálculo na direção  $x$ ;

$M_{cx}$  é a parcela do momento resistente na direção  $x$ , devido ao concreto;

$M_{sx}$  é a parcela do momento resistente na direção  $x$ , devido ao aço;

$M_{Rd,y}$  é o momento resistente de cálculo na direção  $y$ ;

$M_{cy}$  é a parcela do momento resistente na direção  $y$ , devido ao concreto;

$M_{sy}$  é a parcela do momento resistente na direção  $y$ , devido ao aço;

$A_{cc}$  é a área comprimida de concreto;

$\sigma_c'$  é a tensão da área elementar de concreto comprimido;

$dA$  é a área elementar de concreto comprimido;

$x_c'$  é a coordenada  $x$  da área elementar de concreto comprimido, em relação ao C.G. da seção;

$y_c'$  é a coordenada  $y$  da área elementar de concreto comprimido, em relação ao C.G. da seção;

$A_{si}$  é a área da seção transversal da barra de aço  $i$ ;

$\sigma_{si}$  é a tensão na barra de aço  $i$ ;

$x_{si}$  é a coordenada  $x$  da barra de aço  $i$ , em relação ao C.G. da seção;

$y_{si}$  é a coordenada  $y$  da barra de aço  $i$ , em relação ao C.G. da seção;

$n_{tot}$  é o número total de barras de aço longitudinais;

Em cada um das equações dos esforços resistentes, (2.63), (2.64) e (2.65), a primeira parcela refere-se ao concreto e a segunda ao aço. A parcela correspondente ao aço é de cálculo simples que pode ser feito por somatória, já que as áreas de aço encontram-se discretizadas e as seções das barras são pequenas. Em relação ao concreto, porém, o cálculo é mais trabalhoso, conforme será visto no próximo item.

### **2.7.3 Parcela do esforço normal resistida pelo concreto $N_c = R_{cc}$**

O processo adotado neste trabalho é chamado por LAURO (1994) de “processo de integração por trapézios”. Este processo é baseado na aplicação de uma integral de linha, ao longo do contorno da seção hachurada da FIGURA 2.21. O contorno da seção deve ser poligonal. Se for curvo, no todo ou em parte, substitui-se a curva por uma poligonal inscrita, com erro tanto menor quanto maior for o número de lados.

Neste item são deduzidas fórmulas de integração analítica para obtenção da resultante de compressão do concreto e sua posição, para o caso do diagrama tensão-deformação retangular parabólico. Em seguida, é mostrada a integração numérica

Para o cálculo da resultante de compressão do concreto  $R_{cc}$ , decompõe-se o polígono comprimido da seção transversal num conjunto de trapézios, como mostra a FIGURA 2.22. Naturalmente, o trapézio pode se degenerar num retângulo ou num triângulo. Se um lado da poligonal for horizontal, isto é, paralelo à L.N., o “trapézio” correspondente terá área nula; é o caso do lado 9-10 na FIGURA 2.22. O número de trapézios é  $K$ , igual ao número de vértices do polígono comprimido.

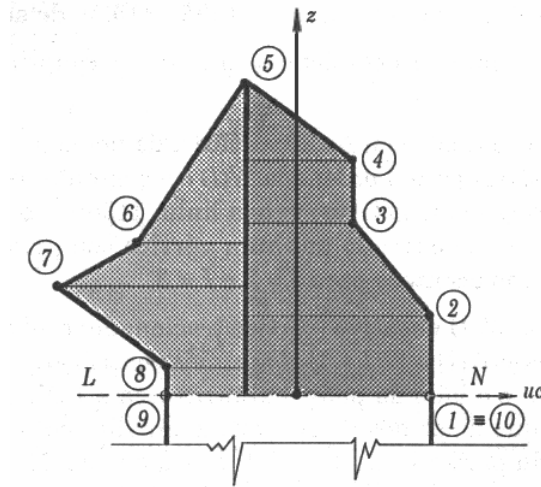
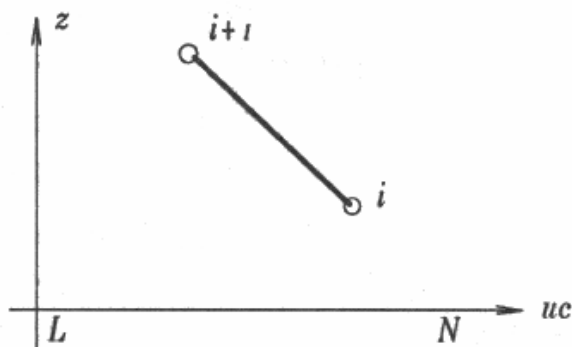


FIGURA 2.22 - Decomposição da seção em trapézios (adaptado de LAURO (1994)).

Seja  $R_{cc,i}$  a resultante de compressão no trapézio corresponde ao lado  $i - i + 1$ . Com a somatória estendida a todos os lados da poligonal de compressão vem:

$$N_c = R_{cc} = \sum_{i=1}^k R_{cc,i} \quad (2.66)$$

Antes do cálculo de  $R_{cc(i)}$  é necessário conhecer a expressão analítica de uma reta qualquer,  $i - i + 1$ , da poligonal de compressão (FIGURA 2.23). Deseja-se calcular  $uc$  em função de  $z$ .



$$uc = a.z + b \quad (2.67)$$

$$uc_{i+1} - uc_i = a(z_{i+1} - z_i) \quad (2.68)$$

$$a = \frac{uc_{i+1} - uc_i}{z_{i+1} - z_i} \quad (2.69)$$

$$b = uc_i - a.z_i \quad (2.70)$$

FIGURA 2.23 - Lado da poligonal de compressão (figura de LAURO (1994)).

Isolando um trapézio  $i$  é possível partir para o cálculo de  $R_{cc(i)}$ .

Denomina-se  $x_{pab}$  a parcela da profundidade  $x_\alpha$  da L.N. para a qual o diagrama de  $\sigma_c$  é parabólico. A resultante de compressão é calculada com auxílio da FIGURA 2.24.

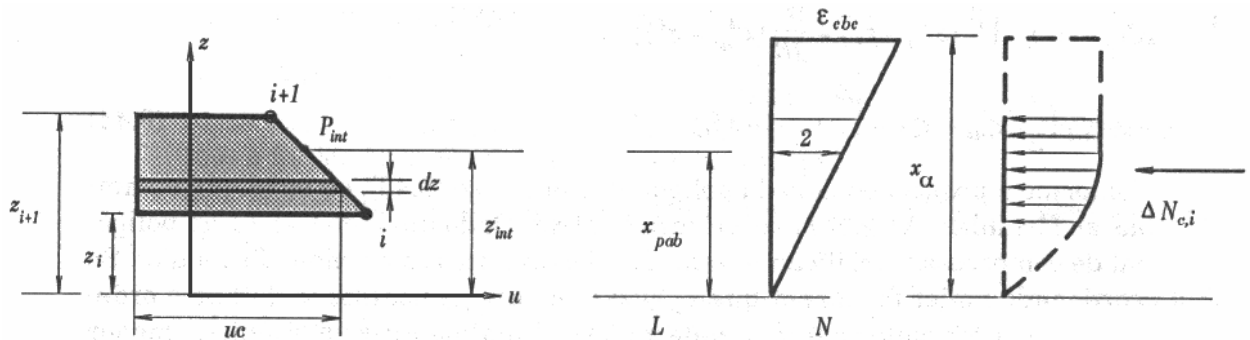


FIGURA 2.24 - Cálculo de  $R_{cc,i}$  (adaptado de LAURO (1994)).

$R_{cc,i} = R_{cc}$  do trapézio  $i$

$R_{cc,i} = (\text{tensão}) \times (\text{área})$

$R_{cc,i} = (\sigma) \times (uc \cdot dz)$

$$R_{cc,i} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \sigma \cdot uc \cdot dz \quad (2.71)$$

No trecho retangular do diagrama tensão-deformação do concreto ( $z \geq z_{int}$ ),  $\sigma = \sigma_{cd}$ . No trecho parabólico, a tensão  $\sigma$  é função da deformação  $\epsilon$  do elemento infinitesimal  $dz$ , que é função da altura  $z$ . Seja a deformação do concreto num ponto da ordenada  $z$  dada pela equação (2.72).

$$\frac{\epsilon_{cbc}}{x_\alpha} = \frac{\epsilon}{z} = \beta \quad (2.72)$$

resulta:

$$\epsilon = \beta \cdot z \quad (2.73)$$



Substituindo (2.73) em (2.45), resulta:

$$\sigma = \sigma_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\beta \cdot z}{2} \right)^2 \right] = \sigma_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - 2 \cdot \frac{\beta \cdot z}{2} + \frac{\beta^2 \cdot z^2}{2^2} \right) \right]$$

$$\sigma = \sigma_{cd} \left( \beta \cdot z - \frac{\beta^2 \cdot z^2}{4} \right) \quad (2.74)$$

Dividindo a equação (2.71) em duas partes, sendo que a primeira corresponde ao trecho parabólico e a segunda corresponde ao trecho retangular do diagrama tensão-deformação do concreto, obtém-se:

$$R_{cc,i} = R_{cc,i}(\text{Trecho parabólico}) + R_{cc,i}(\text{Trecho retangular})$$

$$R_{cc,i} = \int_{z_i}^{z_{int}} \sigma \cdot uc \cdot dz + \int_{z_{int}}^{z_{i+1}} \sigma_{cd} \cdot uc \cdot dz \quad (2.75)$$

O valor de  $uc$  também é função de  $z$  conforme mostra a equação (2.67). Substituindo (2.67) e (2.74) em (2.75), e integrando, obtém-se o valor de  $R_{cc,i}$ :

$$R_{cc,i} = \int_{z_i}^{z_{int}} \sigma \cdot (a \cdot z + b) \cdot dz + \int_{z_{int}}^{z_{i+1}} \sigma_{cd} \cdot (a \cdot z + b) \cdot dz \quad (2.76)$$

$$R_{cc,i} = a \cdot \sigma_{cd} \left[ \frac{\beta}{3} (z_{int}^3 - z_i^3) + \frac{\beta^2}{16} (z_{int}^4 - z_i^4) \right] + b \cdot \sigma_{cd} \left[ \frac{\beta}{2} (z_{int}^2 - z_i^2) + \frac{\beta^2}{12} (z_{int}^3 - z_i^3) \right] +$$

$$+ \sigma_{cd} \left[ \frac{a}{2} (z_{i+1}^2 - z_{int}^2) + b(z_{i+1} - z_{int}) \right] \quad (2.77)$$

Conforme a posição do lado da poligonal, utiliza-se apenas o trecho parabólico da equação (2.77) (duas primeiras parcelas), apenas o trecho retangular (terceira parcela) ou a equação inteira.

### 2.7.4 Parcela do esforço normal resistida pelo aço $N_s$

A parcela de  $N_R$  devida ao aço, ou seja, a força normal  $N_s$  é de cálculo bem mais simples que o  $N_c$ .

Fixado o valor de  $\beta_x$ , pode-se determinar a deformação  $\varepsilon_{sd,i}$  em cada barra de aço  $i$ , e daí  $\sigma_{sd,i}$  pelas equações constitutivas do diagrama tensão-deformação do aço apresentadas no item 2.5. O produto da tensão pela área fornece a força normal resistida pela barra  $i$ :

$$N_{s,i} = \sigma_{sd,i} \cdot A_{s,i} \quad (2.78)$$

e  $N_s$  é a somatória:

$$N_s = \sum_{i=1}^{n_{tot}} N_{s,i} \quad (2.79)$$

Para calcular  $\varepsilon_{sd,i}$ , utiliza-se a equação (2.56).

### 2.7.5 Procura de $\beta_x$ e precisão de cálculo

Até aqui, a posição da linha neutra L.N. foi previamente fixada: tanto a sua inclinação  $\alpha$ , como a profundidade relativa  $\beta_{x\alpha} = x_\alpha / h_\alpha$ . Para essa posição, o cálculo de verificação determinou o esforço normal resistente  $N_R$ :

$$N_{Rd} = N_c + N_s \quad (2.80)$$

No dimensionamento dos pilares, a força normal solicitante  $N_{sd}$  é conhecida, sendo necessário calcular os valores dos momentos resistentes  $M_{Rdx}$  e  $M_{Rdy}$ . Haverá tantos pares de momentos quanto forem os valores de  $\alpha$  escolhidos. Supondo então que se tenha fixado uma

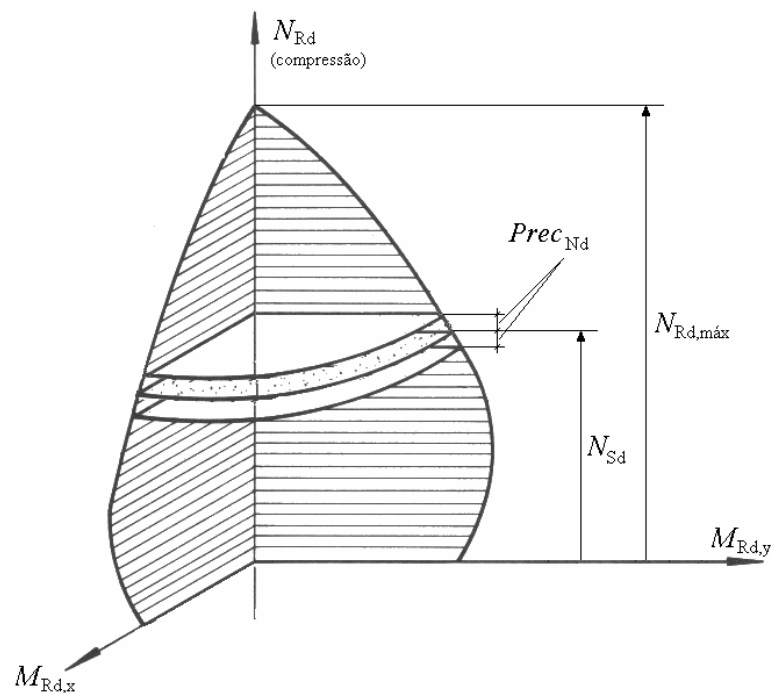
inclinação  $\alpha$  para a L.N. e definido um valor para  $N_{Sd}$ . Não se conhece no entanto a profundidade  $\beta_x$  da L.N., que deve ser determinada por tentativas. Em linhas gerais faz-se o seguinte:

- a) mantendo a inclinação  $\alpha$  escolhida, atribui-se um valor para  $\beta_x$ ;
- b) efetuam-se todos os cálculos indicados até agora, calculando-se a força normal resistente  $N_R$  pela equação (2.80);
- c) se  $N_{Rd}$  for igual ao valor  $N_{Sd}$  escolhido, a menos de uma tolerância, prossegue-se para o cálculo dos momentos resistentes conforme o item 2.7.6 e encontra-se a reposta;
- d) caso contrário, altera-se o valor de  $\beta_x$  da alínea a), e repete-se todas as etapas;

A tolerância  $|N_{Sd} - N_{Rd}|$  é a precisão de cálculo do processo iterativo. Tal tolerância será chamada de  $Prec_{Nd}$ . O valor de  $Prec_{Nd}$  pode ser definido em valor absoluto (ex: 0,1 kN) ou em valor adimensional.

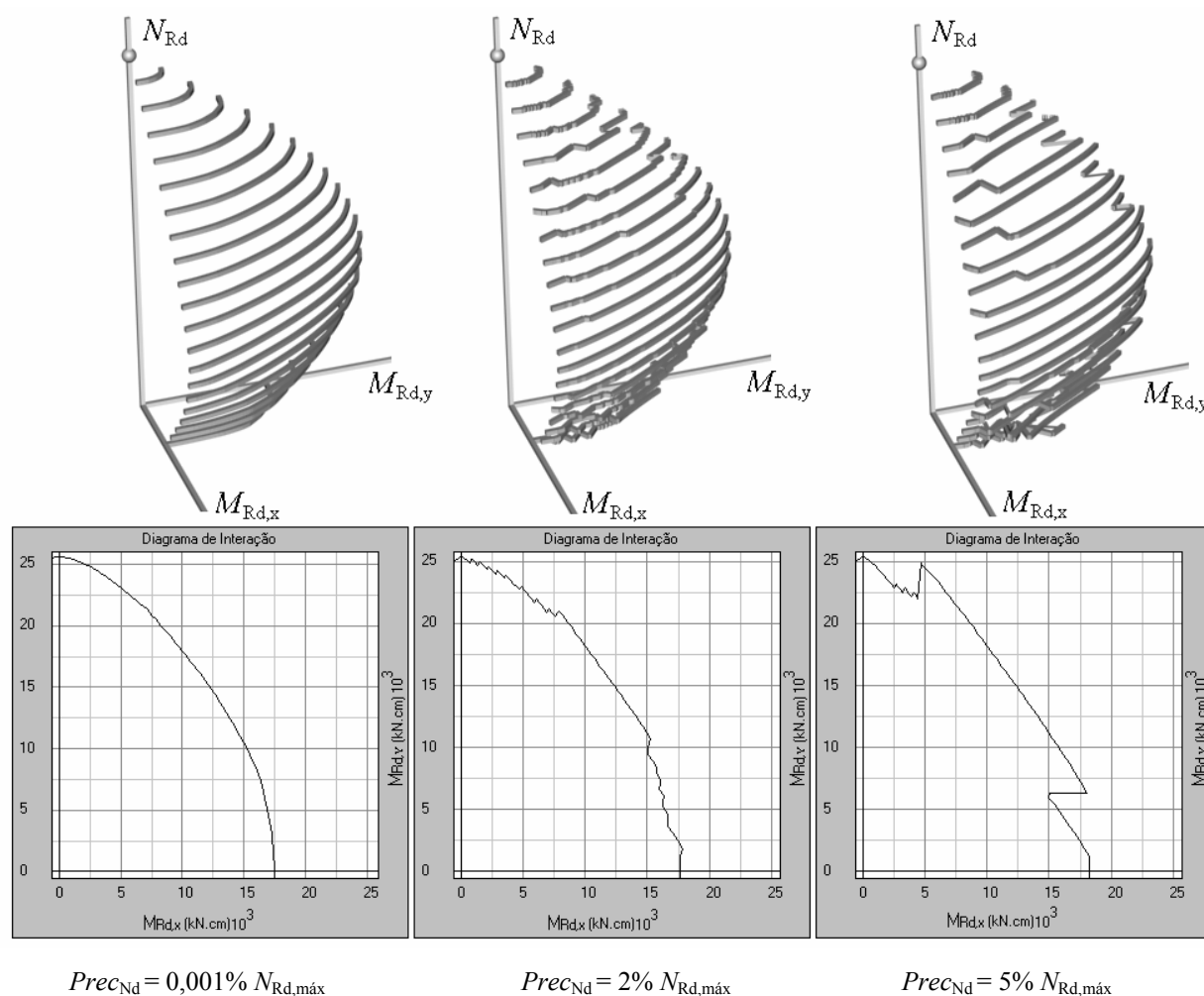
A precisão adimensional representa uma porcentagem da carga *squash*  $N_{Rd,máx}$ . Por exemplo, se  $N_{Rd,máx} = 2000$  kN e for definida a precisão adimensional como 0,2%, o valor de  $Prec_{Nd}$  será  $2000 \text{ kN} \cdot 0,002 = 4 \text{ kN}$ .

A FIGURA 2.25 representa graficamente o significado da precisão do esforço normal  $Prec_{Nd}$ . Observa-se que os valores dos momentos resistentes  $M_{Rx}$  e  $M_{Ry}$  são calculados no intervalo  $N_{Sd} - Prec_{Nd} \leq N_d \leq N_{Sd} + Prec_{Nd}$ , podendo se obter valores dos momentos maiores ou menores do que o valor “real”. No caso da FIGURA 2.25 os momentos resistentes seriam maiores se  $N_d < N_{Sd}$  e menores se  $N_d > N_{Sd}$ .



**FIGURA 2.25** - Valor da tolerância  $|N_{Sd} - N_{Rd}| = Prec_{Nd}$  (adaptado de FUSCO (1981)).

Se a o valor de  $Prec_{Nd}$  for muito baixo (nível de precisão alta), não há problemas, o único inconveniente é que o processo iterativo consome mais tempo de processamento. Se o valor de  $Prec_{Nd}$  for muito alto, os momentos resistentes calculados podem estar muito longe dos valores “reais”, contra ou a favor da segurança. Quando isso acontece, nota-se visualmente pelos diagramas de iteração e/ou pelas superfícies resistentes tridimensionais, que ficam com um aspecto distorcido, conforme mostra a FIGURA 2.26.



**FIGURA 2.26** - Superfícies resistentes e diagramas de iteração, calculados e plotados com diferentes valores de precisão ( $Prec_{Nd}$ ) pelo PDOP.

As características do pilar da FIGURA 2.26 são mostradas na FIGURA 2.27.

$f_{ck} = 40$  MPa, Aço CA-50

$c_{nom} = 3$  cm

$\phi = 16,0$  mm,  $\phi_t = 5,0$  mm

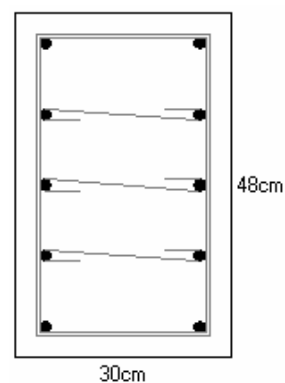
$N_{Rd,m\acute{a}x}$  (calculado) = 4340 kN

1º diagrama:  $Prec_{Nd} = 0,001\% \times 4340 = 0,04$  kN

2º diagrama:  $Prec_{Nd} = 2\% \times 4340 = 86,80$  kN

3º diagrama.:  $Prec_{Nd} = 5\% \times 4340 = 217,00$  kN

diagramas de iteração plotados com  $N_{Sd} = 700$  kN



**FIGURA 2.27** - Características do pilar da FIGURA 2.26

O processo de iteração usado para chegar ao valor final de  $\beta_x$ , denominado neste texto de processo do “passo”, é demonstrado com o exemplo do item 8.1.

Após alguns testes constatou-se que um valor de  $Prec_{Nd}$  por volta de 0,01%  $N_{Rd,máx}$  já é suficientemente pequeno. Este valor representa a espessura de uma entre dez mil fatias horizontais no plano  $M_x \times M_y$  compreendidas no intervalo 0 -  $N_{Rd,máx}$  do eixo  $N$  da FIGURA 2.25.

### 2.7.6 Cálculo dos momentos resistentes $M_{Rx}$ e $M_{Ry}$

Uma vez encontrado o valor de  $\beta_x$  que propicia  $N_{Rd} = N_{Sd}$ , resta calcular os momentos resistentes  $M_{Ru}$ , na direção de  $u$ , e  $M_{Rv}$ , na direção de  $v$ .

Voltando ao trapézio da FIGURA 2.24, a ele correspondem  $M_{Ruc,i}$  e  $M_{Rvc,i}$  resistidos pelo concreto. Os momentos  $M_{Ruc}$  e  $M_{Rvc}$  (momentos resistentes totais devido ao concreto) são obtidos por somatória.

A FIGURA 2.24 mostra que:

$M_{Ruc,i}$  = Momento resistente  $M_R$  na direção  $u$ , trapézio  $i$ ;

$M_{Rvc,i}$  = Momento resistente  $M_R$  na direção  $v$ , trapézio  $i$ ;

$M_R$  = (braço de alavanca)  $\times$  (Tensão)  $\times$  (área)

$M_{Ruc} = (uc/2) \times (\sigma) \times (uc.dz)$

$M_{Rvc} = (v) \times (\sigma) \times (uc.dz)$

Lembrando que  $v = z + v_{LN}$  (FIGURA 2.21):

$M_{Rvc} = (z + v_{LN}) \times (\sigma) \times (uc.dz)$

$$M_{Ruc,i} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \sigma \frac{uc^2}{2} .dz \quad (2.81)$$

substituindo (2.67) em (2.81) vem:

$$M_{Ruc,i} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \sigma \frac{(a.z + b)^2}{2} . dz \quad (2.82)$$

$$M_{Rvc,i} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} (z + v_{LN}) \sigma . uc . dz \quad (2.83)$$

$$M_{Rvc,i} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \sigma . uc . z . dz + v_{LN} \cdot \int_{z_i}^{z_{i+1}} \sigma . uc . dz \quad (2.84)$$

$$M_{Rvc,i} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \sigma . uc . z . dz + v_{LN} \cdot R_{cc,i} \quad (2.85)$$

onde  $R_{cc,i}$  já foi visto em (2.71).

Integrando a equação (2.85), obtém-se o valor dos momentos resistentes do trapézio  $i$ :

Quando atua no trapézio  $i$  o diagrama parabólico de tensões, tem-se:

$$M_{Ruc,i} = \frac{a^2}{2} \sigma_{cd} \left[ \beta \left( \frac{z_{int}^4 - z_i^4}{4} \right) - \frac{\beta^2}{4} \left( \frac{z_{int}^5 - z_i^5}{5} \right) \right] + a.b.\sigma_{cd} \left[ \beta \left( \frac{z_{int}^3 - z_i^3}{3} \right) - \frac{\beta^2}{4} \left( \frac{z_{int}^4 - z_i^4}{4} \right) \right] + \frac{b^2}{2} \sigma_{cd} \left[ \beta \cdot \left( \frac{z_{int}^2 - z_i^2}{2} \right) - \frac{\beta^2}{4} \cdot \left( \frac{z_{int}^3 - z_i^3}{3} \right) \right] \quad (2.86)$$

$$M_{Rvc,i} = a.\sigma_{cd} \left[ \beta \left( \frac{z_{int}^4 - z_i^4}{4} \right) - \frac{\beta^2}{4} \left( \frac{z_{int}^5 - z_i^5}{5} \right) \right] + b.\sigma_{cd} \left[ \beta \left( \frac{z_{int}^3 - z_i^3}{3} \right) - \frac{\beta^2}{4} \left( \frac{z_{int}^4 - z_i^4}{4} \right) \right] + R_{cc,i} \cdot v_{LN} \Big|_{z_i}^{z_{int}} \quad (2.87)$$

Quando atua no trapézio  $i$  o diagrama retangular de tensões, tem-se:

$$M_{Ruc,i} = \frac{a^2}{2} \sigma_{cd} \left( \frac{z_{i+1}^3 - z_{int}^3}{3} \right) + a.b.\sigma_{cd} \left( \frac{z_{i+1}^2 - z_{int}^2}{2} \right) + \frac{b^2}{2} \sigma_{cd} \cdot (z_{i+1} - z_{int}) \quad (2.88)$$

$$M_{Rvc,i} = a.\sigma_{cd} \left( \frac{z_{i+1}^3 - z_{int}^3}{3} \right) + b.\sigma_{cd} \left( \frac{z_{i+1}^2 - z_{int}^2}{2} \right) + R_{cc,i} \cdot v_{LN} \Big|_{z_{int}}^{z_{i+1}} \quad (2.89)$$

Quando, no mesmo lado da poligonal atuam os dois tipos de diagrama, divide-se tal lado em duas partes pelo ponto  $P_{\text{int}}$  (FIGURA 2.24).

Os momentos resistidos pelo concreto  $M_{Ruc}$  e  $M_{Rvc}$  referem-se aos eixos girados  $u$  e  $v$ . É conveniente voltar ao sistema  $x$  e  $y$  que pode ser feito pelas equações (2.90) e (2.91).

$$M_{Rxc} = M_{Ruc} \cdot \cos(\alpha) + M_{Rvc} \cdot \sin(\alpha) \quad (2.90)$$

$$M_{Ryc} = -M_{Ruc} \cdot \sin(\alpha) + M_{Rvc} \cdot \cos(\alpha) \quad (2.91)$$

Quanto aos momentos resistidos pelo aço basta adicionar o braço de alavanca na equação (2.79) de cada barra de aço  $i$  em relação ao C.G.

### **2.7.7 Fatores que influenciam a precisão numérica**

LAURO (1994) submeteu as equações apresentadas até aqui a um grande número de testes numéricos, resultando:

- valores exatos na maioria dos casos;
- na minoria dos casos, um dos momentos com precisão comprometida;
- em casos especiais, erro grosseiro numa das respostas;

Segundo LAURO (1994), a precisão conceitual da teoria está garantida, mas há deficiência na precisão numérica. Mais de mil testes numéricos foram realizados por LAURO (1994) que constatou em linhas gerais que:



- 1) A precisão numérica diminui a medida que  $N_d$  cresce podendo resultar em erros grosseiros quando  $N_d$  se aproxima de  $N_{Rd,máx}$ . Tal imprecisão é facilmente explicável. Quando  $N_d$  se aproxima de  $N_{Rd,máx}$ , o diagrama de deformações é quase retangular: a L.N. se afasta muito da seção, isto é,  $\beta_x$  é muito grande; resultam elevados valores para as ordenadas  $z$  dos vértices, pois estas são medidas a partir da L.N. Veja o leitor a fórmula (2.86) e (2.87); aparecem potências de  $z$ :  $z^4$  e  $z^5$ . A imprecisão surge quando se faz a diferença entre dois números grandes.
- 2) Para qualquer seção e para qualquer valor de  $N_d$ , a imprecisão numérica aparece quando a direção da L.N. se aproxima de uma paralela a qualquer dos lados da seção, havendo resultados precisos quando há realmente o paralelismo ou quando a direção da L.N. se afasta dele. Em outras palavras, há imprecisão quando a L.N. é “quase paralela” a qualquer um dos lados da seção. Por exemplo para seção retangular, supondo que os lados estejam na horizontal e na vertical, haverá imprecisão quando a L.N. for “quase horizontal” ou “quase vertical”, isto é, quando o ângulo  $\alpha$  for muito próximo de  $(i - 1)\pi/2$ , onde  $i$  é o número inteiro de 1 a 5. Não se sabe exatamente o motivo deste fato, apenas sabe-se que ele acontece.
- 3) Como era de se esperar, existindo concomitância das duas situações anteriores, os erros se agravam.

LAURO (1994) encontrou a solução, adotando-se novas equações, via integração numérica para obtenção dos esforços resistentes do concreto. A integração numérica foi feita com os coeficientes de *GAUSS*.

Os testes numéricos efetuados por LAURO (1994) mostraram que a integração numérica com  $n = 8$  consegue melhor precisão que a solução por via analítica. Enquanto o procedimento analítico mostra-se razoavelmente preciso até  $N_d = 0,8 \cdot N_{Rd,máx}$ , a integração numérica consegue precisão satisfatória até  $N_d = 0,99 \cdot N_{Rd,máx}$ .

A reação imediata do leitor deve ser indagar porque não se utiliza a integração numérica em todos os casos. É que a solução por via analítica é bem mais rápida: segundo LAURO (1994), o tempo de processamento chega a ser quatro vezes menor que o da integração numérica. No caso do dimensionamento otimizado (capítulo 6), onde são testados várias arranjos de armadura, recorrendo centenas, milhares ou até milhões de vezes às sub-rotinas que calculam os esforços resistentes do concreto, num só cálculo, o tempo de processamento passa a ser um fator que deve

ser considerado. Além disso, considerando que  $N_d \leq 0,8 N_{Rd,máx}$  ocorre freqüentemente, o ideal é trabalhar com ambos os procedimentos de cálculo dos esforços resistentes (via integração analítica ou via integração numérica), recorrendo-se àquele que for mais conveniente conforme o caso.

Quando  $N_d$  for maior que  $0,99.N_{Rd,máx}$ , não se consegue precisão, nem por integração numérica, nem por integração analítica. O procedimento adotado é o seguinte:

- fazer o cálculo para  $N_d = 0,99.N_{Rd,máx}$ ;
- fazer o cálculo para  $N_d = N_{Rd,máx}$ ;
- recorrer à interpolação linear;

Na prática não é preciso efetuar o cálculo dos momentos resistentes para  $N_d = N_{Rd,máx}$  porque já se sabe que serão iguais a zero.

Resolvido o problema de  $N_d$ , resta o do ângulo  $\alpha$ . A imprecisão já apontada para os casos da L.N. “quase paralela” a um dos lados da seção persiste para:

- qualquer que seja o tipo da seção;
- qualquer que seja o valor de  $N_d$  (de compressão);
- qualquer que seja o tipo de integração efetuada no programa;

A saída da dificuldade é simples, análoga àquela apresentada para o problema de  $N_d$  alto: quando  $\alpha$  for pequeno, igual a  $0,1^\circ$ , por exemplo, fazer dois cálculos: para  $\alpha = 0^\circ$ , onde não há problema de precisão (imagina-se aqui L.N. horizontal); para  $\alpha = 5^\circ$ , onde já não há também problema, e em seguida interpolar linearmente.

O resultado é bastante preciso. Basta lembrar que, num trecho tão pequeno da curva de iteração, substituir o pequeno trecho curvo por um segmento de reta fornece um resultado praticamente exato.

Conclusões de LAURO (1994) quanto aos métodos usados para determinação da resultante de compressão do concreto:

- 1) Se  $N_d \leq 0,8 N_{Rd,máx}$ , usar integração analítica;

- 2) Se  $0,8 N_{Rd,máx} < N_d \leq 0,99 N_{Rd,máx}$ , usar integração numérica;
- 3) Se  $0,99 N_{Rd,máx} < N_d < N_{Rd,máx}$ , fazer dois cálculos e recorrer a interpolação;
- 4) Se  $N_d = N_{Rd,máx}$ , os momentos resistentes são iguais a zero;
- 5) Se  $N_d > N_{Rd,máx}$  o pilar não têm capacidade nem de resistir normal centrado;
- 6) Determinados todos os ângulos “vizinhança crítica” ( $\alpha_{crít}$ ), toda vez que o valor absoluto da diferença entre o ângulo  $\alpha$  e  $\alpha_{crít}$  for não nula e menor que  $0,05 \text{ rad}$  ( $\sim 3^\circ$ ) para integração analítica, ou for não nula e menor que  $0,1 \text{ rad}$  ( $\sim 6^\circ$ ) para integração numérica, fazer cálculo para:
  - $\alpha_1 = \alpha_{crít}$
  - $\alpha_2 = \alpha_{crít} - (0,05 \text{ ou } 0,1 \text{ rad})$  se  $\alpha < \alpha_{crít}$  ou  $\alpha_2 = \alpha_{crít} + (0,05 \text{ ou } 0,1 \text{ rad})$  se  $\alpha > \alpha_{crít}$  e interpolar linearmente.
- 7) Se  $N_d < 0$  (tração), não há problema de imprecisão numérica porque a resultante de compressão é nula;

### 2.7.8 Integração numérica

Já foram apresentadas as integrais dos esforços resistentes do concreto (equações (2.76), (2.82) e (2.84)) que são do tipo:

$$F_n = \int_{z_a}^{z_b} \sigma \cdot z^n \cdot dz \quad (2.92)$$

onde  $n$  vale 0, 1 ou 2 e  $\sigma = f(z)$ .

Os livros de cálculo numérico demonstram que:

$$F_n = \int_{z_a}^{z_b} z^n \cdot \sigma(z) \cdot dz = \frac{z_b - z_a}{2} \cdot \sum W_k \cdot z_k^n \cdot \sigma(z_k) \quad (2.93)$$

$$z_k = \frac{z_b + z_a}{2} + \frac{z_b - z_a}{2} \cdot r_k = A + B \cdot r_k \quad (2.94)$$

onde:

$$A = \frac{z_b + z_a}{2} \quad (2.95)$$

$$B = \frac{z_b - z_a}{2} \quad (2.96)$$

$W_k$  e  $r_k$  são coeficientes de GAUSS. As abscissas relativas  $r_k$  e os pesos  $W_k$  para a quadratura de GAUSS, com  $k = 8$ , são dados na TABELA 2.5.

**TABELA 2.5** - Coeficientes de GAUSS para  $k = 8$

$k$	$r_k$	$W_k$
1	0.960289856497536	0.101228536200376
2	-0.960289856497536	0.101228536200376
3	0.796666477413627	0.222381034453374
4	-0.796666477413627	0.222381034453374
5	0.525532409916329	0.313706645877887
6	-0.525532409916329	0.313706645877887
7	0.183434642495650	0.362683783378362
8	-0.183434642495650	0.362683783378362

### **3. Dimensionamento de pilares submetidos a várias combinações de ações**

No item 2.7 foi apresentado um método para a verificação da resistência de pilares submetidos a um esforço normal excêntrico, que pode ser decomposto num esforço normal centrado mais momentos fletores agindo nas duas direções principais do pilar; é o caso da flexão composta oblíqua. Na prática os pilares não estão sujeitos simplesmente a um carregamento único. Segundo a NBR 6118:2003, devem ser consideradas várias combinações de ações numa estrutura, sendo que cada elemento dessa estrutura deverá ter capacidade de resistir aos esforços causados por todas estas combinações.

No capítulo 4, referente aos esforços cortantes e torsões, o texto já dá uma abordagem prevendo as várias combinações de carregamentos. Quanto às solicitações normais, até aqui, só foi apresentado um método para calcular os momentos resistentes de uma seção transversal submetida à flexão composta oblíqua, a fim de compará-los aos momentos solicitantes. Isto seria suficiente se o pilar estivesse sujeito à ação de um único carregamento. A determinação da combinação crítica num caso real de projeto é um tema mais complicado e será discutido neste capítulo. Diferente do que acontece com as vigas por exemplo (nas quais o objetivo é cobrir um diagrama modificado), não se sabe qual é a combinação que resultará na combinação crítica. Isto porque os momentos fletores podem ocorrer em uma ou outra direção, sugerindo barras dispostas de modo diferente e nem sempre a situação crítica ocorre para o esforço normal máximo (uma carga menor com momentos fletores maiores ou até mesmo iguais, pode ser mais crítica)

São propostos 4 procedimentos distintos para tentar solucionar este problema. Um processo mais preciso, simples e geralmente mais demorado dependendo do número de combinações de carregamentos, outro mais rápido e menos preciso e outros dois numa situação intermediária. É importante informar, desde já, que processos mais rápidos perdem em precisão, porém são sempre a favor da segurança. Os 4 processos de verificação da resistência às solicitações normais são apresentados na seqüência.

### **3.1 1º Processo - Rigoroso**

É o procedimento mais simples e também mais demorado quando o número de combinações de carregamento é alto. Consiste basicamente em testar cada combinação de carregamento individualmente. Devem ser calculados tantos diagramas de iteração quanto for o número de combinações de carregamento.

Cada combinação de carregamento tem um determinado valor de carregamento axial  $N_{sd}$ ; com este valor é traçado o diagrama de iteração para verificação da resistência da respectiva combinação. Se o valor de cálculo dos momentos solicitantes corresponder a um ponto  $P$  interno ao diagrama de iteração, como mostra a FIGURA 2.17 a), a segurança está garantida.

Repete-se o processo para cada combinação de carregamento, onde é verificada cada uma das seis situações de consideração das excentricidades totais apresentadas na TABELA 2.4. Se pelo menos uma das verificações não for atendida o pilar não apresenta segurança.

### 3.2 2º Processo - Interpolação linear entre 2 diagramas de iteração

A variação dos momentos internos resistentes em função da força normal ocorre de modo semelhante ao que é apresentado no gráfico da FIGURA 3.1. Estão plotados momentos em apenas uma direção, mas o mesmo raciocínio é válido para flexão composta oblíqua.

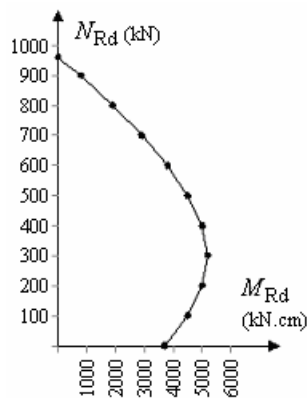


FIGURA 3.1 - Diagrama  $N_d \times M_{Rd}$  no E.L.U

Para evitar um tempo excessivo de processamento, calcula-se apenas dois diagramas de iteração: um para carga axial solicitante máxima ( $N_{Sd,máx}$ ) e outro para a mínima ( $N_{Sd,mín}$ ) entre todas as combinações de carregamentos. Os valores dos momentos resistentes de todas as combinações são obtidos interpolando linearmente os pontos internos da curva  $N \times M$  como mostra a FIGURA 3.2.

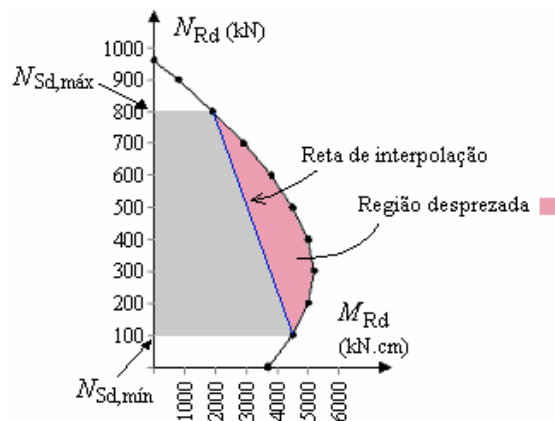


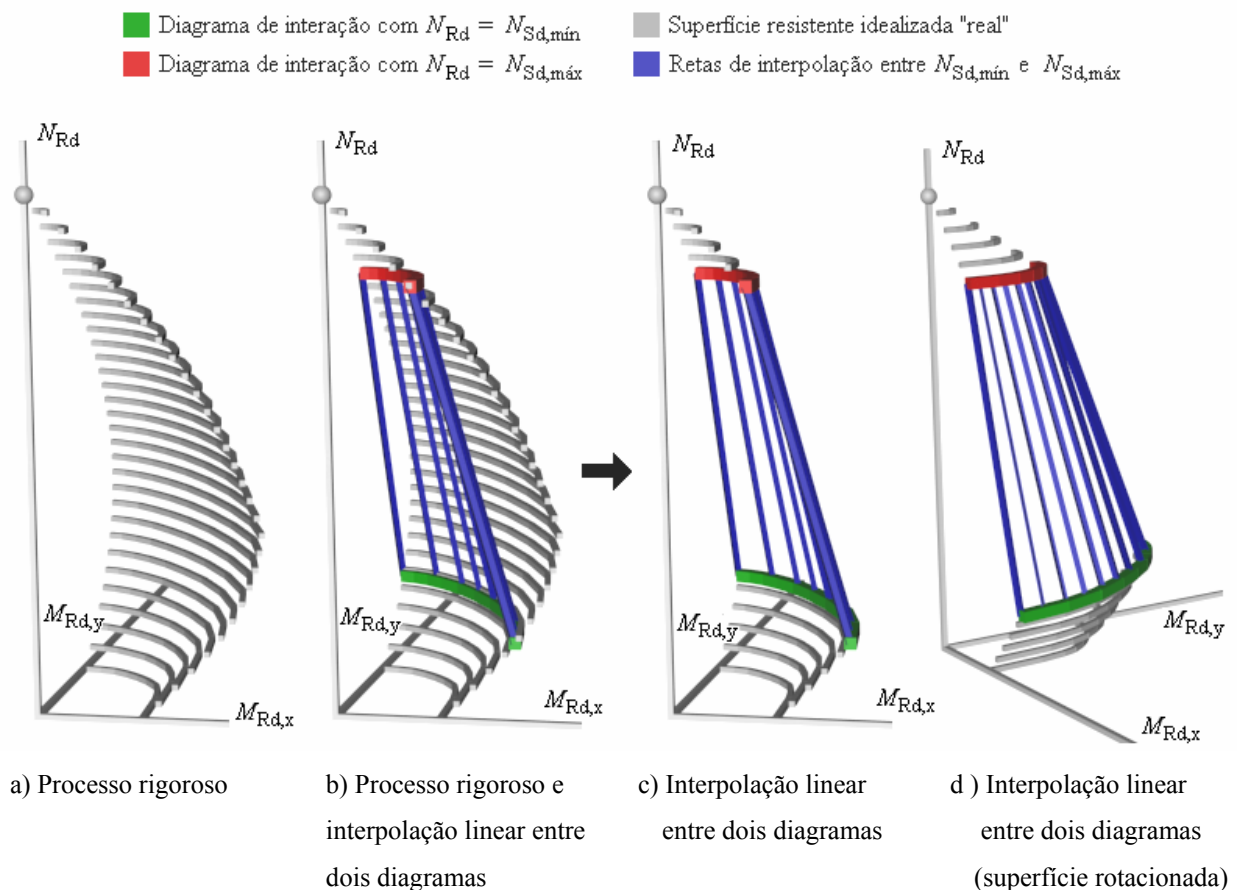
FIGURA 3.2 - Reta de interpolação  $N_{Sd,mín} - N_{Sd,máx}$

onde:

$N_{Sd,min}$  é o esforço normal solicitante mínimo dentre todas as combinações de carregamentos

$N_{Sd,máx}$  é o esforço normal solicitante máximo dentre todas as combinações de carregamentos

A superfície resistente obtida utilizando este procedimento de verificação pode ser visualizada na FIGURA 3.3 que foi gerada pelo PDOP, onde já se considera a caso tridimensional (flexão composta oblíqua com  $N_d$  variável).



**FIGURA 3.3** - Superfície resistente usando o processo de interpolação linear entre 2 diagramas de interação



### 3.3 3º Processo - Interpolação linear entre 3 diagramas de iteração

Este processo é semelhante ao apresentado anteriormente. Se for possível descobrir a ordenada máxima do diagrama da FIGURA 3.2 (e o valor do esforço normal correspondente  $N_{d,MRd\text{máx}}$ ), podem ser traçadas duas ao invés de somente uma reta de interpolação. Comparando a FIGURA 3.2 com a FIGURA 3.4 nota-se que a região de esforços resistentes considerados aumenta e a parte desprezada diminui, se comparado com o 2º processo de verificação (item 3.2).

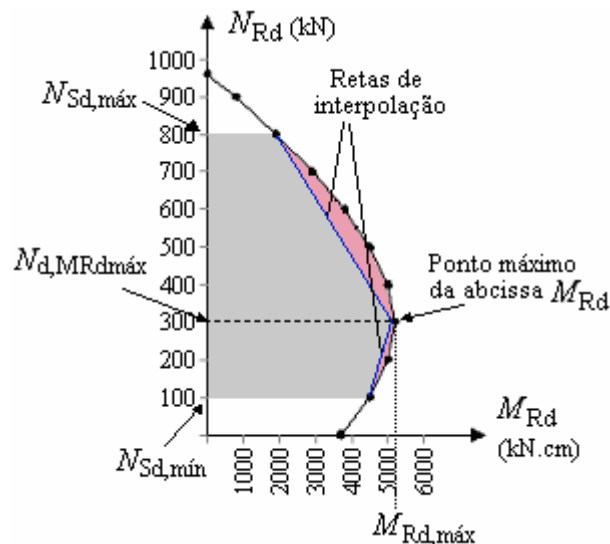


FIGURA 3.4 - Retas de interpolação  $N_{Sd,min} - N_{d,MRd,máx}$  e  $N_{d,MRd,máx} - N_{Sd,máx}$

onde:

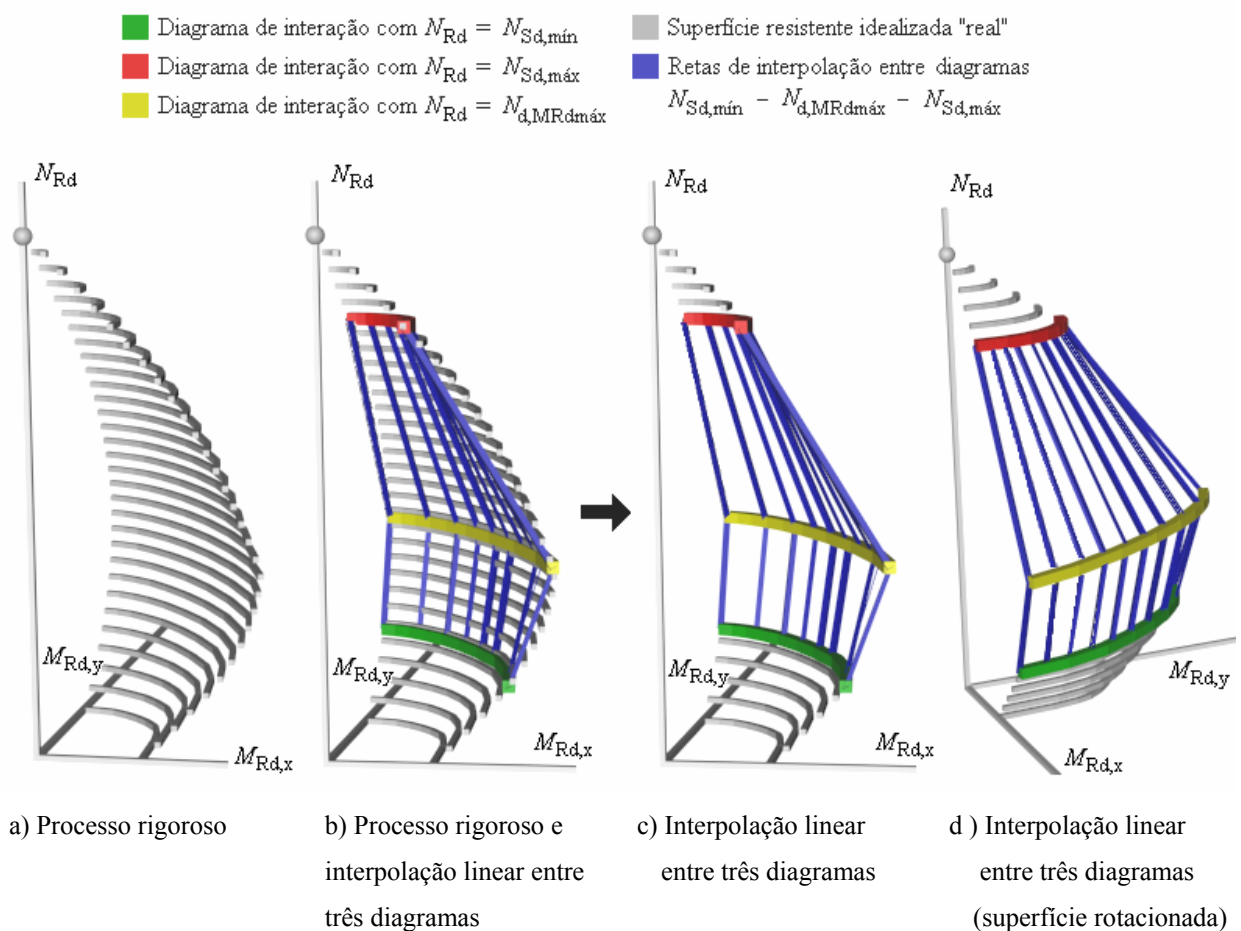
$M_{Rd,máx}$  é o momento resistente máximo de cálculo

$N_{d,MRd,máx}$  é esforço normal de cálculo onde se obtém o valor máximo do momento resistente

Para traçar as duas retas de interpolação da FIGURA 3.4, é preciso, antes de mais nada, descobrir o valor de  $N_{d,MRd,máx}$ . Este valor pode ser calculado, a menos de uma tolerância, para

um valor fixo de inclinação da linha neutra, usando um processo iterativo que é mostrado no Anexo A.

A superfície resistente obtida utilizando este procedimento de verificação pode ser visualizada na FIGURA 3.5 que foi gerada pelo PDOP, onde já se considera a caso tridimensional (flexão composta oblíqua com  $N_d$  variável).



**FIGURA 3.5** - Superfície resistente usando o processo de interpolação linear entre 3 diagramas de iteração

Para cada combinação de carregamento a direção do momento fletor solicitante pode ser diferente, variando entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  no caso de pilares retangulares com armadura simétrica. Porém, para cada valor da inclinação da linha neutra  $\alpha$ , o valor de  $N_{d,MRd,máx}$  pode ser diferente. Tomando como exemplo a FIGURA 3.6 e a FIGURA 3.7, nota-se que o valor de  $N_{d,MRd,máx}$  é diferente nas

duas direções principais  $x$  ( $\alpha = 90^\circ$ ) e  $y$  ( $\alpha = 0^\circ$ ); na direção  $x$  o valor máximo de cálculo do momento resistente é obtido com  $N_d$  igual a 300 kN, enquanto para direção  $y$  obtém-se o valor máximo do momento resistente com  $N_d$  igual a 400 kN.

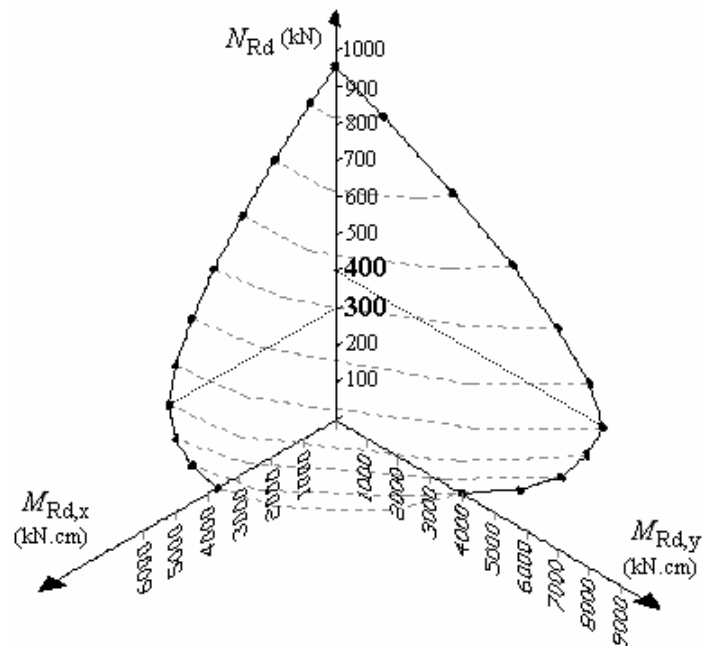


FIGURA 3.6 - Superfície resistente e diagramas  $N_d \times M_{Rd}$  traçadas nos planos  $M_{dx} \times N_d$  e  $M_{dy} \times N_d$

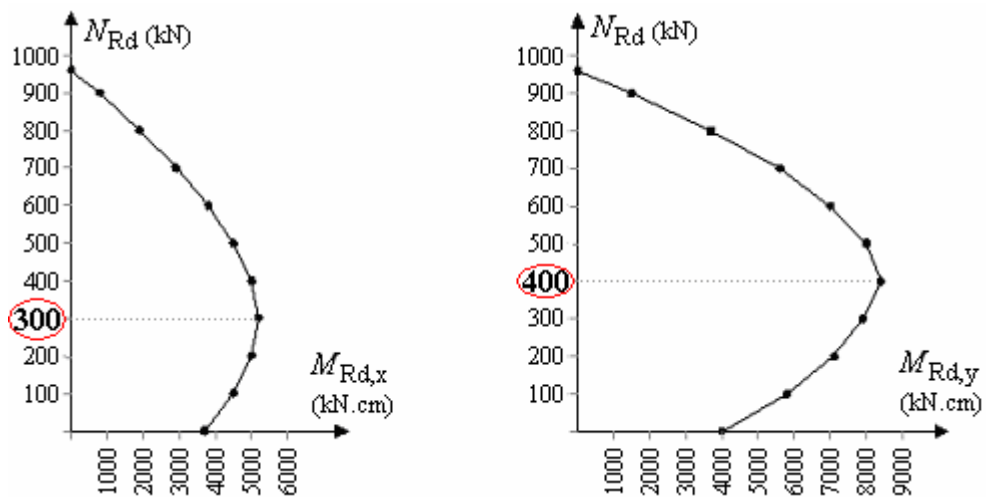


FIGURA 3.7 - Diagramas  $N_d \times M_{Rd}$  traçados nos planos  $N_d \times M_{dx}$  e  $N_d \times M_{dy}$

O valor de  $N_{d,MRdmáx}$  nas várias direções de inclinação da linha neutra ( $\alpha$  variando de  $0^\circ$  até  $90^\circ$ ), varia sensivelmente na maioria dos casos. Porém não há problemas em se traçar as retas de interpolação utilizando o diagrama de iteração intermediário calculado com um valor de  $N_d$  onde não se obtém o valor máximo de  $M_d$ , porque nunca serão obtidos valores de momentos resistentes que estariam “fora” da superfície idealizada real (as retas de interpolação sempre ficam na parte interna da superfície), ou seja, nunca serão obtidos resultados contra a segurança.

Se o diagrama intermediário (amarelo) da FIGURA 3.5 for plotado com  $N_d \neq N_{d,MRdmáx}$ , ele ficará deslocado para cima (se  $N_d > N_{d,MRdmáx}$ ) ou para baixo (se  $N_d < N_{d,MRdmáx}$ ). Sendo  $N_d > N_{d,MRdmáx}$ , as retas de interpolação  $N_{d,MRdmáx} - N_{d,máx}$  (parte de cima) conteriam uma região até maior do que se  $N_d$  fosse exatamente igual a  $N_{d,MRdmáx}$ , resultando em maiores valores de momentos resistentes, enquanto as retas de interpolação  $N_{d,mín} - N_{d,MRdmáx}$  (parte de baixo) conteriam uma região menor. Sendo  $N_d < N_{d,MRdmáx}$  acontece a situação inversa.

Entretanto, o valor de  $\alpha$  para o cálculo de  $N_{d,MRdmáx}$  deve obrigatoriamente ser estabelecido. São sugeridos dois procedimentos para definição de  $\alpha$ .

1º -  $\alpha$  fixo, independente da direção dos momentos atuantes.  $N_{d,MRdmáx}$  deve ser calculado com um valor previamente definido de  $\alpha$ .

2º - Calcula-se um valor de  $N_{d,MRdmáx}$  para  $\alpha = 0^\circ$  e outro para  $\alpha = 90^\circ$ .  $N_{d,MRdmáx}$  é tomado como o valor médio entre os dois valores calculados anteriormente, independentemente da direção dos momentos solicitantes.

A segunda alternativa é mais demorada, teoricamente pode despendar o dobro de tempo em relação ao primeiro, pois o procedimento iterativo para obtenção de  $N_{d,MRdmáx}$  deve ser feito duas vezes, um para  $\alpha = 0^\circ$  e outro para  $\alpha = 90^\circ$ .

Pode acontecer casos em que  $N_{d,MRdmáx} > N_{Sd,máx}$  ou  $N_{d,MRdmáx} < N_{Sd,mín}$ , como mostra a FIGURA 3.8, inviabilizando o uso deste procedimento de verificação porque  $N_{d,MRdmáx}$  ficaria fora do intervalo  $N_{Sd,mín} - N_{Sd,máx}$ . Nestes casos é necessário adotar o 2º processo de verificação com a única desvantagem do fato de que o tempo gasto para calcular  $N_{d,MRdmáx}$  foi gasto sem necessidade durante o processo computacional.

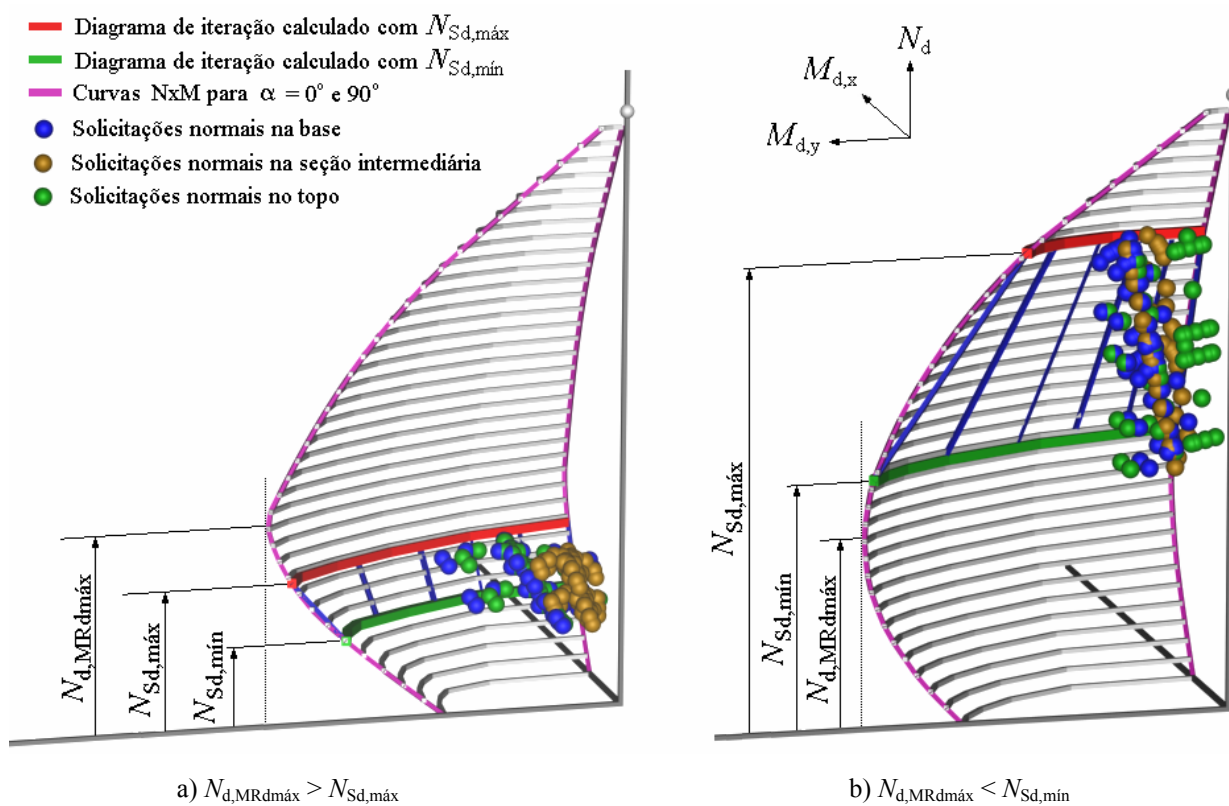


FIGURA 3.8 - Casos onde o 3º processo de verificação não pode ser utilizado. (gráficos gerados pelo PDOP)

### 3.4 4º Processo - Interpolação linear entre $n$ diagramas de iteração

Também é muito semelhante ao 2º processo. A diferença é que agora são traçadas várias retas de interpolação. O intervalo  $N_{Sd,min} - N_{Sd,max}$  é dividido em intervalos menores ( $\Delta N_d$ ) e iguais, independente do valor de  $N_{d,MRd,max}$  que é calculado e usado somente no 3º processo de verificação. Plotados todos os diagramas de iteração, são traçadas as retas de interpolação para cada intervalo de  $N_d$ .

A superfície resistente obtida utilizando este procedimento de verificação, utilizando um total de 5 diagramas ( $N_{Sd,min}$ ,  $N_{Sd,max}$  e 3 intermediários) pode ser visualizada na FIGURA 3.9 que foi gerada pelo PDOP, onde já se considera o caso tridimensional.

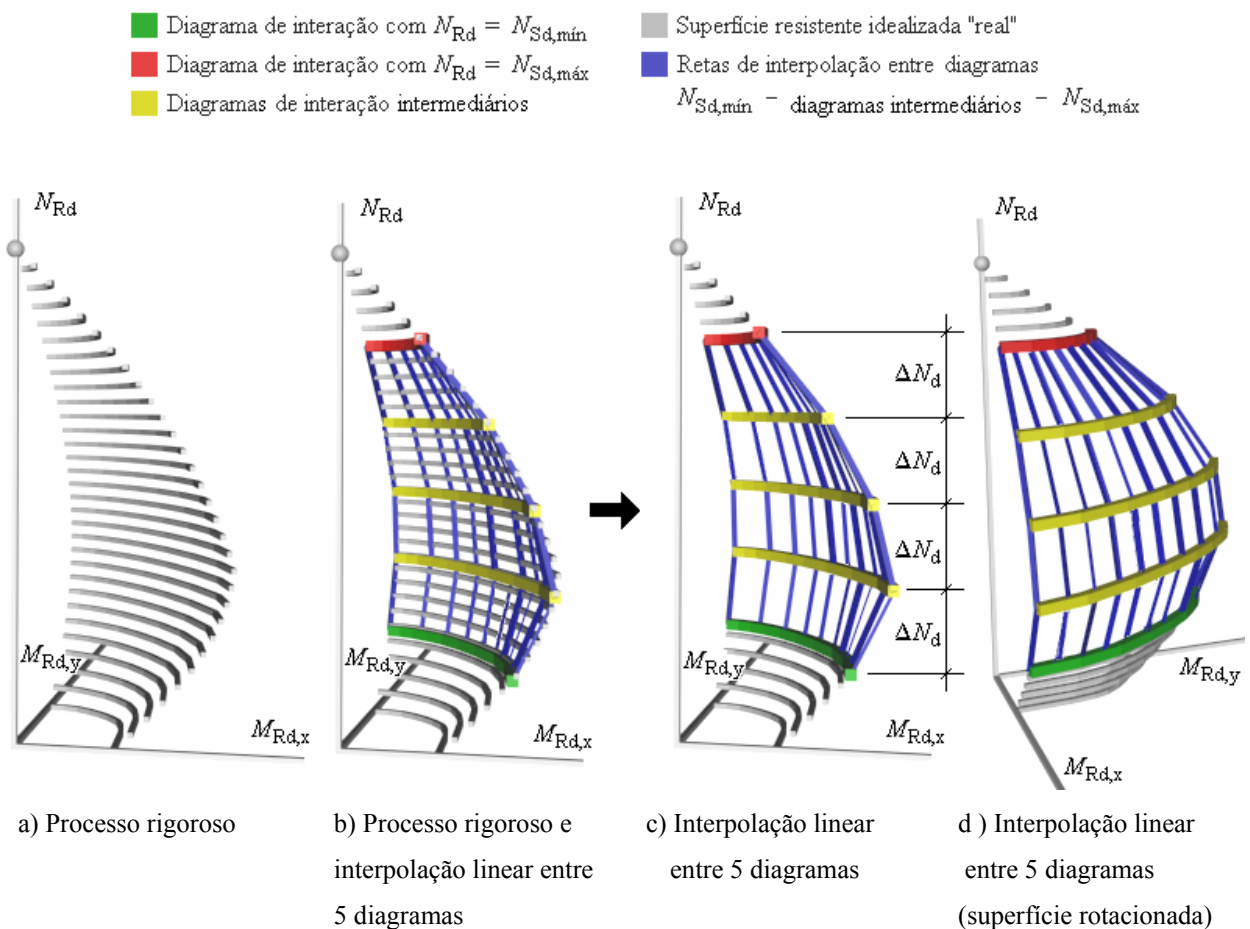


FIGURA 3.9 - Superfície resistente usando o processo de interpolação linear entre 5 diagramas de iteração

### **3.5 Comparação teórica e considerações dos 4 processos de verificação da resistência**

Cada um dos quatro processos de verificação da resistência apresentados até aqui tem suas particularidades, vantagens e desvantagens. Um dos objetivos deste trabalho é fazer um estudo para avaliar quais processos podem ser mais vantajosos e em que situações.

Os critérios deste estudo se resumem em tempo de processamento e precisão dos resultados. Os resultados estarão mais próximos da capacidade de resistência “real” convencional, quanto mais preciso for o processo de verificação. Usando os processos aproximados, mais rápidos, encontram-se resultados mais distantes dos resultados “reais”, sempre a favor da segurança. O que se quer saber é o quão distante e se esta diferença chega a ser significativa e o quão mais rápido são os processos aproximados.

Observando a FIGURA 3.3, FIGURA 3.5 e a FIGURA 3.6 é possível visualizar o quanto é desprezado da resistência de um pilar usando os processos aproximados, que corresponde à uma região do gráfico. Entretanto, na avaliação de uma situação real, a capacidade desprezada de resistência pode ser realmente insignificante e depende muito de como se comportam os esforços solicitantes no pilar. Um estudo mais preciso dos resultados finais calculados pelos 4 processos de verificação apresentados só pode ser feito examinando exemplos reais, que é assunto do item 8.4.

Quanto ao tempo de processamento, o problema pode ser tratado teoricamente e independe das características reais dos esforços solicitantes. O objetivo dos processos aproximados é evitar que o processo iterativo da linha neutra seja usado em excesso. Para isso recorre-se a interpolação linear de alguns resultados de momentos resistentes ao invés de utilizar o processo iterativo da linha neutra para verificar cada combinação de carregamento.

O tempo de processamento depende essencialmente da quantidade de vezes que se utiliza o processo iterativo da linha neutra, que será chamado de  $n_{\text{IntLN}}$ . Esta quantidade pode ser calculada para cada um dos quatro processos de verificação da resistência conforme mostra o Anexo B. Os resultados obtidos em exemplos reais são apresentados no item 8.4.

## **4. Critérios atuais de dimensionamento de pilares submetidos as solicitações tangenciais**

O dimensionamento dos pilares é feito considerando que estes estão sujeitos, também, a esforços cortantes e torsões (provindos de um modelo de pórtico espacial), mesmo que tais esforços sejam relativamente pequenos. Para resistir a tais esforços é necessário dimensionar a armadura transversal (estribos), calculada conforme os itens 17.4 e 17.5 da NBR 6118:2003. Além disso a armadura transversal deve respeitar as condições de detalhamento estudadas no item 5.1, que se referem aos espaçamentos máximos e mínimos, limites de diâmetros de bitolas e taxas de armadura.

Outra função da armadura transversal, dependendo do espaçamento, é a fretagem; confinando o núcleo dos pilares, aumenta conseqüentemente a sua ductilidade e sua resistência. Muito importante na base dos pilares, locais prováveis de formação de rótulas plásticas.

Os estribos também têm função de evitar a flambagem individual das barras longitudinais, causada pela força de compressão. Pode haver inclusive a necessidade da colocação de estribos suplementares para impedir a flambagem das barras que não estão nos cantos do pilar.

O processo de dimensionamento da armadura transversal consiste basicamente em determinar taxas de armadura transversal para força cortante na direção  $x$  e força cortante na direção  $y$ , adotando o maior valor que deve ser somando com a taxa necessária para resistir aos momentos torsões, para cada combinação de carregamentos. Toma-se a maior taxa de armadura encontrada entre todas as combinações de carregamentos, que não deve ser inferior à taxa mínima exigida. Na seqüência adota-se uma bitola para os estribos e calcula-se o espaçamento entre eles no sentido do eixo longitudinal do pilar. Se o espaçamento for menor que um valor mínimo estipulado, considerado-se que a solução não apresenta segurança adequada, e se for maior do que um mínimo exigido pela norma, adota-se o mínimo. Por fim, o valor do espaçamento é arredondado para baixo, até um valor que possa ser medido em obra e calcula-se o comprimento, peso e quantidade total de ramos de estribos.



Neste capítulo é apresentada uma sugestão de como pode ser a seqüência de cálculo para realização do dimensionamento da armadura transversal de um pilar em um programa de computador, seguindo os critérios da NBR 6118:2003 e considerando a atuação de várias combinações de carregamentos.

Neste trabalho não é apresentado o procedimento para o cálculo da armadura de fretagem necessária para resistir aos esforços de tração, causados quando o lance superior do pilar têm dimensões menores.

## 4.1 Esforço cortante

Neste item é apresentada toda a seqüência do procedimento que pode ser implementado em um programa de computador para o dimensionamento de pilares submetidos à força cortante no E.L.U. Todo o procedimento segue as recomendações do Item 17.4 NBR 6118:2003, utilizando-se o modelo de cálculo I (Item 17.4.2.2 da NBR 6118:2003).

- a) Ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural.

Os estribos são detalhados sempre no plano perpendicular ao eixo do pilar.

$$\alpha_t = 90^\circ \quad (4.1)$$

- b) Inclinação das diagonais de compressão do concreto.

O modelo de cálculo I admite as diagonais de compressão inclinadas de:

$$\theta = 45^\circ \quad (4.2)$$

- c) Cálculo de  $\alpha_v$ .

$$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck} / 250) \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad (4.3)$$

**d)** Variáveis  $b_w$  e  $d$  nas direções  $x$  e  $y$ .

$$b_{wx} = h_y \quad (4.4)$$

$$d_x = h_x - c_{nom} - \phi_t - \phi/2 \quad (4.5)$$

$$b_{wy} = h_x \quad (4.6)$$

$$d_y = h_y - c_{nom} - \phi_t - \phi/2 \quad (4.7)$$

onde:

$b_w$  é a menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil  $d$ , na direção considerada;  
 $d$  é a altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura mais tracionada ou menos comprimida, na direção considerada;

$c_{nom}$  é o cobrimento nominal;

$\phi$  é o diâmetro das barras longitudinais;

$\phi_t$  é o diâmetro dos estribos;

**e)** Determinação do maior esforço cortante de cálculo solicitante (em valor absoluto) nas direções  $x$  e  $y$ , dentre todas as combinações de carregamentos, que serão chamados respectivamente de  $V_{Sdx,máx}$  e  $V_{Sdy,máx}$ .

**f)** Cálculo de  $V_{Rd2}$ .

$$V_{Rd2x} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_{wx} \cdot d_x \quad (4.8)$$

$$V_{Rd2y} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_{wy} \cdot d_y \quad (4.9)$$

**g)** Verificação  $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$ .

$$V_{Sdx,m\acute{a}x} \leq V_{Rd2x} \quad (4.10)$$

$$V_{Sdy,m\acute{a}x} \leq V_{Rd2y} \quad (4.11)$$

Se pelo menos uma das equações (4.10) e (4.11) não for satisfeita, a solução não apresenta segurança adequada, independente do arranjo da armadura longitudinal.  $V_{Rd2}$  é função de  $b_w$  que depende apenas do diâmetro das barras longitudinais e dos estribos.

#### h) Cálculo de $V_{c0}$ .

$$V_{c0x} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_{wx} \cdot d_x \quad (4.12)$$

$$V_{c0y} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_{wy} \cdot d_y \quad (4.13)$$

#### i) Cálculo de $V_{c(i)}$ .

Deverão ser calculados os valores de  $V_{cx(i)}$  ( $V_c$  na direção  $x$ ) e  $V_{cy(i)}$  ( $V_c$  na direção  $y$ ) para cada uma das  $i$  combinações de carregamentos. Podem ocorrer 3 situações:

1º -  $V_{c(i)} = 0$  nos elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

2º -  $V_{c(i)} = V_{c0}$  na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

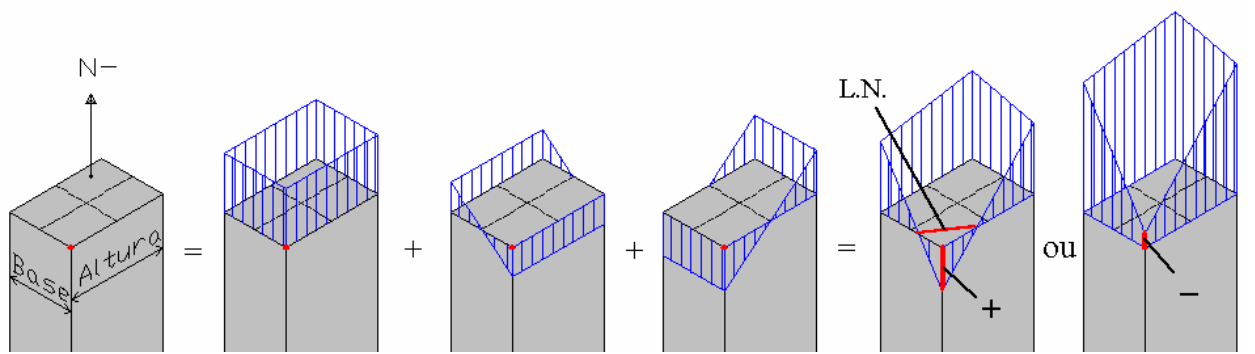
3º -  $V_{c(i)} = V_{c0} (1 + M_{0(i)} / M_{sd,m\acute{a}x(i)}) \leq 2 V_{c0}$  na flexo-compressão

onde  $i$  é a combinação de carregamentos;

No 1º e 2º caso, o esforço normal  $N_{sd(i)}$  deve ser negativo (tração), enquanto que no 3º caso,  $N_{sd(i)}$  deve ser positivo (compressão). Sendo  $N_{sd(i)}$  negativo, é possível descobrir se a linha neutra corta ou não a seção, pelo valor da tensão no vértice menos tracionado da seção transversal; se o valor for negativo, a linha neutra estará fora da seção, e se for positivo, a linha neutra estará cortando a seção transversal (FIGURA 4.1).

A seção crítica usada para o cálculo da tensão no vértice menos tracionado, para cada combinação de carregamentos  $i$ , acontecerá na altura do pilar onde o momento solicitante inicial

de primeira ordem possuir valor mínimo em módulo, já que o esforço normal é considerado constante. O momento inicial de 1ª ordem varia linearmente ao longo da altura do pilar, conforme mostra a FIGURA 2.4. Se os sinais dos momentos no topo e na base forem contrários, significa que em uma determinada altura do pilar o momento será igual a zero. Se os sinais forem iguais, o valor mínimo será igual ao menor dos momentos solicitantes (base ou topo) em módulo. Estes momentos serão chamados de  $M_{sd,xmin(i)}$  (direção  $x$ ) e  $M_{sd,ymin(i)}$  (direção  $y$ ), onde  $i$  é a combinação de carregamentos.



$$\sigma_{(i)} = \frac{N_{sd(i)}}{A_c} + \left| \frac{M_{sd,xmin(i)} \cdot h_x / 2}{h_y \cdot h_x^3 / 12} \right| + \left| \frac{M_{sd,ymin(i)} \cdot h_y / 2}{h_x \cdot h_y^3 / 12} \right| = \text{Positivo ou Negativo}$$

FIGURA 4.1 - Tensão no vértice menos tracionado da seção transversal na flexo-tração.

$$\sigma_{(i)} = \frac{N_{sd(i)}}{A_c} + \left| \frac{M_{sd,xmin(i)} \cdot h_x / 2}{h_y \cdot h_x^3 / 12} \right| + \left| \frac{M_{sd,ymin(i)} \cdot h_y / 2}{h_x \cdot h_y^3 / 12} \right| = + \text{ ou } - \quad (4.14)$$

Os momentos mínimos nas duas direções podem ocorrer em seções diferentes do pilar, mas para simplificar o procedimento, sempre a favor da segurança, admite-se que estes momentos ocorrerão na mesma seção, tornando válida a equação (4.14).

É importante ressaltar que são considerados apenas os momentos iniciais de 1ª ordem neste cálculo. Os momentos causados pelas imperfeições geométricas e esforços locais de 2ª ordem (item 2.4) não devem ser considerados.

No 3º caso ( $N_{Sd(i)}$  positivo) devem ser calculadas as variáveis  $M_{0(i)}$  e  $M_{Sd,Máx(i)}$ . A NBR 6118:2003 define tais variáveis como:

“ $M_0$  é o valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por  $M_{Sd,máx}$ ), provocada pelas forças normais de diversas origens concomitantes com  $V_{Sd}$ , sendo essa tensão calculada com valores de  $\gamma_f$  e  $\gamma_p$  iguais a 1,0 e 0,9 respectivamente; os momentos correspondentes a essas forças normais não devem ser considerados no cálculo dessa tensão pois são considerados em  $M_{Sd}$ ; devem ser considerados apenas os momentos isostáticos de protensão;”

“ $M_{Sd,máx}$  é o momento fletor de cálculo, máximo no trecho em análise, que pode ser tomado como o de maior valor no semitramo considerado (para esse cálculo não se consideram os momentos isostáticos de protensão, apenas os hiperestáticos);”

O valor de  $M_{0(i)}$  pode ser determinado pela equação (4.15), deduzida para esforço cortante atuando na direção  $x$ , onde  $i$  é a combinação de carregamentos.

O valor da tensão na borda da esquerda acima (vermelha) da FIGURA 4.2 é:

$$\begin{aligned}\sigma_{(i)} &= \frac{N_{Sd,M0(i)}}{A_c} + \frac{M_{0x(i)} \cdot y}{I} = 0 \\ \frac{N_{Sd,M0(i)}}{A_c} + \frac{M_{0x(i)} \cdot (-b/2)}{\frac{h \cdot b^3}{12}} &= 0 \\ \frac{N_{Sd,M0(i)}}{A_c} - \frac{6 \cdot M_{0x(i)}}{h \cdot b^2} &= 0 \\ M_{0x(i)} &= \frac{N_{Sd,M0(i)} \cdot h \cdot b^2}{6 \cdot A_c}\end{aligned}\quad (4.15)$$

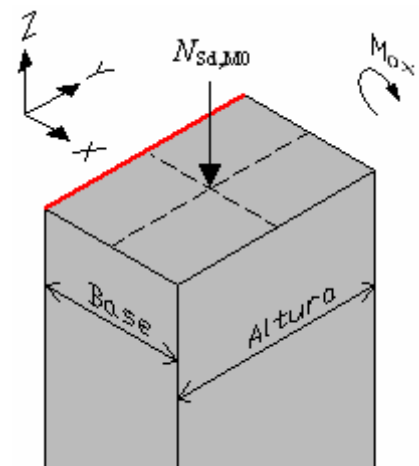


FIGURA 4.2 - Cálculo de  $M_0$ .

analogamente para direção  $y$ :

$$M_{0y(i)} = \frac{N_{Sd,M0(i)} \cdot b \cdot h^2}{6 \cdot A_c} \quad (4.16)$$

onde:

$N_{Sd,M0(i)}$  é o esforço normal, determinado com o coeficiente  $\gamma_f = 1,0$ , combinação de carregamentos  $i$ ;

O valor de  $M_{Sd,m\acute{a}x(i)}$  é igual ao valor do momento solicitante total máximo na direção considerada, entre as seções da base, intermediária ou topo, considerando-se inclusive as excentricidades devido às imperfeições geométricas e os efeitos locais de 2ª ordem.

$$M_{Sd,xm\acute{a}x(i)} = N_{Sd(i)} \cdot e_{tot,xm\acute{a}x(i)} \quad (4.17)$$

$$M_{Sd,ym\acute{a}x(i)} = N_{Sd(i)} \cdot e_{tot,ym\acute{a}x(i)} \quad (4.18)$$

Onde:

$e_{tot,xm\acute{a}x(i)}$  é excentricidade total máxima entre as seções da base, topo e intermediária na direção  $x$ , combinação de carregamento  $i$ ;

$e_{tot,ym\acute{a}x(i)}$  é excentricidade total máxima entre as seções da base, topo e intermediária na direção  $y$ , combinação de carregamento  $i$ ;

**j) Verificação**  $V_{Sd(i)} \leq V_{Rd3(i)} = V_{c(i)} + V_{sw(i)}$ .

A condição  $V_{Sd(i)} \leq V_{Rd3(i)} = V_{c(i)} + V_{sw(i)}$  deve ser respeitada nas duas direções principais para todas as combinações de carregamentos  $i$ :

$$V_{sw,x(i)} \geq V_{Sd,x(i)} - V_{cx(i)} \quad (4.19)$$

$$V_{sw,y(i)} \geq V_{Sd,y(i)} - V_{cy(i)} \quad (4.20)$$

onde:

$$V_{sw} = (A_{sw} / s_t) 0,9 d f_{ywd} (\text{sen } \alpha_t + \text{cos } \alpha_t); \quad (4.21)$$

$A_{sw}$  é a área da seção transversal dos estribos;

$s_t$  é o espaçamento entre eixos dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

$d$  é a altura útil da seção, igual a distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura mais tracionada ou menos comprimida;

$f_{ywd}$  é a tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor  $f_{yd}$  no caso de estribos e a 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa;

Se  $V_{c(i)}$  for maior do que  $V_{sd(i)}$ , então  $V_{sw(i)}$  será negativo, indicando que não há necessidade de armadura transversal para força cortante. Neste caso  $A_{sw}$  é igual a zero. Se  $V_{sw(i)}$  for positivo, será calculada a taxa de armadura transversal, por metro, que será chamada de  $\rho_{swCortante,x}$  e de  $\rho_{swCortante,y}$ , respectivamente para as direções  $x$  e  $y$ . Para isso basta inverter a equação (4.21):

fazendo  $s = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ :

$$\rho_{swCortante} = \frac{A_{sw}}{s_t} = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} (\text{sen} \alpha + \cos \alpha)} \cdot 100 \text{ (cm}^2/\text{m)} \quad (4.22)$$

admitindo direções  $x$  e  $y$ , e as combinações de carregamentos  $i$ , a equação fica:

$$\rho_{swCortante,x(i)} = \frac{V_{sw,x(i)}}{0,9 \cdot d_x \cdot f_{ywd} (\text{sen} \alpha + \cos \alpha)} \cdot 100 \quad (4.23)$$

$$\rho_{swCortante,y(i)} = \frac{V_{sw,y(i)}}{0,9 \cdot d_y \cdot f_{ywd} (\text{sen} \alpha + \cos \alpha)} \cdot 100 \quad (4.24)$$

onde:

$\rho_{swCortante,x(i)}$  é a taxa de armadura ( $\text{cm}^2/\text{m}$ ) necessário para resistir ao esforço cortante na direção  $x$ , combinação  $i$ ;

$\rho_{swCortante,y(i)}$  é a taxa de armadura ( $\text{cm}^2/\text{m}$ ) necessário para resistir ao esforço cortante na direção  $y$ , combinação  $i$ ;

**k) Armadura transversal mínima.**

Segundo o item 17.4.1.1 da NBR 6118:2003, todos os elementos lineares submetidos a força cortante devem conter armadura mínima constituída por estribos, com a taxa geométrica dada pela equação (4.25)

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s \cdot \text{sen} \alpha} \geq 0,2 \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} \quad (4.25)$$

onde:

$f_{ywk}$  é a resistência ao escoamento do aço da armadura transversal;

$f_{ct,m}$  é dado no item 2.5;

Entende-se que o valor de  $f_{ywk}$  deve ficar limitado a 500 MPa porque o valor de  $f_{ywd}$  é definido na alínea j) com um limite de 435 MPa. Sendo o valor limite de  $f_{ywd}$  igual a 435 MPa, então o valor limite de  $f_{ywk}$  supostamente deve ser igual a  $435 \times \gamma_s = 435 \times 1,15 = 500$  MPa.

Fazem exceção à condição da armadura mínima anterior, o caso de pilares e elementos lineares de fundação submetidos predominantemente à compressão, que atendam simultaneamente, na combinação mais desfavorável das ações em estado limite último, calculada a seção em estágio I, às condições seguintes:

1<sup>a</sup>) em nenhum ponto deve ser ultrapassada a tensão  $f_{ctk}$

2<sup>a</sup>)  $V_{Sd} \leq V_c$ ,

A 1<sup>a</sup> condição pode ser verificada utilizando-se a equação da FIGURA 4.1, com algumas modificações. Neste caso, a equação refere-se ao vértice mais tracionado da seção, assim, a seção mais crítica é aquela que apresenta maiores momentos fletores, e os sinais das tensões



causados por estes devem ser negativos. O valor da tensão pode ser calculado pela equação (4.26).

$$\sigma_{(i)} = \frac{N_{Sd(i)}}{A_c} - \left| \frac{N_{Sd(i)} \cdot e_{tot,x(i)} \cdot b/2}{h \cdot b^3 / 12} \right| - \left| \frac{N_{Sd(i)} \cdot e_{tot,y(i)} \cdot h/2}{b \cdot h^3 / 12} \right| > f_{ctk} \quad (4.26)$$

sendo o valor de  $f_{ctk}$  negativo (tração).

A equação (4.26) deve ser verificada para as 6 situações de excentricidades totais da TABELA 2.4.

A 2ª condição pode ser verificada apenas comparando-se os valores de  $V_{Sdx(i)}$  com  $V_{cx(i)}$  e  $V_{Sdy(i)}$  com  $V_{cy(i)}$  que já foram calculados, sendo  $i$  a combinação de carregamento.

A 1ª e a 2ª condição são testadas para cada uma das  $i$  combinações de carregamentos e se pelo menos uma dessas duas condições não for satisfeita, para pelo menos uma das combinações, a taxa de armadura transversal será calculada pela equação (4.25). Fazendo  $s_t = 100$  cm, obtém-se a taxa de armadura por metro ( $\text{cm}^2/\text{m}$ ). Para  $b_w$  adota-se o menor valor entre  $b_{wx}$  e  $b_{wy}$ , conforme a equação (4.27).

$$\rho_{swTaxaMin} = 0,2 \frac{f_{ct,m} \cdot b_{wx} \cdot \text{sen}\alpha}{f_{ywk}} \cdot 100 \quad \text{ou} \quad = 0,2 \frac{f_{ct,m} \cdot b_{wy} \cdot \text{sen}\alpha}{f_{ywk}} \cdot 100 \quad (4.27)$$

Se a 1ª e 2ª condições forem satisfeitas para todas as combinações, adota-se a taxa mínima  $\rho_{swTaxaMin} = 0$ .

## 4.2 Momento torsor

Neste item é apresentada toda a seqüência do procedimento que pode ser implementado em um programa de computador para o dimensionamento de pilares submetidos a solicitações de esforço torsor, em E.L.U. Todo o procedimento segue as recomendações do Item 17.5 NBR 6118:2003.

a) Cálculo do perímetro da seção cheia  $u$ .

$$u = 2.(h_x + h_y) \quad (4.28)$$

b) Cálculo da distância entre o eixo da barra longitudinal do canto até a face lateral do elemento estrutural.

$$c_1 = c_{\text{nom}} + \phi_t + \phi/2 \quad (4.29)$$

c) Determinação do maior esforço tissor de cálculo dentre todas as combinações, que será chamado de  $T_{\text{Sd,máx}}$ .

d) Cálculo da espessura da parede equivalente  $h_e$ .

Segundo o item 17.5.1.4.1 da NBR 6118:2003, o valor de  $h_e$  é dado pelas seguintes equações:

$$h_e \leq A / u \quad (4.30)$$

$$h_e \geq 2c_1 \quad (4.31)$$

onde:

$A$  é a área da seção cheia, que no caso da seção retangular é igual a  $A_c$ .

Uma maneira de resolver o problema é fazer  $h_e = A / u$  e depois verificar a equação (4.31). Se a condição não for respeitada, admite-se a princípio que a peça não apresenta segurança adequada.

Geralmente os esforços de torção atuantes nos pilares são tão pequenos que podem ser desprezados. Baseado nisso, o autor julga que a consideração da equação (4.31) não precisa necessariamente ser considerada na grande maioria dos casos usuais. Entende-se que esta é uma verificação que se aplica principalmente no dimensionamento de vigas.

e) Cálculo de  $A_e$ .

Segundo a NBR 6118:2003, item 17.5.1.5,  $A_e$  é a área limitada pela linha média da parede da seção vazada, real ou equivalente, incluindo a parte vazada.  $A_e$  é a região hachurada dentro do retângulo tracejado da FIGURA 4.3.

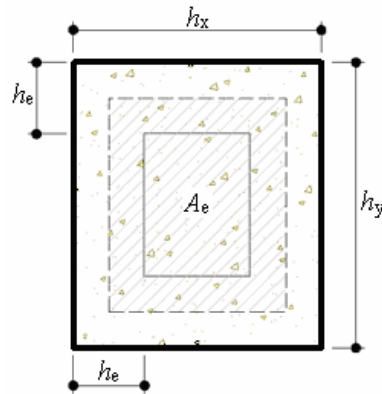


FIGURA 4.3 - Parâmetros para dimensionamento da seção à torção.

$$A_e = (h_x - 2 \cdot h_e/2) \cdot (h_y - 2 \cdot h_e/2)$$

$$A_e = (h_x - h_e) \cdot (h_y - h_e) \quad (4.32)$$

f) Cálculo de  $T_{Rd2}$ , segundo o item 17.5.1.5 da NBR 6118:2003.

$$T_{Rd2} = 0,50 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot A_e \cdot h_e \cdot \text{sen}(2\theta) \quad (4.33)$$

onde:

$\alpha_{v2}$  já foi definido no item 4.1, alínea c);

$\theta$  é o ângulo de inclinação das diagonais do concreto, arbitrado no intervalo  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ . Conforme o indicado no item 17.7.2.1 da NBR 6118:2003, o ângulo de inclinação das bielas de concreto  $\theta$  devem ser coincidentes para a torção e força cortante. Sendo assim,  $\theta = 45^\circ$ , que é o mesmo valor usado no modelo de cálculo I para dimensionamento à força cortante (modelo usado neste trabalho).

**g)** Verificação da resistência das diagonais comprimidas do concreto.

$$T_{sd,m\acute{a}x} \leq T_{Rd2} \quad (4.34)$$

Se  $T_{sd,m\acute{a}x}$  for maior do que  $T_{Rd2}$  o pilar não apresenta segurança adequada, independente do arranjo e bitola das armaduras.

**h)** Cálculo da taxa de armadura transversal para todas as combinações de carregamentos.

A resistência decorrente dos estribos normais ao eixo do elemento estrutural deve atender à expressão:

$$T_{sd(i)} \leq T_{Rd3(i)} = (A_{90} / s_t) \cdot f_{ywd} \cdot 2 \cdot A_e \cdot \cot g(\theta) \quad (4.35)$$

onde:

$A_{90}$  é a área da seção transversal do número de ramos de um estribo, contidos na parede equivalente

Invertendo a equação (4.35) e fazendo  $s_t = 1m$ , obtém-se a equação da taxa de armadura para resistir ao momento torsor em  $cm^2/m$ , para cada combinação de carregamento  $i$ , correspondente ao número de ramos de um estribo:

$$\rho_{swTor\acute{c}\tilde{a}o90(i)} = \frac{|T_{sd(i)}|}{f_{ywd} \cdot 2 \cdot A_{90} \cdot \cot g(\theta)} \cdot 100 \quad (4.36)$$

- i) Cálculo da resistência decorrente das armaduras longitudinais, para cada combinação  $i$  de carregamento, devendo respeitar a seguinte equação.

$$T_{Sd(i)} \leq T_{Rd4(i)} = (A_{sl} / u_e) \cdot 2 \cdot A_e \cdot f_{ywd} \cdot \text{tg}(\theta) \quad (4.37)$$

onde:

$A_{sl}$  é a soma das áreas das seções das barras longitudinais;

$u_e$  é o perímetro de  $A_e$ , que observando a FIGURA 4.3, pode ser calculado pela equação abaixo:

$$u_e = 2 \cdot [(h_x - h_e) + (h_y - h_e)] \quad (4.38)$$

Invertendo a equação (4.37), obtém-se o valor de  $A_{sl}$ , para cada combinação  $i$  de carregamento:

$$A_{sl\text{Torção}(i)} = \frac{T_{Sd(i)} \cdot u_e}{2 \cdot A_e \cdot f_{ywd} \cdot \text{tg}(\phi)} \quad (4.39)$$

Como o processo de dimensionamento às solicitações normais é de verificação, subtrai-se a área de aço calculada pela equação (4.39) da área da armadura considerada para verificação da seção às solicitações normais, com  $T_{Sd(i)}$  igual ao valor máximo  $T_{Sd,máx}$ .

### 4.3 Esforço cortante e momento torsor combinados

Quando um elemento está submetido à força cortante e momento torsor ao mesmo tempo, é necessário verificar a resistência à compressão da diagonal do concreto sujeita a estas duas forças combinadas. Segundo o item 17.7.2 da NBR 6118:2003, a segurança está garantida se a seguinte equação for satisfeita, para cada combinação de carregamento:

$$\frac{V_{Sd(i)}}{V_{Rd2}} + \frac{T_{sd(i)}}{T_{Rd2}} \leq 1 \quad (4.40)$$

A força cortante (primeira parcela da equação (4.40) ocorre nas direções  $x$  e  $y$ , tornando-se necessário a verificação nas duas direções para todas as combinações de carregamentos  $i$ :

$$\frac{V_{Sd,x(i)}}{V_{Rd2x}} + \frac{T_{sd(i)}}{T_{Rd2}} \leq 1 \quad (4.41)$$

$$\frac{V_{Sd,y(i)}}{V_{Rd2y}} + \frac{T_{sd(i)}}{T_{Rd2}} \leq 1 \quad (4.42)$$

Se pelo menos uma das equações (4.41) e (4.42) não for satisfeita para pelo menos uma das combinações de carregamentos  $i$ , o pilar não apresenta segurança adequada.

#### 4.4 Combinação crítica e armadura efetiva

Neste ponto, já se sabe os valores das taxas de armadura transversal necessária para resistir à força cortante na direção  $x$ , força cortante na direção  $y$  e ao momento torsor para todas as combinações de carregamentos  $i$ . Resta agora somar as taxas calculadas para o esforço cortante e momento torsor de todas as combinações e adotar o maior valor encontrado, que será chamado de  $\rho_{sw,m\acute{a}x}$  e deverá ser maior do que a taxa mínima, que também já foi calculada.

$$\rho_{sw,m\acute{a}x} = \rho_{swCortante,x(i)} + 2 \cdot \rho_{swTor\c{c}ao90(i)} \text{ se } \rho_{swCortante,x(i)} > \rho_{swCortante,y(i)} \quad (4.43)$$

$$\rho_{sw,m\acute{a}x} = \rho_{swCortante,y(i)} + 2 \cdot \rho_{swTor\c{c}ao90(i)} \text{ se } \rho_{swCortante,x(i)} < \rho_{swCortante,y(i)} \quad (4.44)$$

Testam-se todas as combinações de carregamentos  $i$  e adota-se o maior valor.

Observe que o valor de  $\rho_{swTor\c{c}ao90(i)}$  é multiplicado por 2. Isso se deve ao fato de que a taxa de armadura transversal  $\rho_{swTor\c{c}ao90(i)}$  foi calculada com a variável  $A_{90}$ , conforme a equação

(4.36) diferente de  $\rho_{swCortante,x(i)}$  e  $\rho_{swCortante,y(i)}$  que são função de  $A_{sw}$ . Conforme já foi definido,  $A_{90}$  é a área da seção transversal do número de ramos de um estribo, contidas na parede equivalente, que dá  $1 \phi_t$  e  $A_{sw}$  é a área da seção transversal do estribo, que dá  $2 \phi_t$  conforme mostra a FIGURA 4.4. Posteriormente o cálculo do espaçamento é feito considerando a área de cada estribo como sendo  $2 \phi_t$ .

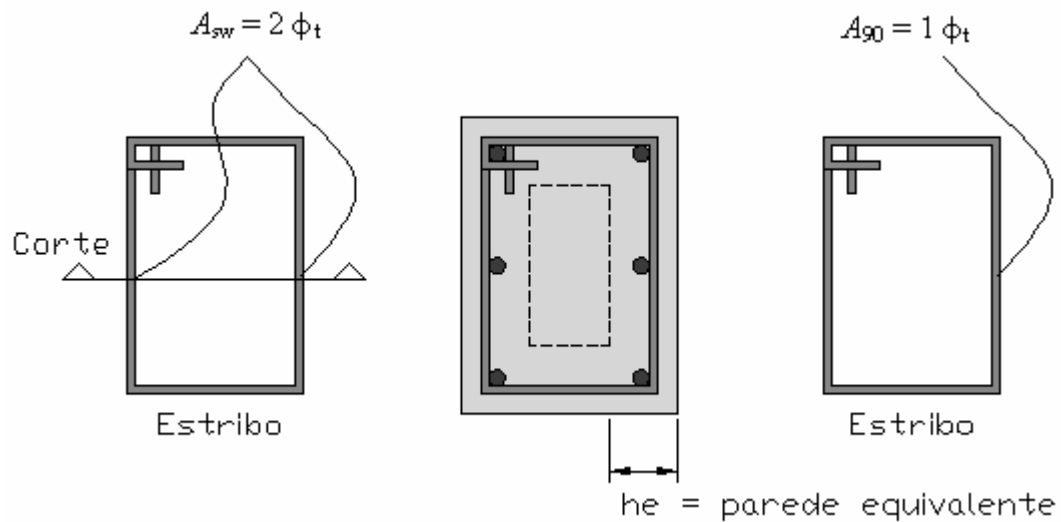


FIGURA 4.4 -  $A_{sw}$  e  $A_{90}$ .

Calculado  $\rho_{sw,m\acute{a}x}$ , falta ainda comparar o seu valor com a taxa mínima  $\rho_{swTaxaM n}$ , calculada em 4.1 k), adotando-se o maior valor.

Definido uma bitola para os estribos,   possível calcular o espaçamento utilizando uma simples regra de três, que resulta na equação (4.46) :

$$\rho_{sw} \left( \frac{cm^2}{m} \right) = \frac{\rho_{sw}}{100} \left( \frac{cm^2}{cm} \right) = \frac{2\phi_t (cm^2)}{s_{t,Calc} (cm)} \quad (4.45)$$

$$s_{t,Calc} = \frac{100 \cdot 2\phi_t}{\rho_{sw}} (cm) \quad (4.46)$$

O valor do espaçamento calculado  $s_{t,Calc}$  provavelmente resultará em um valor “quebrado”, como por exemplo 11,1532569 cm. Não é possível medir valores tão pequenos na prática, sendo necessário “arredondar” este valor, sempre para baixo (a favor da segurança), a fim de se obter um valor conveniente para o armador que neste caso seria por exemplo 11 cm. Em um programa de dimensionamento automático é interessante permitir que o usuário configure se o espaçamento deve ser múltiplo de 0,5, 1, 2, 2,5 ou 5 cm. Alguns exemplos de arredondamento de espaçamento dos estribos estão presentes na TABELA 4.1.

TABELA 4.1 - Exemplos de arredondamento no espaçamento dos estribos

Espaçamento calculado (cm)	Espaçamento múltiplo de (cm):				
	0,5	1	2	2,5	5
$s_{t,Calc}$	Espaçamento efetivo (cm)				
	$s_t$				
5,12394	5,0	5	4	5,0	5
6,98477	6,5	6	6	5,0	5
7,64988	7,5	7	6	7,5	5
9,64887	9,5	9	8	7,5	5
10,35498	10,0	10	10	10,0	10
10,56741	10,5	10	10	10,0	10
12,84987	12,5	12	12	12,5	10
14,24981	14,0	14	14	12,5	10
15,39844	15,0	15	14	15,0	15
15,56794	15,5	15	14	15,0	15
17,65111	17,5	17	16	17,5	15
18,64982	18,5	18	18	17,5	15
19,22648	19,0	19	18	17,5	15
20,13541	20,0	20	20	20,0	20

Calculado o espaçamento efetivo, basta compará-lo ao valor do espaçamento máximo exigido pela NBR 6118:2003, estudado no item 5.1; se o espaçamento efetivo calculado for maior, adota-se o valor do espaçamento máximo. Se o espaçamento for menor que um valor mínimo estipulado, considera-se que o pilar não apresenta segurança adequada, sendo necessário adotar uma bitola maior ou aumentar as dimensões do pilar.



## 5. Geometria da seção e detalhamento

Dentre os dados a serem fornecidos para o dimensionamento de pilares, alguns se referem a geometria e dimensões da seção além do arranjo da armadura. São indispensáveis em qualquer cálculo de flexão simples ou composta.

No caso de seções retangulares basta que sejam definidas as duas dimensões do retângulo:  $h_x$  e  $h_y$ . É conveniente distribuir a armadura em todo o perímetro da seção, com espaçamentos constantes em cada face e barras de mesma bitola, conforme mostra a FIGURA 5.1.

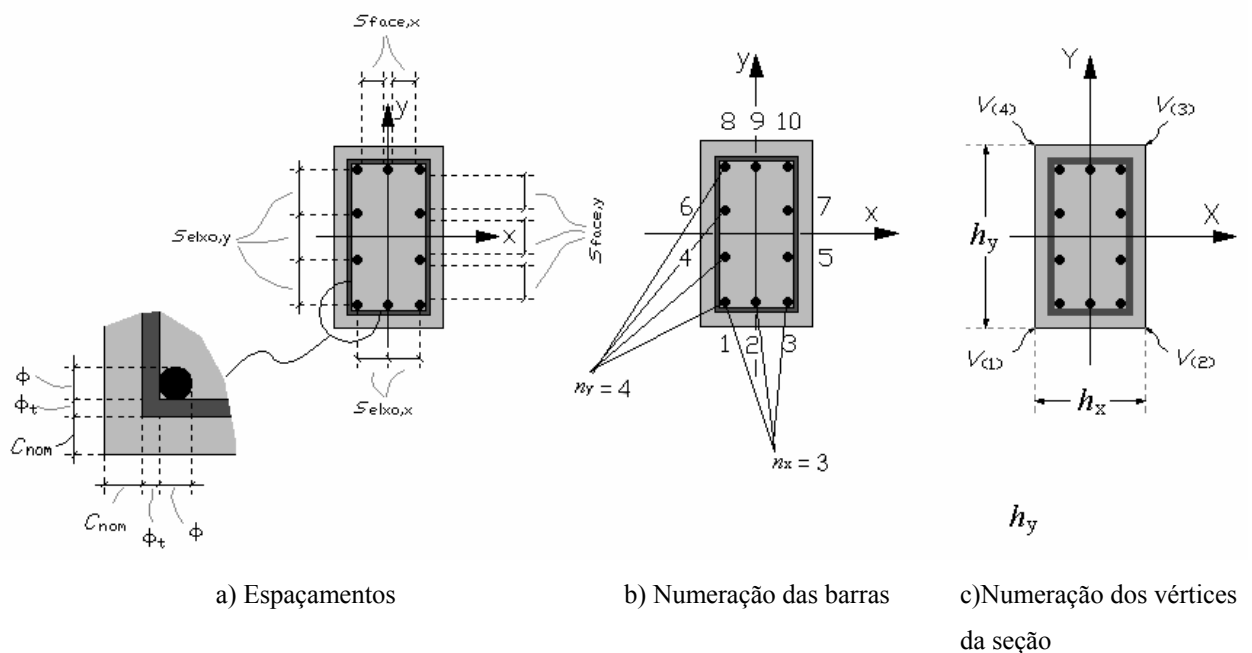


FIGURA 5.1 - Seção transversal e arranjo da armadura da seção retangular.

onde:

$h_x$  é a dimensão das faces da seção transversal paralelas ao eixo  $x$ ;

$h_y$  é a dimensão das faces da seção transversal paralelas ao eixo  $y$ ;

$\phi$  é o diâmetro das barras longitudinais;

$\phi_t$  é o diâmetro dos estribos;

$c_{\text{nom}}$  é o cobrimento nominal;

$s_{\text{face},x}$  é o espaçamento entre faces das barras longitudinais, na direção  $x$ ;

$s_{\text{face},y}$  é o espaçamento entre faces das barras longitudinais, na direção  $y$ ;

$s_{\text{eixo},x}$  é o espaçamento entre eixos das barras longitudinais, na direção  $x$ ;

$s_{\text{eixo},y}$  é o espaçamento entre eixos das barras longitudinais, na direção  $y$ ;

$V_{(i)}$  é o vértice  $i$  da seção transversal;

$n_x$  é o número de barras longitudinais em uma das faces  $h_x$ ;

$n_y$  é o número de barras longitudinais em uma das faces  $h_y$ ;

$n_{\text{tot}}$  é o número total de barras longitudinais;

No PDOP, os dados de entrada são  $h_x$ ,  $h_y$ ,  $c_{\text{nom}}$ ,  $\phi$ ,  $\phi_t$ ,  $n_x$  e  $n_y$ . A quantidade, posição, numeração e espaçamento das barras longitudinais e a numeração dos vértices da seção são calculados automaticamente.

## 5.1 Condições exigidas pela NBR 6118:2003

Algumas condições de detalhamento devem ser atendidas para que as hipóteses de cálculo sejam válidas. Os coeficientes de segurança e os critérios de dimensionamento encontrados na NBR 6118:2003 podem ser admitidos válidos desde que sejam respeitados alguns valores limites referentes a taxas, espaçamentos e diâmetros das armaduras além das dimensões dos elementos.

### Dimensões

A maior dimensão da seção transversal deve ser inferior a cinco vezes a menor dimensão. Se não for, o pilar deve ser tratado como pilar parede.

A seção transversal não deve apresentar dimensão menor que 19 cm. Em casos especiais, permite-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 12 cm, desde que se multipliquem as ações a serem consideradas no dimensionamento (já majoradas pelo coeficiente  $\gamma_f$  - item 2.3.2)

por um coeficiente adicional  $\gamma_n$ , de acordo com a equação indicada na TABELA 5.1. Em qualquer caso não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm<sup>2</sup>.

**TABELA 5.1** - Valores do coeficiente adicional  $\gamma_n$  (tabela 13.1 da NBR 6118:2003)

$b$ cm	$\geq 19$	18	17	16	15	14	13	12
$\gamma_n$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35

Onde:

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 b;$$

$b$  é a menor dimensão da seção transversal do pilar.

NOTA - O coeficiente  $\gamma_n$  deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nos pilares, quando de seu dimensionamento.

### Armadura longitudinal

Em seções poligonais, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice e devem ser respeitadas as seguintes condições:

- diâmetro mínimo: 10 mm
- diâmetro máximo: 1/8 da menor dimensão
- taxa mínima:  $A_{s,\min} = (0,15 N_d / f_{yd}) \geq 0,4\% A_c$
- taxa máxima:  $A_{s,\max} = 8,0\% A_c$  (considerando-se inclusive a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda).

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, fora da região de emendas, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

- 20 mm;
- $\phi$  (diâmetro da barra);
- 1,2 vezes a dimensão máxima característica do agregado graúdo;

O espaçamento máximo entre eixos das barras longitudinais deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores:

- 400 mm;
- duas vezes a menor dimensão da seção no trecho considerado.

O comprimento de ancoragem básico das armaduras consideradas retas pode ser calculado conforme a equação (5.1).

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (5.1)$$

onde:

$l_b$  é o comprimento de ancoragem básico;

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd}$$

$\eta_1 = 1,0$  para barras lisas (CA-25);

$\eta_1 = 1,4$  para barras entalhadas (CA-60);

$\eta_1 = 2,25$  para barras nervuradas (CA-50);

$\eta_2 = 1,0$  para situações de boa aderência (inclinação maior que 45° sobre a horizontal - é o caso dos pilares);

$\eta_3 = 1,0$  para  $\phi < 32$  mm;

$\eta_3 = (132 - \phi) / 100$ , para  $\phi \geq 32$  mm, ( $\phi$  é o diâmetro da barra em milímetros);

### Armadura transversal

O espaçamento longitudinal entre estribos, medido na direção do eixo do pilar, para garantir o posicionamento, impedir a flambagem das barras longitudinais e garantir a costura das emendas de barras longitudinais nos pilares usuais, deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores:

- 20 cm
- menor dimensão da seção
- 24  $\phi$  para armadura longitudinal categoria CA-25, 12  $\phi$  para armadura longitudinal categoria CA-50

O diâmetro dos estribos em pilares não deve ser inferior a 5 mm nem a  $\frac{1}{4}$  do diâmetro da barra isolada ou diâmetro equivalente do feixe que constitui a armadura longitudinal.

Pode ser adotado o valor  $\phi_t$  menor do que  $\frac{1}{4}$  de  $\phi$ , desde que as armaduras sejam constituídas do mesmo tipo de aço e o espaçamento respeite também a limitação:

$$- 90000 \left( \frac{\phi_t^2}{\phi} \right) \cdot \frac{1}{f_{yk}} \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa.}$$

No item 18.4.3 da NBR 6118:2003, também consta que quando houver necessidade de armaduras transversais para forças cortantes e torção, os valores dos espaçamentos devem ser comparados com os mínimos especificados no item 18.3 da NBR 6118:2003, que trata de vigas, adotando-se o menor dos limites especificados. Porém, a ocorrência de forças cortantes ou momento torsores elevados no cálculo de pilares é usualmente rara e limitada aos casos de grandes forças horizontais aplicadas. Os limites exigidos para vigas não serão considerados, mesmo porque o dimensionamento das armaduras transversais não é um dos focos principais deste trabalho. Para chegar a uma conclusão sobre isso seriam necessários mais estudos.

A ancoragem dos estribos deve necessariamente ser garantida por meio de ganchos ou barras longitudinais soldadas. No caso de estribos de pilares usuais a ancoragem é feita por aderência, com ganchos, que segundo o item 9.4.6 da NBR 6118:2003 podem ser:

- semicirculares ou em ângulo de  $45^\circ$  interno (ver FIGURA 5.2), com ponta reta de comprimento igual a  $5 \phi_t$ , porém não inferior a 5 cm.
- em ângulo reto (ver FIGURA 5.2), com ponta reta de comprimento maior ou igual a  $10 \phi_t$ , porém não inferior a 7 cm.

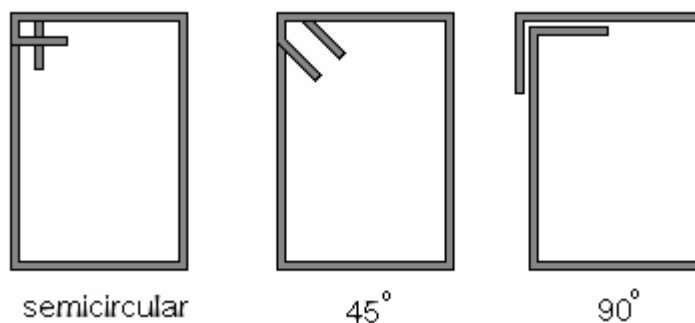


FIGURA 5.2 - Tipos de dobramento de ganchos dos estribos.

Segundo o item 9.4.6.1 da NBR 6118:2003, o diâmetro interno da curvatura dos estribos deve ser, no mínimo, igual ao índice dado na TABELA 5.2

TABELA 5.2 - Diâmetro dos pinos de dobramento para estribos (tabela 9.2 da NBR 6118:2003).

Bitola mm	Tipo de aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
$\leq 10$	$3 \phi_t$	$3 \phi_t$	$3 \phi_t$
$10 < \phi < 20$	$4 \phi_t$	$5 \phi_t$	–
$\geq 20$	$5 \phi_t$	$8 \phi_t$	–

Sempre que houver possibilidade de flambagem das barras da armadura, situadas junto à superfície do elemento estrutural, devem ser tomadas precauções para evitá-la. O item 18.2.4 da NBR 6118:2003 trata deste assunto, e apresenta as indicações que seguem nos próximos dois parágrafos:

“Os estribos poligonais garantem contra a flambagem as barras longitudinais situadas em seus cantos e as por eles abrangidas, situadas no máximo à distância de  $20 \phi_t$  do canto, se nesse trecho de comprimento  $20 \phi_t$  não houver mais de duas barras, não contando a de canto. Quando houver mais de duas barras nesse trecho ou barra fora dele, deve haver estribos suplementares.

Se o estribo suplementar for constituído por uma barra reta, terminada em ganchos, ele deve atravessar a seção do elemento estrutural e os seus ganchos devem envolver a barra longitudinal. Se houver mais de uma barra longitudinal a ser protegida junto à mesma

extremidade do estribo suplementar, seu gancho deve envolver um estribo principal em ponto junto a uma das barras, o que deve ser indicado no projeto de modo bem destacado.”

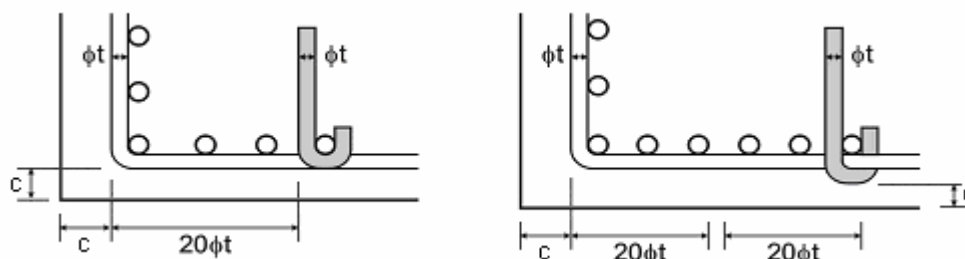


FIGURA 5.3 - Proteção contra flambagem das barras (figura 18.2 da NBR 6118:2003).

O cálculo do comprimento total dos estribos é usado para o corte das armaduras em obra e para o cálculo dos quantitativos (peso total de aço). Também é necessário calcular a distância entre as faces de fora dos estribos para o dobramento das armaduras.

### Concreto

O desempenho da durabilidade da estrutura deve ser garantido por parâmetros mínimos exigidos pela NBR 6118:2003 em função ao tipo e nível de agressividade. A durabilidade das estruturas depende das características do concreto e da espessura do concreto do cobrimento da armadura. Devem ser respeitados os valores mínimos da TABELA 5.3.

TABELA 5.3 - Correspondência entre classe de agressividade com a qualidade do concreto e o cobrimento nominal de elementos estruturais de concreto armado

	Classe de agressividade ambiental			
	I	II	III	IV
Classe do concreto (ABNT NBR 8953)	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
Cobrimento nominal da armadura de pilares para $\Delta c = 10\text{mm}$	25mm	30mm	40mm	50mm

onde:

$\Delta_c$  é a tolerância de execução para o cobrimento;

As classes de agressividade ambiental são apresentadas na TABELA 5.4

**TABELA 5.4** - Classes de agressividade ambiental (tabela 6.1 da NBR 6118:2003)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana <sup>1), 2)</sup>	pequeno
III	Forte	Marinha <sup>1)</sup>	grande
		Industrial <sup>1), 2)</sup>	
IV	Muito forte	Industrial <sup>1), 2)</sup>	elevado
		Respingos de Maré	

1) Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientais com concreto revestido com argamassa e pintura).

2) Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (num nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes propriamente secos, ou regiões onde chove raramente.

3) Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Segundo o item 7.4.7.4 da NBR 6118:2003, quando houver um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução pode ser adotado o valor  $\Delta_c = 5$  mm, mas a exigência de controle rigoroso deve ser explicada nos desenhos de projeto. Permite-se então a redução dos cobrimentos nominais prescritos na TABELA 5.3 em 5 mm.

A dimensão máxima característica do agregado graúdo utilizado no concreto não pode superar em 20% a espessura nominal do cobrimento, ou seja:

$$d_{\text{máx}} \leq 1,2 c_{\text{nom}}$$

onde:



$d_{\text{máx}}$  é a dimensão máxima característica do agregado graúdo

$c_{\text{nom}}$  é o cobrimento nominal (cobrimento acrescido da tolerância de execução)

Os cobrimentos nominais mínimos estão sempre referidos à superfície da armadura externa, em geral à face externa do estribo. Além de respeitar as condições da TABELA 5.3, deve ser garantido que o cobrimento nominal de uma barra seja sempre maior que seu próprio diâmetro:

$$c_{\text{nom},\phi} \geq \phi$$

$$c_{\text{nom},\phi_t} \geq \phi_t$$

Onde:

$c_{\text{nom},\phi}$  é o cobrimento das barras longitudinais;

$c_{\text{nom},\phi_t}$  é o cobrimento dos estribos (igual a  $c_{\text{nom}}$ );

$\phi$  é a bitola (diâmetro) das barras longitudinais;

$\phi_t$  é a bitola (diâmetro) dos estribos;

## 6. Processo de otimização dos resultados

Uma característica extremamente importante num programa de cálculo estrutural é a possibilidade de serem testadas várias alternativas, dando condições à escolha de uma solução mais viável economicamente (a solução “ótima”), que é determinada pelo custo. O custo de execução de um pilar depende da quantidade e preço dos materiais (concreto, aço e fôrmas) além da mão de obra (tempo de execução).

Para o dimensionamento dos pilares, as dimensões da seção retangular e a resistência do concreto devem ser previamente definidos. Fixados a resistência do concreto e as dimensões do pilar, fica definido o custo em concreto e formas. Então os critérios que definem a melhor solução são em função exclusivamente do arranjo da armadura.

No caso do dimensionamento de um lance de pilar com seção constante e previamente fixada, as possíveis alternativas são encontradas testando as várias bitolas disponíveis comercialmente para barras longitudinais e estribos além dos vários arranjos possíveis da armadura longitudinal.

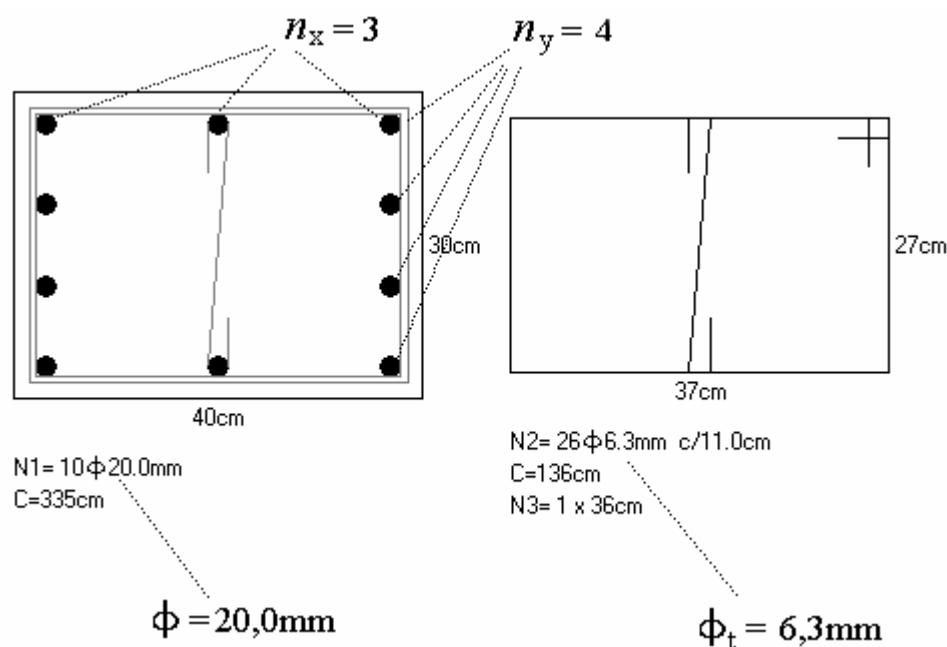
Para que todos os arranjos de armadura sejam testados num programa de dimensionamento automático, podem ser distribuídas várias sub-rotinas de cálculo em quatro laços principais, de forma estratégica para tornar o processo o mais rápido possível. Com os quatro laços apresentados na seqüência, todos os arranjos para todos os tipos de bitolas de barras longitudinais e estribos são testados.

- 1º - Variação da bitola das barras longitudinais:  $\phi$  inicia pela barra de maior diâmetro, decrescendo até a barra de menor diâmetro.
- 2º - Variação da bitola dos estribos:  $\phi_t$  inicia pela barra de maior diâmetro, decrescendo até a barra de menor diâmetro.
- 3º - Variação do número de barras nas faces da direção  $y$  ( $h_y$ ):  $n_y$  inicia com 2 barras, aumentando até um número máximo que é função do espaçamento mínimo entre elas, definido no item 5.1.

- 4º - Variação do número de barras nas faces da direção  $x$  ( $n_x$ ):  $n_x$  inicia com 2 barras, aumentando até um número máximo que é função do espaçamento mínimo entre elas definido no item 5.1.

A quantidade de estribos é calculada durante o dimensionamento em função da taxa de armadura transversal necessária e da bitola adotada.

As soluções têm 4 dimensões, pois dependem de 4 variáveis:  $\phi$ ,  $\phi_t$ ,  $n_x$  e  $n_y$ . Neste texto, cada solução será denominada conforme mostra a FIGURA 6.1.



$Sol\zeta (\phi; \phi_t; n_y; n_x) \rightarrow$  variável genérica

$Sol\zeta (20 \text{ mm}; 6,3 \text{ mm}; 4; 3) \rightarrow$  variável correspondente ao detalhamento da figura

FIGURA 6.1 - Denominação das soluções

A parte mais demorada no processo de dimensionamento é a verificação da segurança às solicitações normais. Por ser um processo iterativo, o tempo de processamento despendido se torna muito maior do que todo o restante do programa. Por este motivo, é importante assegurar que a verificação da segurança só seja feita quando realmente necessária.

Na realidade não é preciso testar todos os arranjos de armadura. Como exemplo suponha que para uma possível solução  $Sol\zeta$  (20 mm; 6,3 mm; 4; 3) , correspondente a FIGURA 6.1, foi verificado que a segurança não é atendida; fica evidente que as possíveis soluções  $Sol\zeta$  (20 mm, 12,5 mm ou 10 mm; 6,3 mm; 4, 3 ou 2; 3 ou 2) também não apresentarão segurança. Caso fosse atendida a segurança para o mesmo exemplo, ficaria evidente que outras possíveis soluções  $Sol\zeta$  (20 mm, 25 mm, 32 mm ou 40 mm; 6,3 mm ou 5 mm; 4, 5 ou 6 ...; 3, 4 ou 5...) também apresentariam resistência suficiente e com certeza maior. Neste caso as soluções com  $\phi_t = 5,0$  mm estarão garantidas porque diminuindo o diâmetro dos estribos, a resistência às solicitações normais será obrigatoriamente maior, pois a armadura longitudinal se afasta do centro, aumentando a inércia. Este recurso, que será chamado de “pré-verificação” e alguns outros artificios que fazem parte do assunto do capítulo 7, foram cuidadosamente criados para impedir cálculos desnecessários, buscando sempre tornar o tempo de processamento o menor possível. O recurso da “pré-verificação” funciona da seguinte maneira:

- se  $Sol\zeta (\phi; \phi_t; n_y; n_x)$  não atender a segurança referente às solicitações normais, então  $Sol\zeta (\phi$  até menor  $\phi; \phi_t; n_y; n_x)$  também não atendem.
- se  $Sol\zeta (\phi; \phi_t; n_y; n_x)$  atender a segurança referente às solicitações normais, então  $Sol\zeta (\phi; \phi_t$  até menor  $\phi_t; n_y$  até  $n_{y,máx}; n_x$  até  $n_{x,máx})$  também atendem.

O item 8.5 a) demonstra com um exemplo o funcionamento da “pré-verificação”.

As bitolas a serem testadas e os preços delas devem ser definidos pelo usuário do programa de dimensionamento automático, conforme mostra o exemplo do item 8.5.

## **6.1 Critérios para escolha da melhor solução**

É possível fazer uma otimização automática dos resultados, seguindo alguns critérios básicos de escolha das soluções. Estes critérios visam a economia durante a execução, seja de tempo e/ou material. Quanto aos gastos em material, é só verificar quais soluções apresentam menor custo total de aço (para uma mesma seção). Já o tempo e a dificuldade de execução, dependem da quantidade de barras longitudinais e suas bitolas, quantidade de estribos, estribos suplementares e suas bitolas.

Quanto menos barras longitudinais, estribos e estribos suplementares, mais rápido é o preparo das armaduras durante a execução e quanto menor o diâmetro das barras, mais fácil se torna o dobramento e o corte das armaduras. O critério do número de barras e do diâmetro da bitola são opostos, pois utilizando bitolas menores é necessário maior quantidade de barras, e se for desejado usar menor quantidade de barras se torna necessário utilizar bitolas maiores.

O procedimento proposto para escolha automática das soluções é realizado no PDOP, conforme mostra o item 7.1.

## **7. Seqüência de cálculo do PDOP**

Neste capítulo é apresentada a seqüência de cálculo do PDOP e seu funcionamento, que são informações importantes para quem deseja criar ou implementar programas para cálculo automático de pilares.

Os critérios adotados no programa são os mesmos apresentados ao longo do texto.

Todo o código do PDOP está organizado numa sub-rotina principal que tem um começo comum, tanto para o dimensionamento direto (testa 1 arranjo de armadura) como para o dimensionamento otimizado (testa vários arranjos de armadura), que são os quadros 1 a 4 da FIGURA 7.1. A partir deste ponto o código se divide em duas partes, um para o dimensionamento direto e outro para o dimensionamento otimizado, sendo que a seqüência do segundo caso é mais interessante.

No dimensionamento otimizado as sub-rotinas estão organizadas de maneira mais apropriada, pois serão usadas várias e várias vezes e não convém calcular dados desnecessários ou dados que já estão na memória. Além disso a sua organização visa a possibilidade de tomar diferentes caminhos em locais apropriados, depois de certas verificações, para economizar tempo de processamento. Outra importante diferença é que no dimensionamento direto o PDOP lê os dados do arranjo da armadura, enquanto que no dimensionamento otimizado o diâmetro das bitolas e a quantidade de barras vão variando conforme vão sendo testadas as várias soluções. A seqüência do processo otimizado está resumida no fluxograma da FIGURA 7.1 e descrita logo na seqüência.

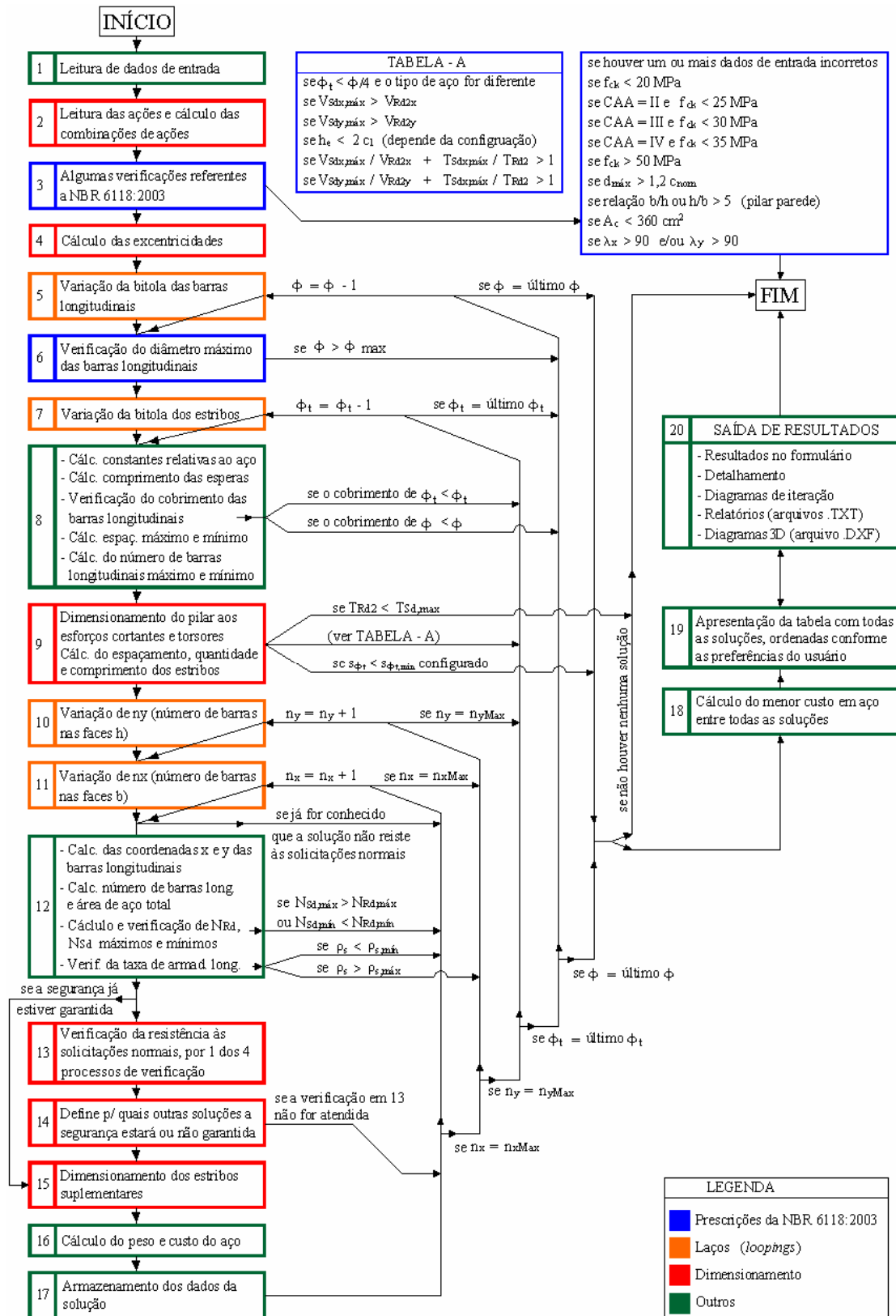


FIGURA 7.1 - Fluxograma da seqüência do dimensionamento otimizado.

## 1 Leitura dos dados de entrada

Leitura de vários dados de entrada e cálculo de algumas variáveis usadas no dimensionamento, que são:

- Leitura das unidades usadas para entrada de dados e saída de resultados para esforço normal, momento fletor, esforço cortante, momento torsor,  $f_{ck}$  e  $E_s$ ;
- Leitura dos tipos de vínculo nas direções  $x$  e  $y$ , diâmetro, peso linear e preço linear de todas as bitolas de aço e tipo de verificação da resistência adotado;
- Leitura de  $h_x, h_y, l, l_{ex}, l_{ey}, f_{ck}, \gamma_c, \gamma_s, \Delta\alpha, d_{m\acute{a}x}, Prec_{Nd}, E_s, c_{nom}, s_{t,min}, s_{t,m\acute{u}ltiplo}$ ;
- Cálculo da menor dimensão,  $\gamma_n$  para pilares com menor dimensão  $< 19$  cm, coordenadas  $x$  e  $y$  dos vértices da seção em relação ao C.G. e área da seção de todas as bitolas de aço;
- Cálculo de  $A_c, \lambda_x, \lambda_y, f_{cd}, \sigma_{cd}, f_{ct,m}, f_{ctk,inf}$  e  $f_{ctd}, n_{Ternos}$ ;

## 2 Leitura das ações e cálculo das combinações de ações

A leitura das ações pode ser de duas maneiras: uma única ação com valores de cálculo (esforços já majorados) ou várias ações com seus respectivos valores de  $\gamma_{f,desf}, \gamma_{f,fav}, \Psi_0, \Psi_1$  e  $\Psi_2$ , conforme o item 2.3.2. Da segunda maneira o PDOP já calcula todas as combinações de ações nesta mesma etapa. As ações são  $N_{S,(i)}, M_{S,x(Topo)(i)}, M_{S,x(Base)(i)}, M_{S,y(Topo)(i)}, M_{S,y(Base)(i)}, V_{S,x(i)}, V_{S,y(i)}$  e  $T_{S,(i)}$  onde  $i$  é a ação. Os valores de cálculo têm nomenclatura semelhante, basta trocar o coeficiente  $s$  por  $sd$ , onde  $s$  significa “solicitante” e  $d$  representa “de cálculo”. Muda também o coeficiente  $(i)$ , que neste caso representa combinação ao invés de ação.

## 3 Algumas verificações referentes a NBR 6118:2003

Algumas prescrições normativas já podem ser verificadas. Tais verificações estão descritas na tabela do lado direito e em cima da FIGURA 7.1. Se alguma prescrição não for obedecida, o PDOP encerra após emitir uma mensagem de erro.



#### 4 Cálculo das excentricidades

Nesta etapa são calculados todas as excentricidades conforme o item 2.4. Os valores das excentricidades não dependem do arranjo nem da bitola da armadura, por isso podem ser calculadas logo no começo, apenas uma vez, independente do arranjo que será usado posteriormente.

#### 5 Variação da bitola das barras longitudinais

1º laço.  $\phi$  inicia pelo vergalhão de maior diâmetro, decrescendo até o de menor diâmetro.

#### 6 Verificação do diâmetro máximo das barras longitudinais

A NBR 6118:2003 estabelece um limite máximo do diâmetro das barras longitudinais, que é função da menor dimensão do pilar. Se o valor de  $\phi$  for maior do que este limite, toma-se o caminho da direita e conseqüentemente serão testadas soluções com  $\phi$  menor.

#### 7 Variação da bitola dos estribos

2º laço.  $\phi_t$  inicia pelo vergalhão de maior diâmetro, decrescendo até o de menor diâmetro.

#### 8 Cálculos

- Constantes relativas ao aço, em função de  $\phi$  e  $\phi_t$ . As constantes são:  $f_{yk}, f_{yd}, \epsilon_{yd}, \sigma_2, f_{ywk}$  e  $f_{ywd}$ .
- $l_b$  (comprimento das esperas), dado no item 5.1.
- Verificação do cobrimento das barras longitudinais e estribos. Segundo o item 7.4.7.5 a) da NBR 6118:2003 o cobrimento nominal de uma determinada barra deve ser no mínimo maior que seu próprio diâmetro. Se tal exigência não for satisfeita, podem ocorrer duas situações: se estiver configurado que para nestes casos a solução não deve ser aceita, toma-se um dos caminhos da direita, testando-se o próximo  $\phi$  ou  $\phi_t$  que terá menor diâmetro. O caminho de baixo será seguido se estiver configurado para que o cobrimento seja corrigido (valor múltiplo

de 0,5 imediatamente superior a  $\phi$  ou  $\phi_t$ ). O caminho de baixo será seguido de qualquer maneira sempre que o cobrimento de  $\phi$  e  $\phi_t$  for maior que seus respectivos diâmetros.

– Número máximo e mínimo de barras nas faces  $h_x$  e  $h_y$  para que os espaçamentos máximo entre eixos e mínimo entre faces das barras, apresentados no item 5.1, sejam respeitados.

## 9 Dimensionamento do pilar aos esforços cortantes e torsões. Cálculo do espaçamento quantidade e comprimento dos estribos

Verificação e dimensionamento da armadura transversal do pilar aos esforços cortantes e torsões conforme o capítulo 4, com exceção dos estribos suplementares que são dimensionados mais adiante.

Se  $T_{Rd2} < T_{Sd,Máx}$  (maior momento tisor entre todas as combinações) toma-se o caminho da direita superior, finalizando sem nenhuma solução, já que  $T_{Rd2}$  representa o limite dado pela resistência das diagonais comprimidas de concreto que independem do arranjo da armadura.

O caminho da direita central será seguido se acontecer pelo menos uma das situações da tabela A da FIGURA 7.1. Esta tabela apresenta 4 situações que dependem de  $V_{Rd2x}$  e/ou  $V_{Rd2y}$ . O valor de  $V_{Rd2}$ , ao contrário de  $T_{Rd2}$ , depende das bitolas da armadura, pois é calculado em função de  $d$  (altura útil da seção) que por sua vez depende do diâmetro das barras longitudinais e dos estribos. Por este motivo não se toma o caminho da direita superior quando ocorre uma destas quatro situações.

O limite  $\phi_t \leq \frac{1}{4} \phi$  deve ser respeitado se o tipo de aço dos estribos for diferente do aço das barras longitudinais e o parênteses “(depende da configuração)” é comentado no item 4.2 d).

O caminho da direita inferior será seguido se o espaçamento calculado para  $\phi_t$  for inferior ao mínimo configurado, já que não adiantaria testar o restante das bitolas dos estribos, pois quanto menor o diâmetro do estribo menor serão os espaçamentos.

## 10 Variação de $n_y$ (número de barras nas faces $h_y$ )

3º laço.  $n_y$  começa por 2 ou o número mínimo até o número máximo de barras, ambos calculados na alínea 8.

## 11 Variação de $n_x$ (número de barras nas faces $h_x$ )

4º laço.  $n_x$  começa por 2 ou o número mínimo até o número máximo de barras, ambos calculados na alínea 8.

Toma-se o caminho da direita se já for conhecido que a solução não apresenta capacidade de resistir às solicitações normais (artifício da pré-verificação comentada no capítulo 6).

Repare que programa não encerra os laços das variações do número de barras longitudinais (alíneas 10 e 11) mesmo quando já foi encontrado soluções que atendam a segurança e tenham menor número total de barras longitudinais do que as próximas soluções que serão testadas, para mesmas bitolas. É praticamente certo que as soluções que virão na seqüência serão menos econômicas que as já calculadas, exceto quando as barras longitudinais acrescentadas diminuirão bruscamente o número estribos suplementares. Poderia ser criado algum artifício para encerrar estes laços, partindo para a próxima bitola, porém, para estas outras soluções não será realizado a verificação da resistência às solicitações normais, que é a etapa demorada do processo de dimensionamento.

## 12 Cálculos

- Coordenadas  $x$  e  $y$  das barras longitudinais em relação ao C.G. da seção transversal, usadas no processo iterativo da linha neutra.
- Cálculo do número de barras longitudinais e área de aço total
- Cálculo de  $N_{Rd,máx}$  (esforço normal resistente à compressão centrada) e  $N_{Rd,mín}$  (esforço normal resistente à tração centrada). Estes valores devem ser comparados com o esforço solicitante máximo ( $N_{Sd,máx}$ ) e mínimo ( $N_{Sd,mín}$ ), pois o pilar deverá resistir a estes esforços mesmo sem nenhum momento aplicado. Se o pilar não resistir toma-se o caminho da direita aumentando o número de barras longitudinais.
- Verificação da taxa mínima e máxima conforme o item 17.3.5.3 da NBR 6118:2003. Se a taxa mínima não for respeitada, toma-se o caminho da direita central aumentando o número de barras. Se a taxa for maior que o máximo toma-se o caminho da direita inferior, que aumenta  $n_y$ , porém recomeça o 4º laço com o  $n_x$  igual ao mínimo.

Continuado a partir daqui, pode-se tomar 2 caminhos: o caminho da esquerda se for conhecido que o pilar tem capacidade de resistir às solicitações normais com o arranjo usado e o caminho de baixo se ainda não for conhecido.

### 13 Verificação da resistência às solicitações normais, por 1 dos 4 processos de verificação

A verificação da resistência será realizada por 1 dos 4 processos propostos no capítulo 3.

### 14 Define para quais outras soluções a segurança estará ou não garantida

Pré-verificação: define se algumas outras soluções terão ou não a capacidade de resistir às solicitações normais atuantes.

Toma o caminho da direita se a segurança em 13 não for verificada, pois a atual solução  $Solç(\phi; \phi_t; n_y; n_x)$  não pode ser utilizada e então não deve ser armazenada.

### 15 Dimensionamento dos estribos suplementares

Os estribos suplementares são dimensionados conforme o item 5.1

### 16 Cálculo do peso e custo de aço

Nesta etapa é somado o peso e o preço dos estribos e das barras longitudinais. O preço de cada bitola é dado de entrada do programa na janela das configurações.

### 17 Armazenamento dos dados da solução

Os dados específicos de cada solução que atende as exigências da norma e resiste aos esforços solicitantes vão sendo armazenados na memória.

### 18 Cálculo do menor custo em aço entre todas as soluções

O PDOP varre todas as soluções e guarda o valor do menor custo de aço entre todas elas. Posteriormente serão determinados quanto desperdício cada solução apresenta em relação à mais econômica.

#### 19 Apresentação da tabela com todas as soluções, conforme preferências do usuário

Enfim é apresentada uma tabela com TODOS os resultados possíveis. Esta tabela possui recursos para ordenar os resultados conforme os critérios de otimização definidos pelo usuário, apresentados no item 7.1, facilitando a visualização geral e a escolha do detalhamento final.

#### 20 Saída de resultados

Alguns resultados são dados na janela principal, e vários outros nos relatórios de cálculo, que são arquivos texto (.TXT). Também são apresentados mais três resultados gráficos, que são:

- Detalhamento da seção com os dados necessários para execução
- Desenho em escala do diagrama de iteração de qualquer combinação de carregamento escolhida na janela principal. Corresponde a fatia horizontal da superfície resistente incluído desenho dos momentos resistentes e solicitantes.
- Superfície resistente tridimensional, incluindo superfície resistente idealizada real, retas de interpolação usadas nos processos simplificados e momentos solicitantes. É um arquivo de imagem vetorial 3D, no formato .DXF. A FIGURA 2.26, FIGURA 3.3, FIGURA 3.5, FIGURA 3.9 e FIGURA 8.21 e apresentam estes gráficos gerados pelo PDOP.

## **7.1 Dimensionamento otimizado**

O autor julga que a maneira mais adequada de se obter a solução “ótima”, na maioria dos casos, não deve ser realizada automaticamente pelo computador, depende da interação do usuário. O que se pode fazer é facilitar as decisões do projetista usando alguns recursos computacionais.

O PDOP cria uma tabela que apresenta todas as soluções possíveis, com ferramentas que facilitam a escolha do usuário. O objetivo de tais ferramentas é proporcionar boa visualização e permitir fácil e rápida reordenação das soluções em função dos critérios de economia: peso de aço (custo do material) e tempo de execução (mão de obra).

O funcionamento da tabela de resultados é demonstrado com auxílio da FIGURA 7.2 e com as explicações que vêm na seqüência.

Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua

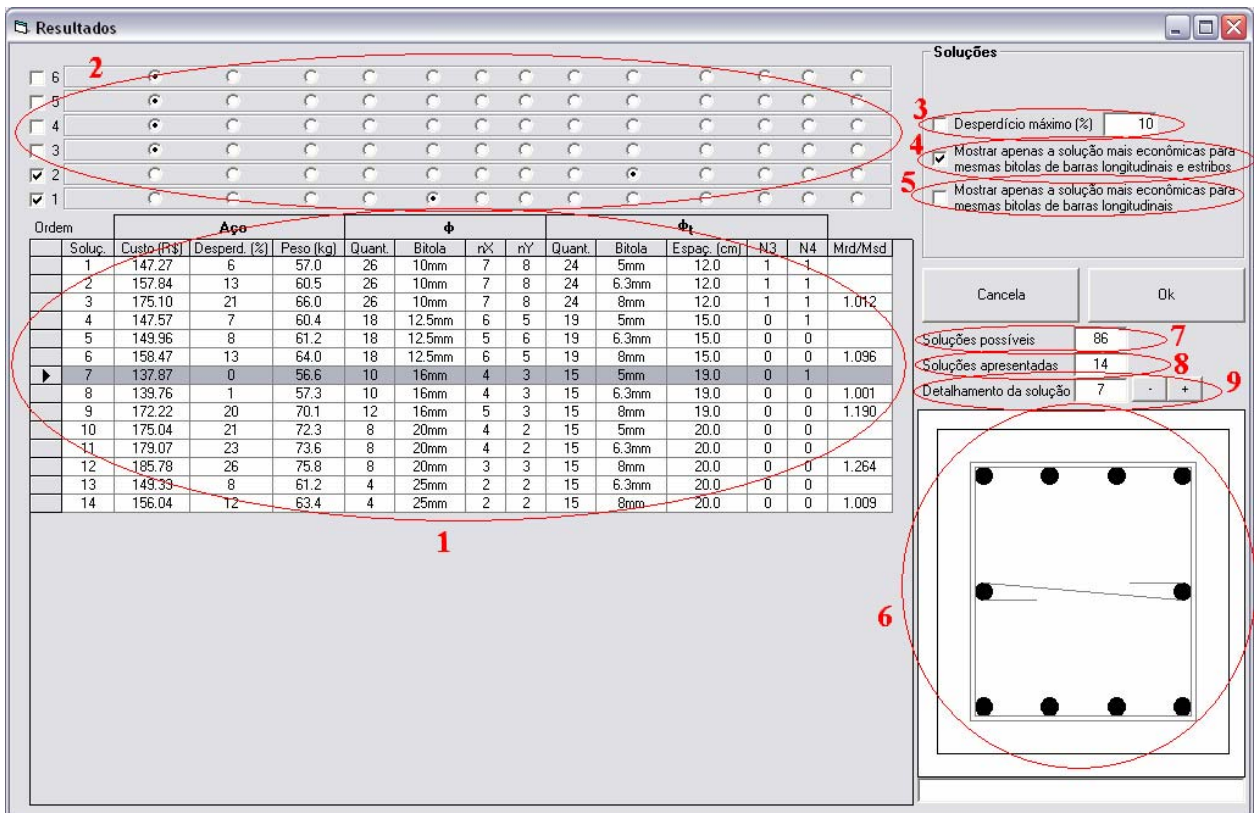
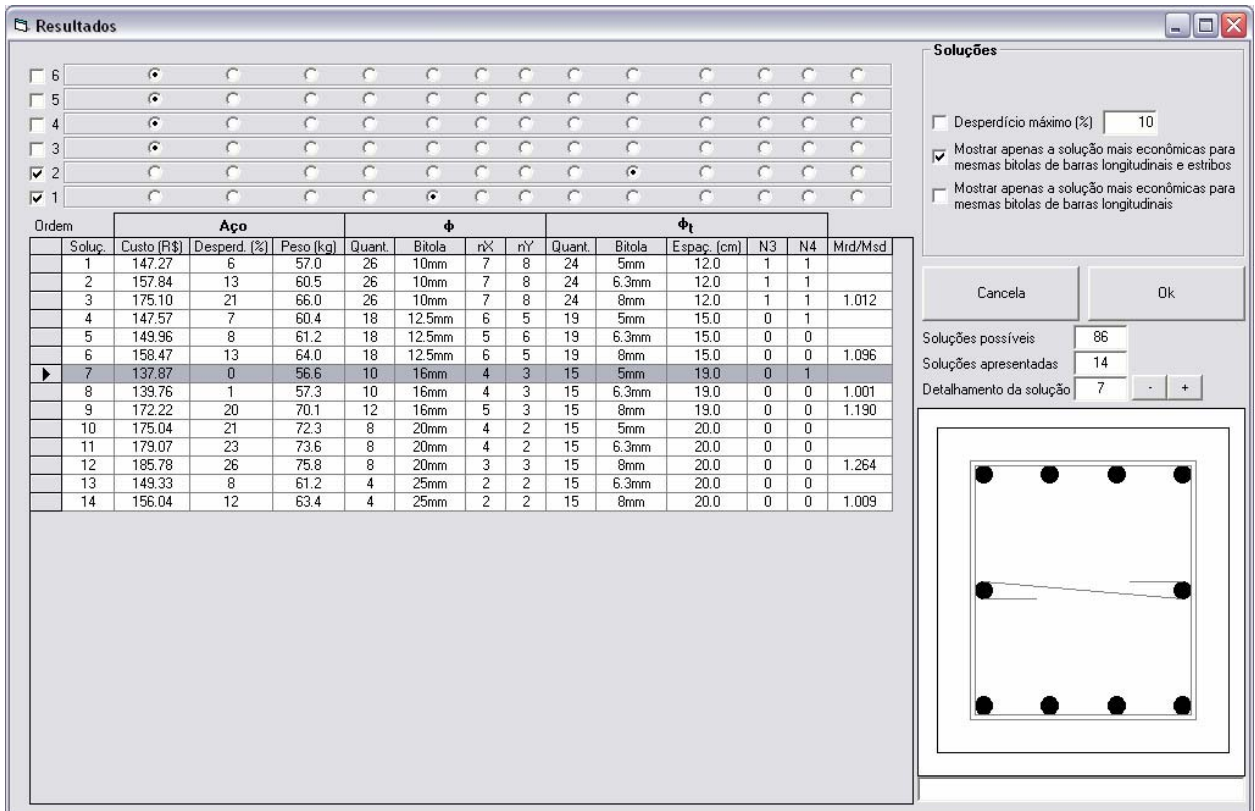


FIGURA 7.2 - Tabela de resultados do dimensionamento otimizado do PDOP

1 - Tabela com os dados de cada solução. Possui as seguintes colunas:

Soluç é solução;

Aço - Custo (R\$) é o custo total do aço da armadura longitudinal e estribos;

Aço - Desperd. (%) é o desperdício que cada solução apresenta em relação à solução mais econômica, calculado pela equação (7.1).

$$Desperdício(i) = \frac{Custo(i) - MenorCusto}{Custo(i)} \quad (7.1)$$

onde  $i$  é a solução.

Supondo que a solução mais econômica tem um custo de 80 R\$ e uma solução  $i$  um custo de 120 R\$. A segunda estaria desperdiçado  $120-80 = 40$  R\$ em relação à mais econômica, que corresponde a um desperdício de  $40/120 = 33\%$  de seu próprio custo.

Aço - Peso (kg) é o peso total dos estribos e da armadura longitudinal;

$\phi$  - Quant é a quantidade de barras longitudinais;

$\phi$  - Bitola é a bitola das barras longitudinais;

$\phi$  -  $nX$  é o número de barras longitudinais em uma das faces  $h_x$ , conforme mostra a FIGURA 5.1;

$\phi$  -  $nY$  é o número de barras longitudinais em uma das faces  $h_y$ , conforme mostra a FIGURA 5.1;

$\phi_t$  - Quant é a quantidade de estribos;

$\phi_t$  - Bitola é a bitola dos estribos;

$\phi_t$  - Espaç (cm) é o espaçamento entre eixos de estribos medido no sentido longitudinal do pilar;

$\phi_t$  - N1 é a quantidade de estribos suplementares na direção  $x$

$\phi_t$  - N2 é a quantidade de estribos suplementares na direção  $y$



$M_{rd}/M_{sd}$  é a relação momento resistente / momento solicitante na seção crítica da combinação de carregamento crítica, ou seja, o menor valor encontrado entre  $M_{rd} / M_{sd}$  entre todas as combinações de carregamentos para as seis situações de consideração das excentricidades totais da TABELA 2.4. Quando o valor não aparece, significa que a segurança não foi efetivamente verificada porque já se sabia que seria suficiente devido ao recurso da pré-verificação.

## 2 - Critérios de ordenação das soluções.

Na FIGURA 7.2 o primeiro critério escolhido é a bitola das barras longitudinais e o segundo é a bitola dos estribos. Os resultados são ordenados conforme as opções de 1 a 6. Quando os valores coincidem em um critério, passa a valer o próximo. Na FIGURA 7.2 as soluções estão ordenadas começando por  $\phi = 10$  mm até 25 mm consecutivamente e quando apresentam mesmos  $\phi$ , as soluções estão ordenadas em função de  $\phi_t$ , de 5 mm até 8 mm consecutivamente. Neste caso os critérios de 3 a 6 estão desligados.

## 3 - Desperdício máximo

Se esta opção for escolhida, a tabela só irá apresentar as soluções com desperdício menor ou igual ao definido.

## 4 - Mostrar apenas a solução mais econômica para mesmas bitolas de barras longitudinais e estribos

Serve para evitar que sejam apresentadas soluções que provavelmente não proporcionariam vantagem nenhuma. Tomando como exemplo a 1ª solução da FIGURA 7.2 - (10 mm; 5 mm; 8; 7) que apresenta um total de 26 barras longitudinais. Como esta opção está selecionada, não são apresentadas as soluções  $Solç(10 \text{ mm}; 5 \text{ mm}; n_y; n_x)$  em que o número total de barras é 26 ou mais ( $n_x + n_y \geq 15$ ).

Quando ocorrerem casos com mesmo número de barras para mesmos diâmetros  $\phi$  e  $\phi_t$ , é apresentada a solução mais econômica, que será a que tiver menor comprimento total de estribos

suplementares. Se o custo também for igual é apresentada a última solução calculada na seqüência do PDOP, independente da relação  $M_{rd} / M_{sd}$ .

As soluções desprezadas nestes casos não são obrigatoriamente piores. Pode ocorrer um caso raro em que ao aumentar o número de barras em duas faces paralelas eliminaria a necessidade de vários estribos suplementares. Se o preço total das barras adicionadas for menor do que o preço total dos estribos suplementares eliminados, a solução com maior número de barras longitudinais será mais econômica além de diminuir a mão de obra.

#### 5 - Mostrar apenas a solução mais econômica para mesmas bitolas de barras longitudinais

Se esta opção for escolhida, serão apresentadas apenas as soluções mais econômicas para cada bitola das barras longitudinais. É semelhante à alínea 4, com a diferença de que para mesmas bitolas de barras longitudinais só é apresentada a solução mais econômica entre todas as bitolas dos estribos.

Como exemplo, as soluções 1, 2 e 3 da FIGURA 7.2 usam  $\phi = 10$  mm. Se esta opção estivesse selecionada só seria apresentada a solução 1 ( $\phi_t = 5$  mm) que é a mais econômica entre elas (147,27 R\$).

#### 6 - Detalhamento parcial da solução selecionada pelo usuário

Na própria tabela de resultados é possível visualizar o arranjo das soluções. Na FIGURA 7.2 está detalhada a solução 7 que é a mesma que está selecionada.

#### 7 - Soluções possíveis

É o número total de soluções possíveis. Incluem TODAS as soluções, inclusive as antieconômicas.

#### 8 - Soluções apresentadas

É o número total de soluções apresentadas. São eliminados alguns arranjos conforme as alíneas 3, 4 e 5.

#### 9 - Detalhamento da solução

Indica qual solução está sendo parcialmente detalhada.

A escolha automática não encontra a solução “ótima” em todos os casos. Porém nada impede que ela seja efetivamente utilizada. Basta que o usuário configure a tabela de resultados conforme sua preferência apenas uma vez e o PDOP adotará automaticamente a solução 1 (primeira daquelas ordenadas na tabela).

O item 8.5 apresenta um exemplo para demonstrar o funcionamento da tabela de resultados.

## 8. Exemplos

Os exemplos apresentados a seguir tratam de assuntos distintos. O primeiro exemplo tem função de demonstrar como funciona o processo do passo, usado no o cálculo iterativo da posição da linha neutra.

O segundo exemplo mostra o dimensionamento manual da armadura de um pilar submetido à flexão composta oblíqua com auxílio de um ábaco adimensional. No final são comparados os resultados do cálculo manual com os resultados do PDOP.

No terceiro exemplo são comparados os resultados dos diagramas de iteração gerados pelo PDOP com outros dois programas (nFOCCA produzido por MEDEIROS (2004) e o Eberick V5 produzido pela empresa ALTO QI).

No quarto exemplo é realizado o estudo para avaliar a eficiência dos 4 processos de verificação da resistência às solicitações normais propostos no capítulo 3. Os resultados obtidos pelo PDOP também são comparados aos resultados obtidos no Eberick.

O quinto exemplo demonstra o funcionamento do processo automático de escolha da solução “ótima” segundo os critérios do PDOP, através do dimensionamento otimizado. Neste exemplo também é demonstrado como funciona o recurso da pré-verificação usado para diminuir o tempo de processamento.

O exemplo 4 e 5 apresentam valores de preços dos vergalhões GERDAU que foram obtidos em Abril de 2005, na empresa *Tagliari Representações Ltda*, Chapecó-SC.

Os três programas que são usados nos exemplos são apresentados abaixo:

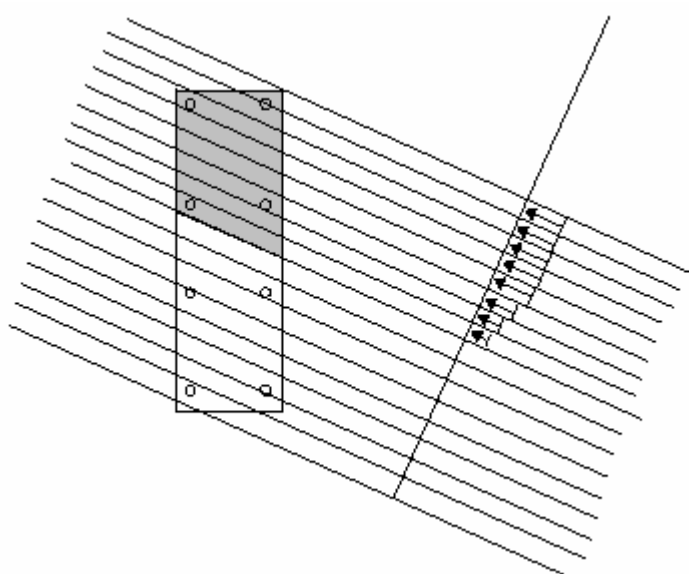
### 1. PDOP - Programa para dimensionamento otimizado de pilares.

Programa desenvolvido neste trabalho que funciona conforme todos os critérios apresentados neste texto. No processo iterativo da linha neutra, a resultante de compressão do concreto e sua posição é calculada pelo método da integração por trapézios, conforme mostra o item 2.7.3.

## 2. AltoQI Eberick V5 - Revisão 4b [v. 5.0.159].

Programa comercial para cálculo e detalhamento de edificações em concreto armado através de um modelo de pórtico espacial. Integra num único sistema o cálculo de lajes, vigas, pilares, blocos sobre estacas e sapatas.

O dimensionamento dos pilares também é realizado através da utilização do processo iterativo da linha neutra. Porém, diferentemente do PDOP, para obter a resultante de compressão do concreto e sua posição, a seção é dividida em faixas paralelas a linha neutra e para cada uma delas obtém-se a tensão de compressão relativa à deformação média da faixa, como ilustrado na FIGURA 8.1. Com isto, procura-se reproduzir o diagrama parábola-retângulo proposto pela NBR 6118:2003.



**FIGURA 8.1** - Divisão da seção em fâcias (figura da ALTO QI (2004b))

A verificação da resistência das diversas combinações de carregamento é feita pelo mesmo processo descrito no item 3.2 (interpolação linear entre 2 diagramas).

### 3. nFOCCA

Programa livre sob os termos da Licença Pública Geral GNU, produzido por MEDEIROS (2004) e obtido gratuitamente no *site* <http://www2.ita.br/~flavio/soft/tecnicos/>. Programa para verificação de seções transversais poligonais de concreto armado submetidos à flexão composta oblíqua.

A resultante de compressão do concreto e sua posição é calculada pelo processo da poligonal, que transforma a integral de superfície numa integral de linha ao longo do contorno da seção, de acordo com o teorema de GREEN. Segundo LAURO (1994) este processo é equivalente ao processo de integração por trapézios, que é usado pelo PDOP, mas para executar a procura da profundidade da linha que equilibre a seção, o programa nFOCCA, diferente do PDOP, utiliza o método de NEWTON-RAPHSON.

## 8.1 Processo do “passo” usado no processo iterativo da linha neutra

Demonstrar o funcionamento do método do “passo” usado no processo iterativo da linha neutra utilizando o PDOP. O valor do esforço normal solicitante de cálculo  $N_{Sd}$  é igual a 700 kN e o valor adotado da tolerância do esforço normal  $Prec_{Nd}$  é igual a 5 kN. Antes de começar o processo de iteração, devem ser calculados os valores de esforço normal correspondentes aos limites entre as regiões III, II e I da FIGURA 2.12. Neste caso o valor do esforço normal no limite entre a região III e II é igual a 245 kN e igual a 3442 kN no limite entre a região II e I (valores calculados no PDOP). Sendo assim a seção se encontra na região II e o valor inicial de  $\beta_x$  pode ser obtido por equivalência de triângulos da FIGURA 8.2. Para simplificar, os valores  $\beta_{x\alpha}$ ,  $h_\alpha$ ,  $x_\alpha$  e  $d'_\alpha$  da FIGURA 2.13 serão chamados respectivamente de  $\beta_x$ ,  $h$ ,  $x$  e  $d'$ .

$$x_{Inicial} = \frac{3,5}{13,5} \cdot 3,5 \text{ ‰}$$

$$h - d' = 10 \text{ ‰} + 3,5 \text{ ‰}$$

$$x_{Inicial} = \frac{3,5(h - d')}{13,5} = \frac{3,5(48 - 4,3)}{13,5}$$

$$x_{Inicial} = 11,3296 \text{ cm}$$

$$\beta_{xInicial} = \frac{x_{Inicial}}{h} = \frac{11,3296}{48} = 0,23603395$$

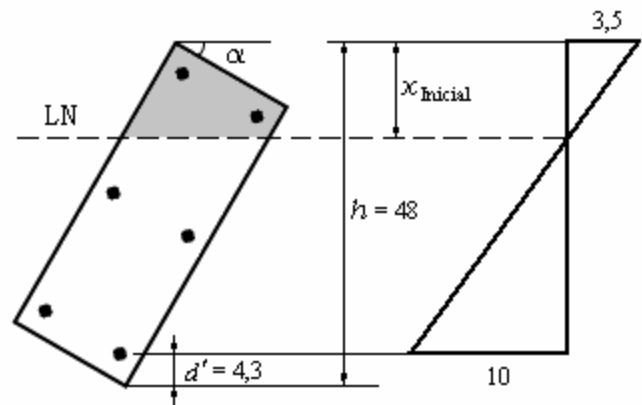


FIGURA 8.2 - Limite entre região III e região II

$\beta_{xInicial} = 0,2360$  (a parcela 0,00003395 está sendo desprezada apenas por motivos ilustrativos, sendo que no PDOP ela continua existindo).

01ª iteração:  $\beta_x = 0,2360 \rightarrow N_{Rd} - N_{Sd} = 245,0 - 700 = -455 \text{ kN} \rightarrow 455 > Prec_{Nd} = 5$

O passo inicial é sempre 0,1. ou seja, o valor de  $\beta_x$  começa aumentando sucessivamente de 0,1 em 0,1.

02ª iteração:  $\beta_x = 0,3360 \rightarrow N_{Rd} - N_{Sd} = 668 - 700 = -31 \text{ kN} \rightarrow 31 > 5$

03ª iteração:  $\beta_x = 0,4360 \rightarrow N_{Rd} - N_{Sd} = 1118 - 700 = 418 \text{ kN} \rightarrow 418 > 5$

nesta iteração o valor de  $N_{Rd}$  calculado é maior do que  $N_{Sd}$ , então  $\beta_x$  volta ao valor anterior que era igual a 0,3360 e o passo diminui para 0,01.

04ª iteração:  $\beta_x = 0,3460 \rightarrow N_{Rd} - N_{Sd} = 717 - 700 = 17 \text{ kN} \rightarrow 17 > 5$

novamente o valor de  $N_{Rd}$  foi maior do que  $N_{Sd}$ , então  $\beta_x$  volta ao valor anterior que era igual a 0,3360 e o passo diminui para 0,001

05ª iteração:  $\beta_x = 0,3370 \rightarrow N_{Rd} - N_{Sd} = 673 - 700 = -26 \text{ kN} \rightarrow 26 > 5$

06ª iteração:  $\beta_x = 0,3380 \rightarrow N_{Rd} - N_{Sd} = 678 - 700 = -22 \text{ kN} \rightarrow 22 > 5$

07ª iteração:  $\beta_x = 0,3390 \rightarrow N_{Rd} - N_{Sd} = 683 - 700 = -17 \text{ kN} \rightarrow 17 > 5$

08ª iteração:  $\beta_x = 0,3400 \rightarrow N_{Rd} - N_{Sd} = 688 - 700 = -12 \text{ kN} \rightarrow 12 > 5$

09ª iteração:  $\beta_x = 0,3410 \rightarrow N_{Rd} - N_{Sd} = 693 - 700 = -7 \text{ kN} \rightarrow 7 > 5$

10ª iteração:  $\beta_x = 0,3420 \rightarrow N_{Rd} - N_{Sd} = 698 - 700 = -2 \text{ kN} \rightarrow 2 < 5$  Convergiu!

Este exemplo foi feito com valores reais calculados pelo PDOP, sendo que o processo convergiu logo na 10ª iteração porque a precisão adotada é relativamente baixa. Recomendam-se precisões mais altas, ou seja, valores da tolerância do esforço normal  $Prec_{Nd}$  mais baixos conforme estudado no item 2.7.5.



## 8.2 Resultados com ábaco adimensional

Neste exemplo comparam-se os resultados de momentos resistentes obtidos no PDOP através do processo iterativo da linha neutra com os resultados calculados a partir de ábacos adimensionais de MONTOYA, MESEGUER e CABRÉ (1987). Tais ábacos foram calculados para aços com resistência característica  $f_{yk} = 420$  MPa e segundo recomendações do CEB-FIP e da norma espanhola que utilizam alguns critérios diferentes da NBR6118:2003, que são:  $\gamma_c = 1,5$ ,  $\sigma_{cd} = 0,9 \times f_{cd}$  e  $E_s = 200$  GPa. No PDOP serão usados estes mesmos critérios para que as comparações dos resultados possam ser válidas.

### Dados

$$N_d = 1233 \text{ kN}$$

$$h_x = h_y = 34 \text{ cm}$$

$$\phi = 20 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$c_{nom} = 1,9 \text{ cm}$$

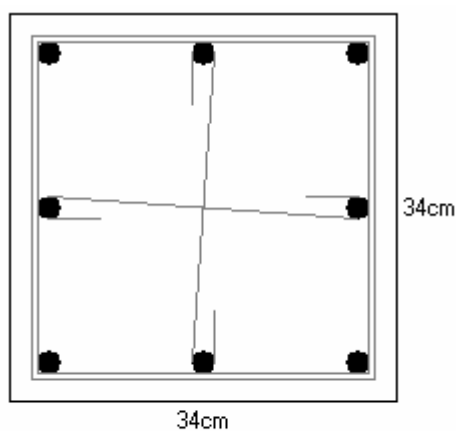
$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$\gamma_c = 1,5$$

$$\sigma_{cd} = 0,9 \cdot f_{cd}$$

$$f_{yk} = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma_s = 1,15$$



N1= 8 $\phi$ 20.0mm  
N2= 15 $\phi$ 5.0mm c/20.0cm

FIGURA 8.3 - Dados da seção transversal

### Resolução

$$A_c = 34 \cdot 34 = 1156 \text{ cm}^2$$

$$A_{sTot} = 8 \phi 20 \text{ mm} = 8 \cdot 3,14 = 25,13 \text{ cm}^2$$

$$d' = 1,9 + 0,5 + 2 / 2 = 3,4$$

$$d' / h_y = 3,4 / 34 = 0,10$$

$$d' / h_x = 3,4 / 34 = 0,10$$

$$f_{cd} = 20 / 1,5 = 13,33$$

$$\sigma_{cd} = 0,9 \cdot f_{cd} = 0,9 \cdot 13,33 = 12,00 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = 420 / 1,15 = 365,22 \text{ MPa}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1233 \text{ kN}}{1156 \text{ cm}^2 \cdot 13,33 \text{ MPa}} = 0,80$$

$$\omega = \frac{A_{sTot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{25,13 \text{ cm}^2 \cdot 365,22 \text{ MPa}}{1156 \text{ cm}^2 \cdot 13,33 \text{ MPa}} = 0,60$$

Entrando com estes valores no ábaco adimensional da FIGURA 8.4 calculam-se os valores dos momentos resistentes adimensionais.

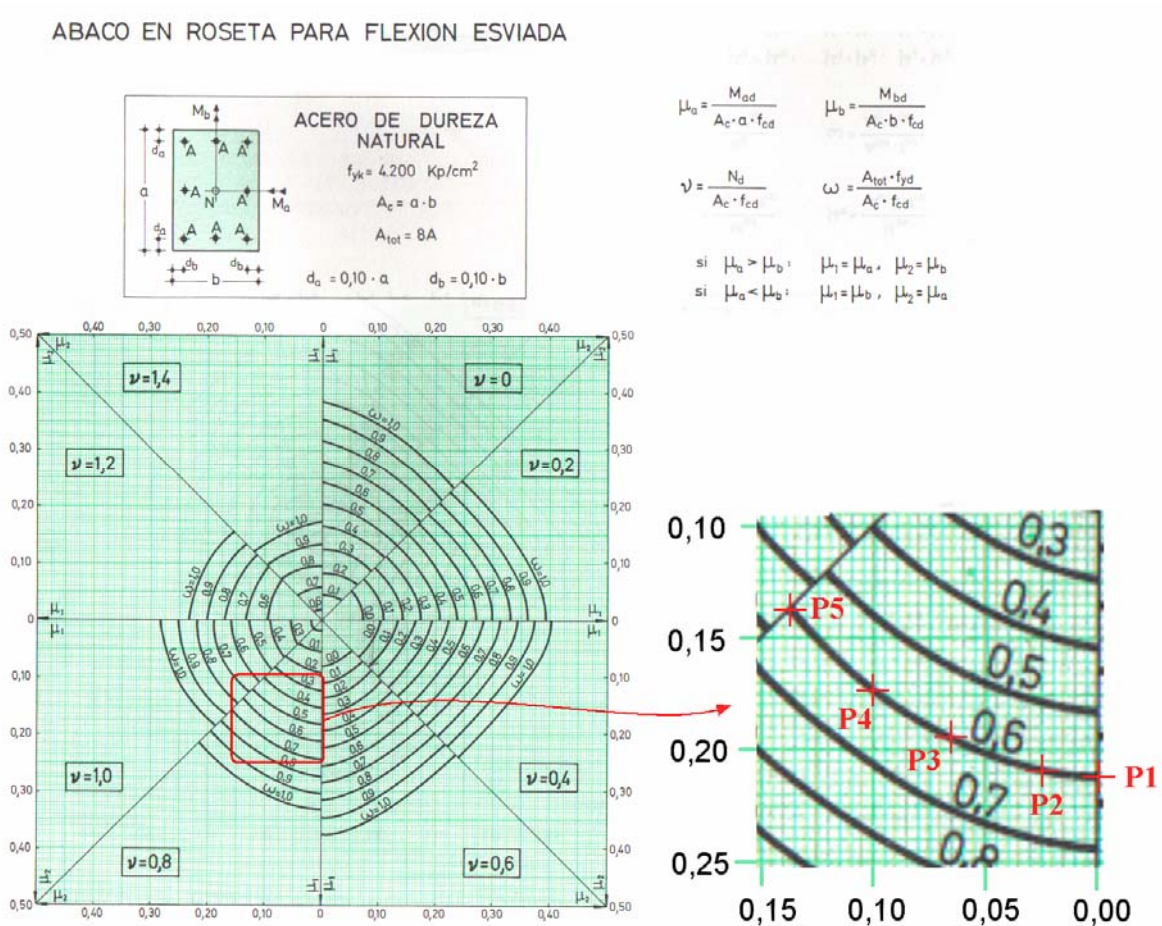


FIGURA 8.4 - Ábaco adimensional em roseta para flexão composta oblíqua (adaptado de MONTOYA, MESEGUER e CABRÉ (1987).

onde:

$$P1 \rightarrow \mu_a = 0,212 \rightarrow M_{Rdy} = M_a = \mu_a \cdot A_c \cdot h \cdot f_{cd} = 0,212 \cdot 1156 \text{ cm}^2 \cdot 34 \text{ cm} \cdot 13,33 \text{ MPa}$$

$$M_{Rdy} = 11107 \text{ kN.cm}$$

$$P1 \rightarrow \mu_b = 0,000 \rightarrow M_{Rdx} = M_a = \mu_a \cdot A_c \cdot h \cdot f_{cd} = 0,000 \cdot 1156 \text{ cm}^2 \cdot 34 \text{ cm} \cdot 13,33 \text{ MPa}$$

$$M_{Rdx} = 0 \text{ kN.cm}$$

$$P2 \rightarrow \mu_a = 0,209 \rightarrow M_{Rdy} = 10953 \text{ kN.cm}$$

$$P2 \rightarrow \mu_b = 0,025 \rightarrow M_{Rdx} = 1310 \text{ kN.cm}$$

$$P3 \rightarrow \mu_a = 0,194 \rightarrow M_{Rdy} = 10167 \text{ kN.cm}$$

$$P3 \rightarrow \mu_b = 0,065 \rightarrow M_{Rdx} = 3406 \text{ kN.cm}$$

$$P4 \rightarrow \mu_a = 0,172 \rightarrow M_{Rdy} = 9014 \text{ kN.cm}$$

$$P4 \rightarrow \mu_b = 0,100 \rightarrow M_{Rdx} = 5241 \text{ kN.cm}$$

$$P5 \rightarrow \mu_a = 0,132 \rightarrow M_{Rdy} = 6918 \text{ kN.cm}$$

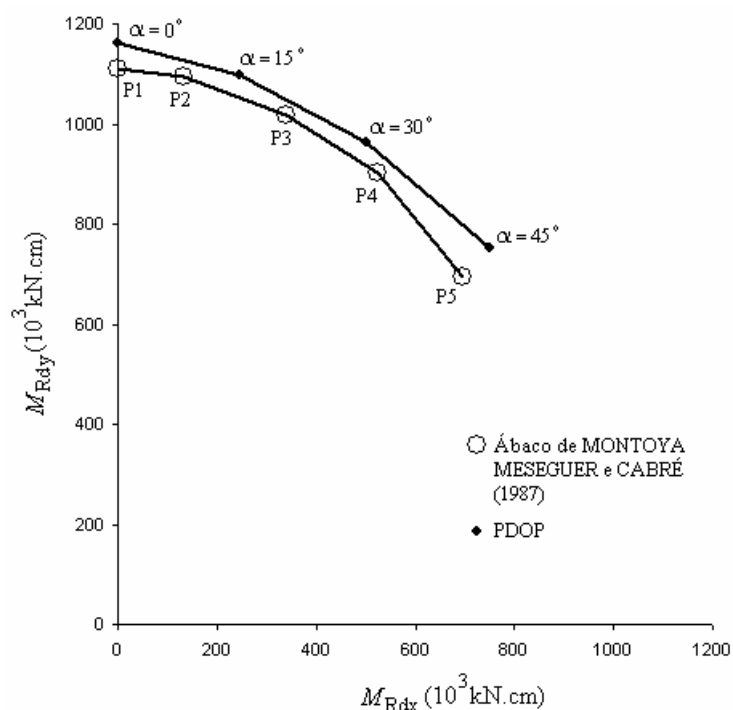
$$P5 \rightarrow \mu_b = 0,132 \rightarrow M_{Rdx} = 6918 \text{ kN.cm}$$

Resultados calculados no PDOP e calculados com auxílio do ábaco adimensional

**TABELA 8.1** - Valores dos momentos resistentes

PDOP			Ábaco		
$\alpha$	$M_{Rdx}$ ( $10^3$ kN.cm)	$M_{Rdy}$ ( $10^3$ kN.cm)	Ponto	$M_{Rdx}$ ( $10^3$ kN.cm)	$M_{Rdy}$ ( $10^3$ kN.cm)
0°	0	11621	P1	0	11110
15°	2456	10992	P2	1310	10953
30°	5010	9638	P3	3406	10167
45°	7510	7510	P4	5241	9014
			P5	6918	6918

Plotando os valores da TABELA 8.1 nos eixos  $M_x$  x  $M_y$  obtém-se os diagramas da FIGURA 8.5



**FIGURA 8.5** - Momentos resistentes calculados no PDOP e com o ábaco adimensional de MONTOYA, MESEGUER e CABRÉ (1987)

Nota-se uma significativa discrepância entre os resultados. Para entrar mais fundo neste assunto seria necessário conhecer os procedimentos usados na confecção dos ábacos de MONTOYA, MESEGUER e CABRÉ (1987), que não é objetivo deste trabalho.

### 8.3 Comparação entre diagramas de iteração gerados pelo PDOP, Eberick V5 e nFOCCA.

Plotar diagramas de iteração usando PDOP, Eberick e nFOCCA com diferentes valores de esforço normal, para as seções 1, 2, 3 e 4 apresentadas a seguir. Comparar os valores dos momentos resistentes encontrados.

#### Dados:

##### PDOP, Eberick e nFOCCA

Incremento do ângulo  $\Delta\alpha = 15^\circ$

##### PDOP

Tolerância da carga normal = 0,001%  $N_{Rd,m\acute{a}x}$

##### Eberick - configuração do processo da linha neutra:

Número de faixas = 50

Tolerância da carga normal = 0,001% do valor do esforço normal solicitante

Como valor *default* o programa traz o número de faixas igual a 20 e a tolerância da carga normal como 0,1%, assim acredita-se que os valores acima devem gerar resultados satisfatórios.

##### nFOCCA

Precisão geral =  $10^{-8}$

Precisão do determinante Jacobiano =  $10^{-15}$

Precisão para comparação de deformações =  $10^{-8}$

Número máximo de iterações para confecção do diagrama de iteração = 10000

Em cada programa são usados diferentes valores de  $N_d$  para cada seção e arranjo do exemplo, pois conforme o item 2.7.7, a precisão dos resultados do processo usado pelo PDOP é diretamente influenciada pela inclinação da reta do diagrama de deformações, que é função do esforço normal solicitante. Na compressão, o valor do esforço normal de cálculo solicitante  $N_{Sd}$  pode variar entre 0 e 100% de  $N_{Rd,máx}$ .

Nas tabelas de resultados são mostrados os valores dos momentos resistentes nas direções  $x$  e  $y$  obtidos pelos três programas para cada seção, esforço normal e inclinação da linha neutra  $\alpha$ . Em seguida é feita uma comparação relativa entre os resultados do Eberick e nFOCCA em relação ao PDOP.

As tabelas de resultados podem ser expressas através da construção de gráficos, os diagramas de iteração, que facilitam muito a visualização dos resultados. Estes diagramas são plotados para cada uma das 4 seções estudadas neste exemplo logo após as tabelas de resultados.

### Seção 1:

Aço CA-50

Cobrimento = 2,5 cm

$\phi = 10,0 \text{ mm}$  ( $0,7854 \text{ cm}^2$ )

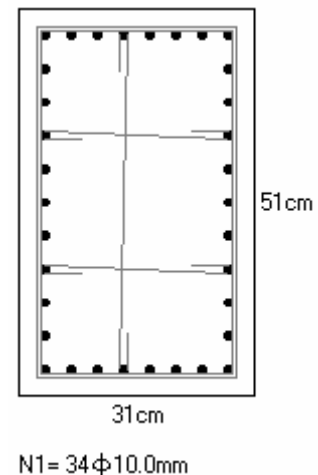
$\phi_t = 5,0 \text{ mm}$

$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

OBS: Os estribos suplementares não influenciam os resultados deste exemplo, apenas aparecem no detalhamento que foi gerado no PDOP e têm função de impedir a flambagem individual das barras longitudinais.

### Determinação do esforço normal resistente máximo:

$$N_{Rd,máx} = A_c \cdot \sigma_{cd} + A_{s,tot} \cdot \sigma_{s2}$$



$$f_{yd} \text{ ————— } \varepsilon_{yd}$$

$$\sigma_{s2} \text{ ————— } 2 \text{ ‰}$$

$$\sigma_{s2} = \frac{2}{\varepsilon_{yd}} \cdot f_{yd}$$

para aço CA-50 :

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yk} / \gamma_s}{E_s} = \frac{500 / 1,15}{210000} = 2,07 \text{ ‰}$$

$$\sigma_{s2} = \frac{2}{2,07} \cdot \frac{500}{1,15} = 420,1 \text{ MPa}$$

$$N_{Rd,máx} = (31.51) \cdot \frac{0,85 \cdot 30}{1,4} + (34.0,7845) \cdot 420,1 = 4000 \text{ kN}$$

Os diagramas de iteração foram traçados com os seguintes valores:

$$N_d = 1\% N_{Rd,máx} = 40 \text{ kN}$$

$$N_d = 5\% N_{Rd,máx} = 200 \text{ kN}$$

$$N_d = 10\% N_{Rd,máx} = 400 \text{ kN}$$

$$N_d = 30\% N_{Rd,máx} = 1200 \text{ kN}$$

$$N_d = 70\% N_{Rd,máx} = 2800 \text{ kN}$$

$$N_d = 75\% N_{Rd,máx} = 3000 \text{ kN}$$

$$N_d = 80\% N_{Rd,máx} = 3200 \text{ kN}$$

$$N_d = 85\% N_{Rd,máx} = 3400 \text{ kN}$$

$$N_d = 90\% N_{Rd,máx} = 3600 \text{ kN}$$

$$N_d = 95\% N_{Rd,Máx} = 3800 \text{ kN}$$

$$N_d = 99,5\% N_{Rd,máx} = 3980 \text{ kN}$$

Resultados:

TABELA 8.2 - Resultados dos momentos resistentes - Seção 1 - 1ª parte de 2

<b>Seção 1</b>						$N_{Rd,max} = 4000$ kN				
$N_d = 1$ % $N_{Rd,max} = 40$ kN										
$\alpha$	$M_{Rdx}$ (kN.cm)			Diferença (%)		$M_{Rdy}$ (kN.cm)			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	24804	24654	24803	0.6	0.0
15	2543	2554	2542	0.4	0.0	24058	24061	24058	0.0	0.0
30	5102	5108	5101	0.1	0.0	22460	22463	22460	0.0	0.0
45	7657	7659	7656	0.0	0.0	20118	20122	20118	0.0	0.0
60	10290	10293	10290	0.0	0.0	16401	16406	16401	0.0	0.0
75	12867	12869	12867	0.0	0.0	10340	10344	10339	0.0	0.0
90	14522	14409	14522	0.8	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 5$ % $N_{Rd,max} = 200$ kN										
$\alpha$	$M_{Rdx}$ (kN.cm)			Diferença (%)		$M_{Rdy}$ (kN.cm)			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	27211	27194	27211	0.1	0.0
15	2531	2543	2530	0.5	0.0	26341	26341	26341	0.0	0.0
30	5193	5199	5192	0.1	0.0	24576	24577	24576	0.0	0.0
45	8008	8012	8007	0.0	0.0	21809	21813	21808	0.0	0.0
60	11030	11032	11029	0.0	0.0	17490	17493	17489	0.0	0.0
75	14160	14163	14160	0.0	0.0	10518	10524	10517	0.1	0.0
90	16165	16076	16164	0.6	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 10$ % $N_{Rd,max} = 400$ kN										
$\alpha$	$M_{Rdx}$ (kN.cm)			Diferença (%)		$M_{Rdy}$ (kN.cm)			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	29609	29607	29608	0.0	0.0
15	2480	2492	2480	0.5	0.0	28751	28751	28751	0.0	0.0
30	5234	5241	5234	0.1	0.0	26806	26807	26806	0.0	0.0
45	8331	8333	8331	0.0	0.0	23599	23603	23598	0.0	0.0
60	11772	11775	11772	0.0	0.0	18597	18602	18596	0.0	0.0
75	15522	15525	15522	0.0	0.0	10733	10739	10732	0.1	0.0
90	17927	17925	17926	0.0	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 30$ % $N_{Rd,max} = 1200$ kN										
$\alpha$	$M_{Rdx}$ (kN.cm)			Diferença (%)		$M_{Rdy}$ (kN.cm)			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	34279	34278	34278	0.0	0.0
15	2407	2419	2406	0.5	0.0	33257	33257	33257	0.0	0.0
30	5277	5284	5276	0.1	0.0	30737	30738	30737	0.0	0.0
45	8643	8648	8643	0.1	0.0	26595	26600	26595	0.0	0.0
60	12903	12906	12902	0.0	0.0	20196	20202	20196	0.0	0.0
75	17670	17674	17670	0.0	0.0	11098	11104	11098	0.1	0.0
90	21125	21124	21124	0.0	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 70$ % $N_{Rd,max} = 2800$ kN										
$\alpha$	$M_{Rdx}$ (kN.cm)			Diferença (%)		$M_{Rdy}$ (kN.cm)			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	21558	21559	21558	0.0	0.0
15	1919	1931	1919	0.6	0.0	20839	20842	20839	0.0	0.0
30	3935	3940	3935	0.1	0.0	19569	19569	19569	0.0	0.0
45	6161	6164	6161	0.0	0.0	17440	17443	17440	0.0	0.0
60	8744	8751	8744	0.1	0.0	13769	13780	13769	0.1	0.0
75	11421	11428	11421	0.1	0.0	7941	7949	7941	0.1	0.0
90	12973	12973	12973	0.0	0.0	0	0	0	-	-



TABELA 8.3 - Resultados dos momentos resistentes - Seção 1 - 2ª parte de 2.

Seção 1						$N_{Rd,max} = 4000$ kN				
$N_d = 75$ % $N_{Rd,max} = 3000$ kN										
$\alpha$	$M_{Rdx}$ (kN.cm)			Diferença (%)		$M_{Rdy}$ (kN.cm)			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	18640	18641	18639	0.0	0.0
15	1813	1823	1812	0.5	0.1	17983	17984	17983	0.0	0.0
30	3580	3586	3579	0.2	0.0	16933	16936	16932	0.0	0.0
45	5504	5508	5503	0.1	0.0	15220	15224	15220	0.0	0.0
60	7701	7706	7700	0.1	0.0	12146	12154	12146	0.1	0.0
75	9901	9906	9900	0.1	0.0	7151	7157	7151	0.1	0.0
90	11186	11186	11186	0.0	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 80$ % $N_{Rd,max} = 3200$ kN										
$\alpha$	$M_{Rdx}$ (kN.cm)			Diferença (%)		$M_{Rdy}$ (kN.cm)			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	15214	15370	15214	1.0	0.0
15	1561	1571	1561	0.6	0.0	14876	14877	14876	0.0	0.0
30	3083	3088	3083	0.2	0.0	14083	14086	14083	0.0	0.0
45	4686	4689	4686	0.1	0.0	12767	12770	12767	0.0	0.0
60	6508	6514	6508	0.1	0.0	10299	10308	10299	0.1	0.0
75	8227	8233	8227	0.1	0.0	6144	6151	6144	0.1	0.0
90	9107	9198	9107	1.0	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 85$ % $N_{Rd,max} = 3400$ kN										
$\alpha$	$M_{Rdx}$ (kN.cm)			Diferença (%)		$M_{Rdy}$ (kN.cm)			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	11559	11967	11567	3.4	0.1
15	1183	1257	1184	5.9	0.1	11378	11623	11377	2.1	0.0
30	2416	2464	2415	1.9	0.0	10954	11055	10950	0.9	0.0
45	3753	3755	3752	0.1	0.0	10073	10075	10072	0.0	0.0
60	5171	5178	5171	0.1	0.0	8191	8203	8192	0.1	0.0
75	6410	6448	6410	0.6	0.0	4878	4933	4882	1.1	0.1
90	6911	7144	6916	3.3	0.1	0	0	0	-	-
$N_d = 90$ % $N_{Rd,max} = 3600$ kN										
$\alpha$	$M_{Rdx}$ (kN.cm)			Diferença (%)		$M_{Rdy}$ (kN.cm)			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	7914	8495	7918	6.8	0.1
15	794	915	794	13.2	0.0	7788	8271	7788	5.8	0.0
30	1625	1809	1625	10.2	0.0	7496	7892	7493	5.0	0.0
45	2533	2735	2533	7.4	0.0	6886	7232	6886	4.8	0.0
60	3537	3741	3537	5.5	0.0	5608	5956	5608	5.8	0.0
75	4381	4638	4381	5.5	0.0	3287	3142	3289	4.4	0.1
90	4726	5021	4729	5.9	0.1	0	0	0	-	-
$N_d = 95$ % $N_{Rd,max} = 3800$ kN										
$\alpha$	$M_{Rdx}$ (kN.cm)			Diferença (%)		$M_{Rdy}$ (kN.cm)			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	4267	4852	4269	12.1	0.0
15	413	558	414	26.0	0.2	4198	4745	4198	11.5	0.0
30	844	1101	843	23.3	0.1	4030	4552	4029	11.5	0.0
45	1325	1650	1325	19.7	0.0	3695	4200	3695	12.0	0.0
60	1878	2197	1878	14.5	0.0	2980	3542	2980	15.9	0.0
75	2356	2617	2356	10.0	0.0	1715	2205	1716	22.2	0.1
90	2547	2831	2548	10.0	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 99.5$ % $N_{Rd,max} = 3980$ kN										
$\alpha$	$M_{Rdx}$ (kN.cm)			Diferença (%)		$M_{Rdy}$ (kN.cm)			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	691	1311	931	47.3	25.8
15	61	191	80	68.1	23.8	675	1291	905	47.7	25.4
30	124	369	164	66.4	24.4	642	1246	846	48.5	24.1
45	199	521	258	61.8	22.9	575	1171	738	50.9	22.1
60	284	625	362	54.6	21.5	454	1064	582	57.3	22.0
75	375	702	487	46.6	23.0	259	791	347	67.3	25.4
90	417	739	572	43.6	27.1	0	0	0	-	-

Plotando os valores da TABELA 8.2 obtém-se os diagramas de iteração apresentados na FIGURA 8.6.

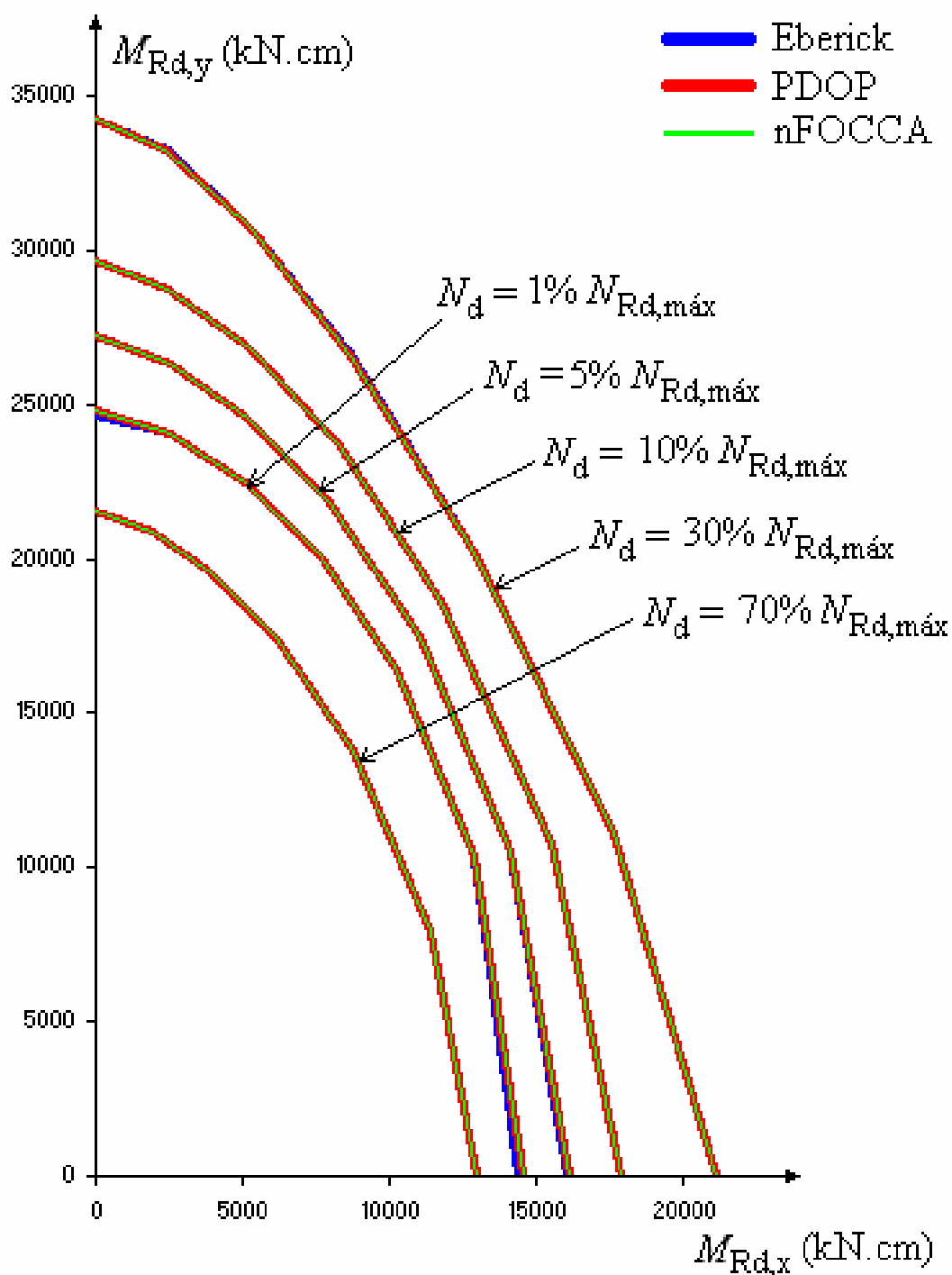


FIGURA 8.6 - Diagramas de iteração - Seção 1 - 1ª parte de 2

Plotando os valores da TABELA 8.3 obtém-se os diagramas de iteração apresentados na FIGURA 8.7.

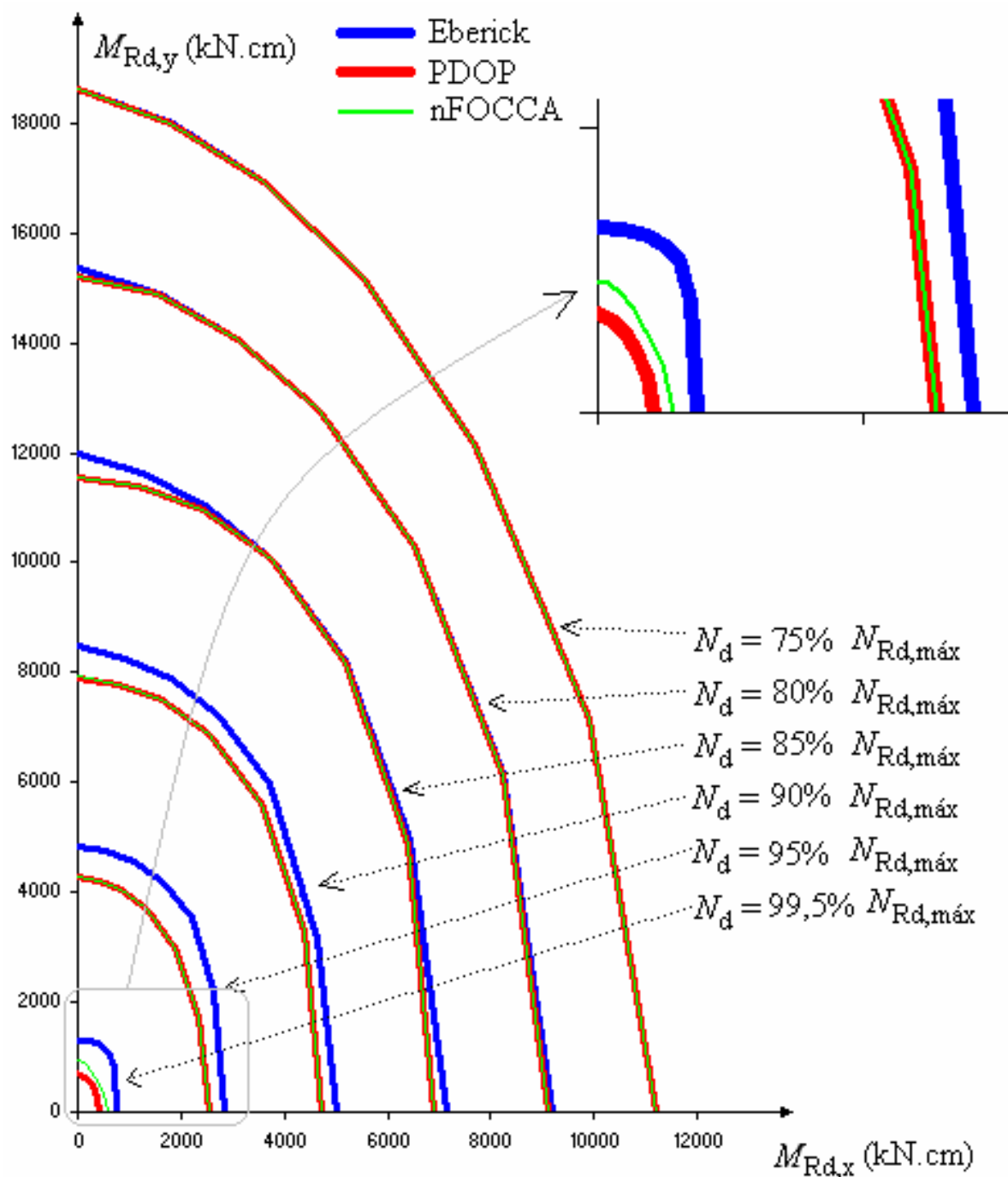
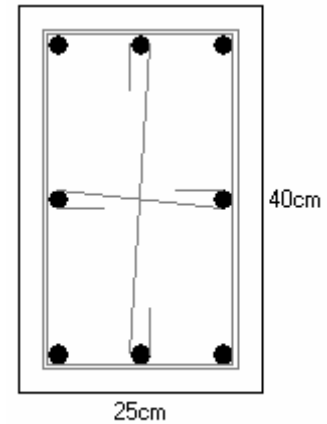


FIGURA 8.7 - Diagramas de iteração - Seção 1 - 2ª parte de 2

a) Seção 2

Aço CA-50

Cobrimento = 2,5 cm

 $\phi = 20,0 \text{ mm}$  ( $3,1416 \text{ cm}^2$ ) $\phi_t = 5,0 \text{ mm}$  $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$ N1 = 8  $\phi$  20.0mmDeterminação do esforço normal resistente máximo:

$$N_{Rd,m\acute{a}x} = A_c \cdot \sigma_{cd} + A_{s,tot} \cdot \sigma_2$$

$$N_{Rd,m\acute{a}x} = (25 \cdot 40) \cdot \frac{0,85 \cdot 40}{1,4} + (8 \cdot 3,1416) \cdot 420,1 = 3480 \text{ kN}$$

Os diagramas de iteração foram traçados com os seguintes valores:

$$N_d = 2400 \text{ kN} \cong 70\% N_{Rd,m\acute{a}x}$$

$$N_d = 2600 \text{ kN} \cong 75\% N_{Rd,m\acute{a}x}$$

$$N_d = 2720 \text{ kN} \cong 78\% N_{Rd,m\acute{a}x}$$

$$N_d = 2830 \text{ kN} \cong 81\% N_{Rd,m\acute{a}x}$$

$$N_d = 2970 \text{ kN} \cong 85\% N_{Rd,m\acute{a}x}$$

$$N_d = 3140 \text{ kN} \cong 90\% N_{Rd,m\acute{a}x}$$

$$N_d = 3320 \text{ kN} \cong 95\% N_{Rd,m\acute{a}x}$$

Resultados:

TABELA 8.4 - Resultados dos momentos resistentes - Seção 2

Seção 2						$N_{Rd,max} = 3480 \text{ kN}$				
$N_d = 70 \text{ } \% N_{Rd,max} = 2440 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	14851	14849	14850	0.0	0.0
15	1284	1290	1283	0.5	0.1	14365	14369	14364	0.0	0.0
30	2568	2570	2567	0.1	0.0	13645	13650	13645	0.0	0.0
45	4034	4036	4034	0.0	0.0	12222	12225	12221	0.0	0.0
60	5780	5782	5779	0.0	0.0	9715	9719	9715	0.0	0.0
75	7540	7540	7539	0.0	0.0	5571	5577	5571	0.1	0.0
90	8589	8588	8589	0.0	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 75 \text{ } \% N_{Rd,max} = 2600 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	13004	13003	13004	0.0	0.0
15	1224	1230	1224	0.5	0.0	12547	12551	12547	0.0	0.0
30	2376	2380	2376	0.2	0.0	11953	11960	11953	0.1	0.0
45	3642	3644	3642	0.1	0.0	10868	10871	10868	0.0	0.0
60	5112	5113	5112	0.0	0.0	8658	8660	8658	0.0	0.0
75	6664	6664	6664	0.0	0.0	5102	5107	5102	0.1	0.0
90	7532	7530	7532	0.0	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 78 \text{ } \% N_{Rd,max} = 2720 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	11424	11494	11423	0.6	0.0
15	1129	1135	1129	0.5	0.0	11101	11107	11101	0.1	0.0
30	2178	2182	2178	0.2	0.0	10608	10615	10607	0.1	0.0
45	3299	3301	3298	0.1	0.0	9779	9783	9778	0.0	0.0
60	4560	4562	4559	0.0	0.0	7781	7784	7780	0.0	0.0
75	5960	5963	5960	0.1	0.0	4668	4675	4667	0.1	0.0
90	6650	6652	6649	0.0	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 81 \text{ } \% N_{Rd,max} = 2830 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	9838	10074	9844	2.3	0.1
15	1001	1016	1001	1.5	0.0	9704	9741	9703	0.4	0.0
30	1960	1962	1959	0.1	0.1	9329	9330	9324	0.0	0.1
45	2901	2904	2902	0.1	0.0	8687	8691	8688	0.0	0.0
60	4016	4017	4016	0.0	0.0	6913	6915	6913	0.0	0.0
75	5253	5253	5252	0.0	0.0	4186	4190	4185	0.1	0.0
90	5701	5807	5706	1.8	0.1	0	0	0	-	-
$N_d = 85 \text{ } \% N_{Rd,max} = 2970 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	7828	8259	7833	5.2	0.1
15	779	857	779	9.1	0.0	7723	7980	7722	3.2	0.0
30	1585	1624	1584	2.4	0.1	7533	7618	7529	1.1	0.1
45	2367	2377	2366	0.4	0.0	7070	7083	7069	0.2	0.0
60	3280	3281	3279	0.0	0.0	5732	5735	5732	0.1	0.0
75	4226	4242	4226	0.4	0.0	3445	3480	3447	1.0	0.1
90	4506	4729	4508	4.7	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 90 \text{ } \% N_{Rd,max} = 3140 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	5386	5933	5389	9.2	0.1
15	515	603	515	14.6	0.0	5316	5734	5315	7.3	0.0
30	1050	1154	1049	9.0	0.1	5194	5433	5192	4.4	0.0
45	1580	1710	1579	7.6	0.1	4901	5053	4900	3.0	0.0
60	2213	2360	2212	6.2	0.0	3954	4239	3954	6.7	0.0
75	2886	2984	2886	3.3	0.0	2362	2571	2363	8.1	0.0
90	3063	3415	3065	10.3	0.1	0	0	0	-	-
$N_d = 95 \text{ } \% N_{Rd,max} = 3320 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	2796	3240	2797	13.7	0.0
15	244	297	244	17.8	0.0	2762	3219	2762	14.2	0.0
30	500	635	500	21.3	0.0	2708	3046	2708	11.1	0.0
45	775	987	775	21.5	0.0	2594	2806	2594	7.6	0.0
60	1100	1390	1100	20.9	0.0	2046	2472	2046	17.2	0.0
75	1486	1623	1486	8.4	0.0	1220	1555	1221	21.5	0.1
90	1555	1826	1556	14.8	0.1	0	0	0	-	-

Plotando os valores da TABELA 8.4 obtém-se os diagramas de iteração apresentados na FIGURA 8.8.

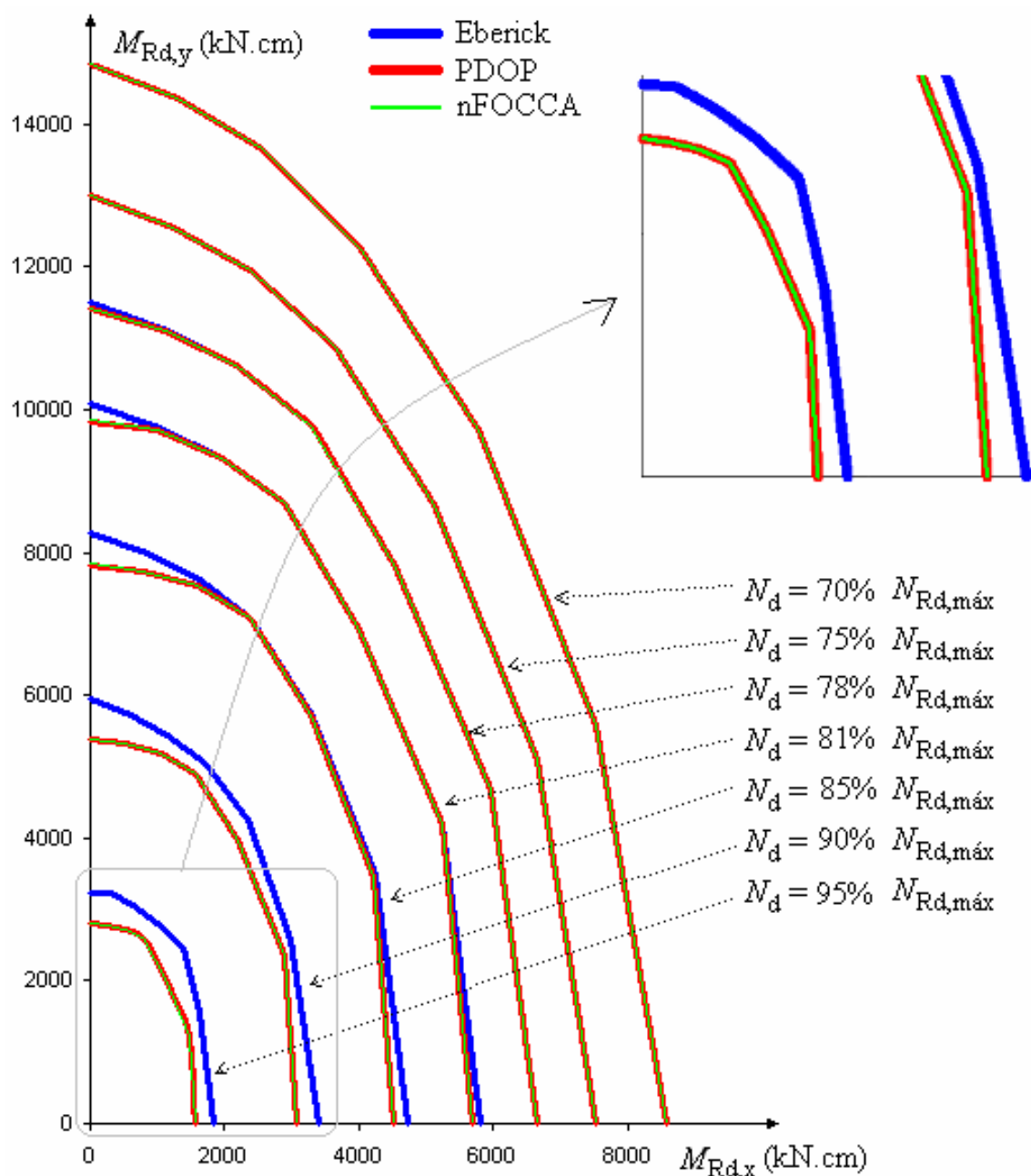
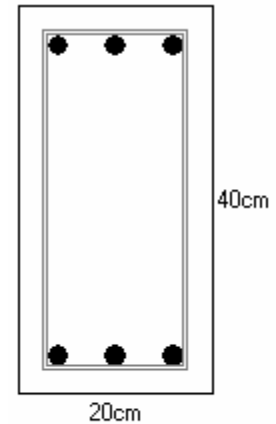


FIGURA 8.8 - Diagramas de iteração - Seção 2

**b) Seção3**

Aço CA-50

Cobrimento = 2,5 cm

 $\phi = 20,0 \text{ mm}$  (3,1416  $\text{cm}^2$ ) $\phi_t = 5,0 \text{ mm}$  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ N1 = 6  $\phi$  20.0mmDeterminação do esforço normal resistente máximo:

$$N_{Rd,máx} = A_c \cdot \sigma_{cd} + A_{s,tot} \cdot \sigma_2$$

$$N_{Rd,máx} = (20 \cdot 40) \cdot \frac{0,85 \cdot 25}{1,4} + (6 \cdot 3,1416) \cdot 420,1 = 2000 \text{ kN}$$

Os diagramas de iteração foram traçados com os seguintes valores:

$$N_d = 75\% N_{Rd,máx} = 1500 \text{ kN}$$

$$N_d = 80\% N_{Rd,máx} = 1600 \text{ kN}$$

$$N_d = 85\% N_{Rd,máx} = 1700 \text{ kN}$$

$$N_d = 90\% N_{Rd,máx} = 1800 \text{ kN}$$

$$N_d = 97,5\% N_{Rd,Máx} = 1950 \text{ kN}$$

Resultados:

TABELA 8.5 - Resultados dos momentos resistentes - Seção 3

Seção 3						$N_{Rd,max} = 2000 \text{ kN}$				
$N_d = 75 \quad \% N_{Rd,max} = 1500 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	8183	8206	8183	0.3	0.0
15	338	341	338	0.9	0.0	8117	8120	8117	0.0	0.0
30	675	676	675	0.1	0.0	7971	7975	7971	0.1	0.0
45	1058	1059	1058	0.1	0.0	7712	7717	7712	0.1	0.0
60	1628	1629	1628	0.1	0.0	6686	6688	6686	0.0	0.0
75	2466	2469	2466	0.1	0.0	4431	4435	4431	0.1	0.0
90	3153	3153	3153	0.0	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 80 \quad \% N_{Rd,max} = 1600 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	6678	6749	6678	1.1	0.0
15	266	279	265	4.7	0.4	6648	6690	6648	0.6	0.0
30	554	559	554	0.9	0.0	6582	6591	6581	0.1	0.0
45	882	884	882	0.2	0.0	6408	6414	6408	0.1	0.0
60	1346	1347	1345	0.1	0.1	5724	5726	5723	0.0	0.0
75	2071	2074	2071	0.1	0.0	3808	3812	3807	0.1	0.0
90	2604	2623	2603	0.7	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 85 \quad \% N_{Rd,max} = 1700 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	5164	5259	5116	1.8	0.9
15	190	217	191	12.4	0.5	5146	5224	5146	1.5	0.0
30	399	436	398	8.5	0.3	5100	5161	5101	1.2	0.0
45	655	690	656	5.1	0.2	5004	5045	5005	0.8	0.0
60	1030	1040	1030	1.0	0.0	4654	4701	4655	1.0	0.0
75	1647	1653	1647	0.4	0.0	3083	3091	3084	0.3	0.0
90	1958	2073	1960	5.5	0.1	0	0	0	-	-
$N_d = 90 \quad \% N_{Rd,max} = 1800 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	3642	3729	3643	2.3	0.0
15	120	158	120	24.1	0.0	3632	3713	3632	2.2	0.0
30	253	316	252	19.9	0.4	3606	3681	3606	2.0	0.0
45	417	501	417	16.8	0.0	3550	3619	3551	1.9	0.0
60	668	753	668	11.3	0.0	3290	3465	3290	5.1	0.0
75	1100	1226	1100	10.3	0.0	2194	2329	2195	5.8	0.0
90	1325	1528	1326	13.3	0.1	0	0	0	-	-
$N_d = 97.5 \quad \% N_{Rd,max} = 1950 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	1327	1352	1327	1.8	0.0
15	30	77	30	61.0	0.0	1326	1352	1325	1.9	0.1
30	64	155	63	58.7	1.6	1322	1349	1321	2.0	0.1
45	106	247	106	57.1	0.0	1313	1342	1312	2.2	0.1
60	186	376	186	50.5	0.0	1154	1313	1153	12.1	0.1
75	324	452	324	28.3	0.0	805	1222	805	34.1	0.0
90	414	560	414	26.1	0.0	0	0	0	-	-



Plotando os valores da TABELA 8.5 obtém-se os diagramas de iteração apresentados na FIGURA 8.9.

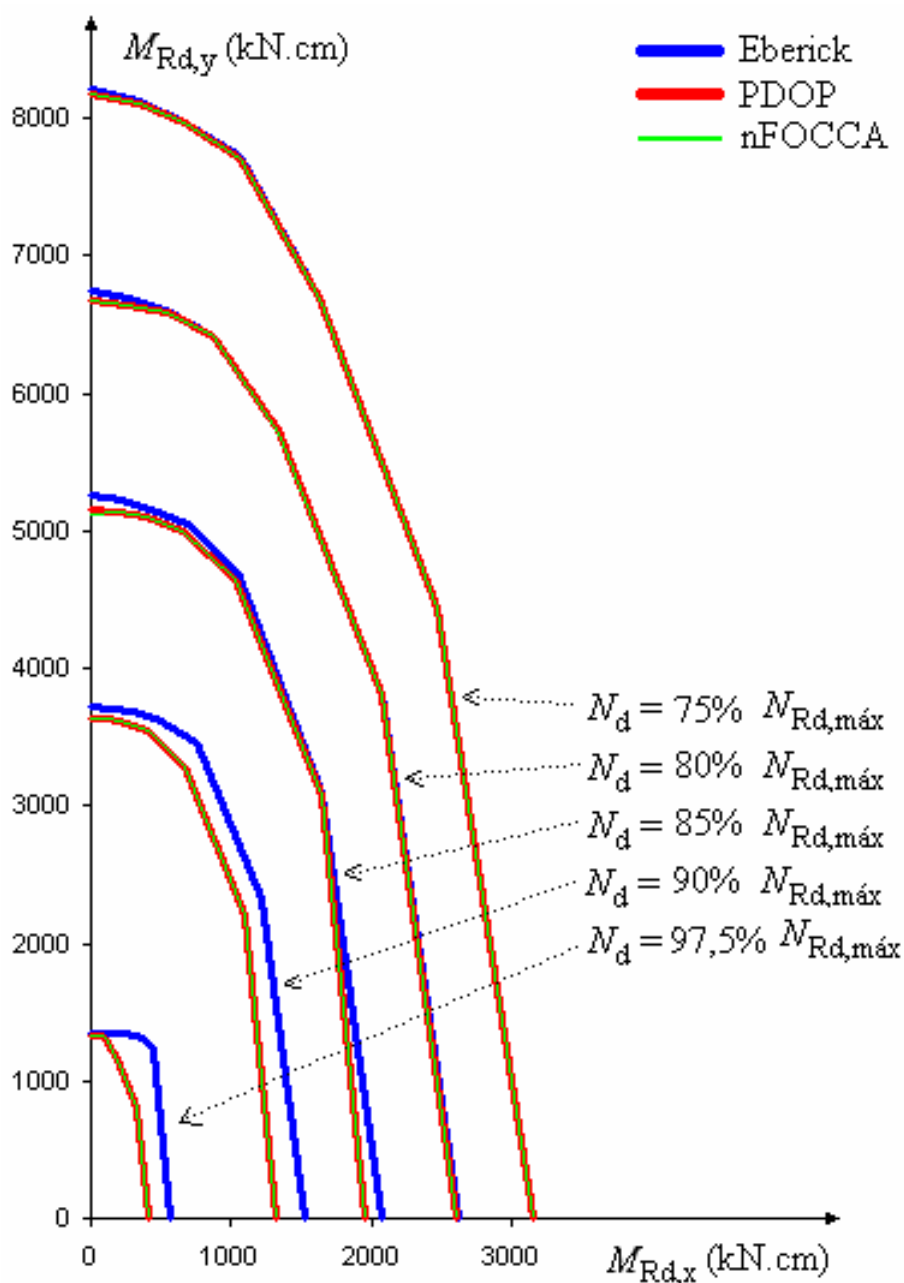
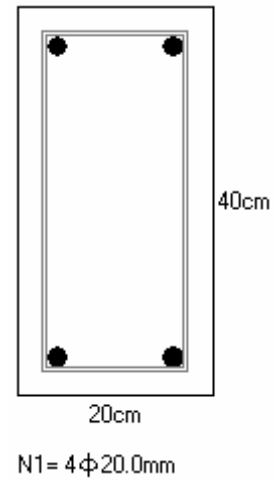


FIGURA 8.9 - Diagramas de iteração - Seção 3

## c) Seção 4

Aço CA-50

Cobrimento = 2,5 cm

 $\phi = 20,0 \text{ mm}$  (3,1416 cm<sup>2</sup>) $\phi_t = 5,0 \text{ mm}$  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ Determinação do esforço normal resistente máximo:

$$N_{Rd,máx} = A_c \cdot \sigma_{cd} + A_{s,tot} \cdot \sigma_2$$

$$N_{Rd,máx} = (20 \cdot 40) \cdot \frac{0,85 \cdot 25}{1,4} + (4 \cdot 3,1416) \cdot 420,1 = 1740 \text{ kN}$$

Os diagramas de iteração foram traçados com os seguintes valores:

$$N_d = 1310 \text{ kN} \cong 75\% N_{Rd,máx}$$

$$N_d = 1390 \text{ kN} \cong 80\% N_{Rd,máx}$$

$$N_d = 1480 \text{ kN} \cong 85\% N_{Rd,máx}$$

$$N_d = 1600 \text{ kN} \cong 92\% N_{Rd,máx}$$

Resultados:

TABELA 8.6 - Resultados dos momentos resistentes - Seção 4

Seção 4						$N_{Rd,max} = 1740 \text{ kN}$				
$N_d = 75 \quad \% N_{Rd,max} = 1310 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	6823	6828	6823	0.1	0.0
15	352	355	352	0.8	0.0	6732	6734	6732	0.0	0.0
30	699	701	699	0.3	0.0	6576	6579	6576	0.0	0.0
45	1091	1092	1091	0.1	0.0	6308	6312	6308	0.1	0.0
60	1658	1660	1658	0.1	0.0	5276	5279	5276	0.1	0.0
75	2434	2437	2434	0.1	0.0	3214	3217	3214	0.1	0.0
90	2979	2979	2979	0.0	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 80 \quad \% N_{Rd,max} = 1390 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	5634	5689	5634	1.0	0.0
15	293	301	293	2.7	0.0	5601	5623	5601	0.4	0.0
30	598	600	598	0.3	0.0	5511	5515	5511	0.1	0.0
45	937	938	937	0.1	0.0	5318	5323	5318	0.1	0.0
60	1407	1408	1407	0.1	0.0	4586	4588	4586	0.0	0.0
75	2076	2080	2076	0.2	0.0	2786	2790	2786	0.1	0.0
90	2454	2468	2454	0.6	0.0	0	0	0	-	-
$N_d = 85 \quad \% N_{Rd,max} = 1480 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	4288	4378	4290	2.1	0.0
15	211	235	211	10.2	0.0	4269	4338	4268	1.6	0.0
30	440	487	440	9.7	0.0	4219	4259	4219	0.9	0.0
45	715	737	716	3.0	0.1	4115	4143	4116	0.7	0.0
60	1095	1096	1095	0.1	0.0	3748	3750	3748	0.1	0.0
75	1646	1653	1647	0.4	0.1	2232	2241	2233	0.4	0.0
90	1841	1878	1842	2.0	0.1	0	0	0	-	-
$N_d = 92 \quad \% N_{Rd,max} = 1600 \text{ kN}$										
$\alpha$	$M_{Rdx} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)		$M_{Rdy} \text{ (kN.cm)}$			Diferença (%)	
	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA	PDOP	Eberick	nFOCCA	Eberick	nFOCCA
0	0	0	0	-	-	2484	2566	2484	3.2	0.0
15	108	148	108	27.0	0.0	2475	2553	2474	3.1	0.0
30	226	296	226	23.6	0.0	2453	2526	2452	2.9	0.0
45	371	465	371	20.2	0.0	2406	2474	2406	2.7	0.0
60	583	687	583	15.1	0.0	2171	2349	2171	7.6	0.0
75	907	1026	906	11.6	0.1	1275	1501	1275	15.1	0.0
90	1035	1079	1035	4.1	0.0	0	0	0	-	-

Plotando os valores da TABELA 8.6 obtém-se os diagramas de iteração apresentados na FIGURA 8.10.

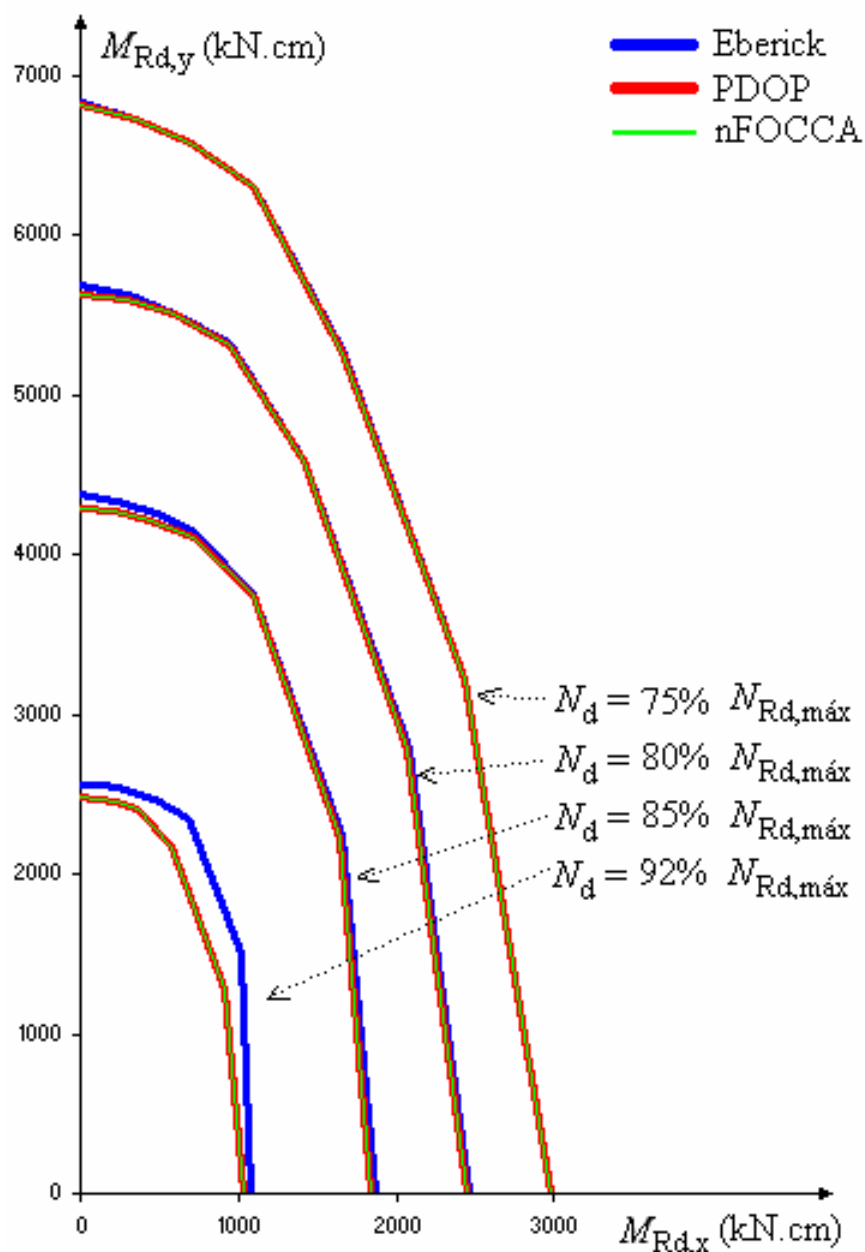


FIGURA 8.10 - Diagramas de iteração - Seção 4

Analisando os resultados de seção 1, nota-se que os momentos resistentes calculados pelos três programas são muito próximos ou exatamente iguais quando  $N_d \leq 70\% N_{Rd,máx}$ .

Os valores calculados pelo PDOP e nFOCCA são praticamente idênticos em todos os casos, a não ser na seção 1 para  $N_d = 99,5\%$  de  $N_{Rd,máx}$ . Isto já era esperado, pois o processo usado pelo PDOP, segundo LAURO (1994), só encontra resultados precisos quando  $N_d < 99\%$  de  $N_{Rd,máx}$ . Para valores de  $N_d$  entre 99% e 100% de  $N_{Rd,máx}$  o PDOP recorre a interpolação linear entre os valores dos momentos resistentes calculados com  $N_d = 99\%$  de  $N_{Rd,máx}$  e com  $N_d = 100\%$  de  $N_{Rd,máx}$  (onde os momentos resistentes são iguais a zero), conforme estudado no item 2.7.7. Interpolando linearmente uma parte da curva que tem a concavidade voltada para a origem dos eixos  $x$  e  $y$ , os resultados encontrados são obviamente inferiores aos valores reais. Já o processo usado pelo nFOCCA parece não sofrer este problema, gerando resultados mais precisos.

Analisando os resultados obtidos para as 4 seções, onde  $N_d \geq 75\% N_{Rd,máx}$ , nota-se que os resultados obtidos pelo Eberick começam a divergir cada vez mais, quanto maior o valor de  $N_d$ , sendo que as diferenças passam a ser realmente significativas somente quando  $N_d$  se encontra acima de 80%  $N_{Rd,máx}$ . Em todos os casos os momentos resistentes obtidos pelo Eberick são maiores, ou seja, podem ser contra a segurança. O autor aumentou o número de faixas nas configurações do Eberick até 100 (valor máximo permitido pelo programa) e também diminuiu o valor da tolerância da carga normal para 0,00001% (valor mínimo permitido pelo programa) obtendo resultados iguais aos já calculados.

As diferenças entre os resultados devem ser causadas por causa da diferença do processo de cálculo da resultante de compressão do concreto e sua posição. LAURO (1994) garante a precisão conceitual do processo de integração por trapézios, que é usado no PDOP e que encontrou resultados praticamente idênticos aos resultados do nFOCCA. Segundo LAURO (1994) poderia haver deficiência na precisão numérica, fato que é completamente solucionado, segundo ele, utilizando a integração numérica, desde que  $N_d \leq 99\% N_{Rd,máx}$  e a inclinação da linha neutra respeite algumas condições estudadas no item 2.7.7.

## **8.4 Comparação experimental entre os 4 processos de verificação da resistência**

Neste exemplo são avaliados a precisão e o tempo de processamento dos quatro processos de verificação da resistência às solicitações normais estudados no capítulo 3. Para isso são usados alguns pilares do projeto estrutural do edifício residencial Aracê, localizado na cidade de Chapecó-SC. Este projeto foi feito com auxílio do programa Eberick V5, do qual, para este estudo, utilizam-se as dimensões e os esforços solicitantes nos extremos dos pilares devido a cada ação, calculadas na etapa da análise estrutural por modelo de pórtico espacial. As ações com seus respectivos coeficientes de majoração, consideradas tanto no Eberick como no PDOP, são mostrados na FIGURA 11.14 do Anexo C. Combinando-as obtêm-se um total de 60 combinações de carregamento solicitantes em cada pilar.

O Anexo C apresenta algumas características da estrutura e alguns dados comuns para todos os pilares estudados.

Vários pilares são verificados e a cada dimensionamento o tempo de processamento é cronometrado pelo próprio PDOP. Dessa maneira é importante o leitor conhecer qual computador foi usado para realização deste “experimento”. As principais características que podem influenciar a velocidade do computador são a placa mãe *SOYO SY-KT600 Dragon Plus*, o processador *AMD Athlon(tm) XP 3000 (2,17GHz)* e memória RAM de 512MB (333MHz).

Os resultados obtidos no PDOP também são comparados aos resultados do Eberick V5 R4b, que utiliza do mesmo processo de verificação apresentado no item 3.2 (interpolação linear entre 2 diagramas de iteração).

Para que tais comparações sejam válidas, é preciso conhecer as diferenças entre os critérios de dimensionamento adotados em cada programa. As diferenças conhecidas são apresentadas na seqüência.

## a) Cálculo dos momentos resistentes

O processo de cálculo da resultante de compressão e a sua posição é diferente nos dois programas, fato que pode afetar os resultados dos momentos resistentes, ou seja, os diagramas de iteração. Em cada pilar, as diferenças são mais significativas quanto maior o esforço normal solicitante, conforme constatado através dos experimentos do exemplo do item 8.3. Por isso torna-se importante saber os valores dos esforços solicitantes mínimo e máximo (aparecem na TABELA 8.8), permitindo avaliar, em cada pilar, se as diferenças entre os resultados podem ser significativamente influenciadas por este fato ou não.

b) Excentricidade devido a fluência ( $\epsilon_{cc}$ )

O Eberick sempre calcula as excentricidades devido à fluência, independente do índice de esbeltez do pilar, ao contrário do PDOP que as despreza. Entretanto, sua grandeza depende de alguns fatores que podem ser configurados pelo usuário do Eberick, que neste exemplo foram definidos com valores para tornar  $e_{cc}$  o menor possível, já que serão estudados pilares com  $\lambda \leq 90$ , onde pode-se considerar  $\epsilon_{cc}$  nulo segundo a NBR 6118:2003. Foi configurado a umidade relativa do ar como 100%, início do carregamento aos 9999 dias e vida útil prevista de apenas 1 ano. Com isso os valores de  $e_{cc}$  calculados pelo Eberick, que só atuam na seção intermediária do pilar, são da ordem de 0,02 cm, nunca maior do que 0,05 cm para os pilares usados neste exemplo. São excentricidades muito pequenas, tendo pouquíssima influência nos resultados.

## c) Cálculo da excentricidade de 2ª ordem e excentricidade total

No item 2.4.3 mostrou-se que as excentricidades de 2ª ordem ( $e_2$ ) podem ser desprezadas segundo a NBR 6118:2003, quando o índice de esbeltez do pilar for menor que um valor limite  $\lambda_1$ . O Eberick sempre calcula as excentricidades de 2ª ordem independente do índice de esbeltez do pilar e, além disso, considera  $e_2$  atuando somente na mesma direção da excentricidade acidental (direção  $x$  ou  $y$ ). Na TABELA 2.4 é apresentado que  $e_{2,x}$  só deve ser calculado quando  $\lambda_x > \lambda_{1x}$  da mesma forma que  $e_{2,y}$  só deve ser calculado quando  $\lambda_y > \lambda_{1y}$ . Também entende-se que, quando existir,  $e_2$  sempre deve ser considerado, independente da direção da excentricidade

acidental. O Eberick sempre considera que a excentricidade acidental atua somente em uma ou em outra direção. Estes diferentes critérios poderiam invalidar os resultados. Para resolver este problema o PDOP foi programado para funcionar de duas maneiras: usando os mesmos critérios do Eberick ou os mesmos critérios do texto, dependendo da escolha do usuário. Nos pilares em que estes diferentes critérios alteram o resultado, serão feitos dois dimensionamentos: um com os critérios do Eberick possibilitando a comparação dos resultados dos dois programas sem nenhum problema e outro dimensionamento com os critérios apresentados no texto, onde os resultados do PDOP não são comparados com os resultados do Eberick, porque o Eberick não pode ser configurado para reproduzir os critérios deste texto. As excentricidades totais calculadas segundo os critérios do texto e segundo os critérios do Eberick são apresentadas na TABELA 8.7.

**TABELA 8.7** - Excentricidades totais segundo os critérios do texto e segundo os critérios adotados pelo Eberick.

Situações de cálculo	Seção	direção de atuação de $e_a$	Excentricidades total, combinação de carregamento $i$		Considerações
			Segundo critérios do texto	Segundo Critérios do Eberick	
qualquer valor de $\lambda$					
1ª situação	Topo	x	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)} $ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)} $	igual aos critérios do texto	momentos solicitantes finais coincidentes usando os dois critérios
2ª situação		y	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)} $ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)} $		
3ª situação	Base	x	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)} $ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)} $		
4ª situação		y	$e_{tot,x(i)} =  e_{i,x(i)} $ $e_{tot,y(i)} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)} $		
$\lambda < \lambda_1$ nas duas direções					
5ª situação	Intermediária	x	$e_{tot,x} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)} $ $e_{tot,y} =  e_{i,y(i)} $	$e_{tot,x} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)}  +  e_{2,x(i)} $ $e_{tot,y} =  e_{i,y(i)} $	momentos solicitantes finais são mais elevados quando se adotam os critérios do Eberick
6ª situação		y	$e_{tot,x} =  e_{i,x(i)} $ $e_{tot,y} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)} $	$e_{tot,x} =  e_{i,x(i)} $ $e_{tot,y} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)}  +  e_{2,y(i)} $	
$\lambda > \lambda_1$ em uma direção (supondo $\lambda_x > \lambda_1$ e $\lambda_y < \lambda_1$ )					
5ª situação	Intermediária	x e y simultaneamente	$e_{tot,x} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)}  +  e_{2,x(i)} $ $e_{tot,y} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)} $	-	momentos solicitantes finais são mais elevados quando se adotam os critérios do texto
5ª situação		x	-	$e_{tot,x} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)}  +  e_{2,x(i)} $ $e_{tot,y} =  e_{i,y(i)} $	
6ª situação		y	-	$e_{tot,x} =  e_{i,x(i)} $ $e_{tot,y} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)}  +  e_{2,y(i)} $	
$\lambda > \lambda_1$ nas duas direções					
5ª situação	Intermediária	x e y simultaneamente	$e_{tot,x} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)}  +  e_{2,x(i)} $ $e_{tot,y} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)}  +  e_{2,y(i)} $	-	momentos solicitantes finais são mais elevados quando se adotam os critérios do texto
5ª situação		x	-	$e_{tot,x} =  e_{i,x(i)}  +  e_{a,x(i)}  +  e_{2,x(i)} $ $e_{tot,y} =  e_{i,y(i)} $	
6ª situação		y	-	$e_{tot,x} =  e_{i,x(i)} $ $e_{tot,y} =  e_{i,y(i)}  +  e_{a,y(i)}  +  e_{2,y(i)} $	



Em ambos os programas foi configurado para que as excentricidades acidentais sejam calculadas pelo critério do momento mínimo. Quando a excentricidade inicial for menor do que o valor mínimo, é acrescido o que falta para “completar” o valor mínimo e quando for maior, a excentricidade acidental é considerada nula.

Este trabalho não tem como objetivo de discutir quais critérios são corretos, já que a NBR 6118:2003 realmente não apresenta de forma clara como deve ser feito o cálculo das excentricidades totais, não havendo ainda um consenso total sobre este assunto.

#### d) Cálculo da excentricidade inicial e momento final solicitante

A excentricidade inicial é calculada em função do esforço normal solicitante, que no Eberick varia entre a base e o topo, se ao longo do lance do pilar tiver um ou mais níveis intermediários (níveis geralmente usados para criar os patamares das escadas), enquanto no PDOP é considerado constante. O valor usado pelo PDOP é obtido no relatório de combinações gerado pelo Eberick, tomando o esforço normal atuante na base do pilar, que é sempre maior do que no topo. Como  $e_i = M / N$ , o valor da excentricidade inicial no topo pilar, calculada pelo Eberick, será maior do que o valor obtido no PDOP, na seção da base será igual e na seção intermediária a princípio não se sabe, pois depende de  $\alpha_b$  e  $e_{1d,A}$  estudados no item 2.4.1.

No cálculo dos momentos finais, o Eberick multiplica a excentricidade total pelo valor do esforço normal atuante na base do pilar, independente de qual seja a seção crítica (procedimento a favor da segurança). Então quando a seção crítica é a seção da base, os momentos solicitantes finais devem ser iguais nos dois programas e quando a seção crítica é a seção intermediária ou o topo, os momentos solicitantes finais serão diferentes. No topo os momentos solicitantes finais calculados pelo Eberick são sempre maiores.

Este problema não é corrigido porque é praticamente irrelevante na maioria dos casos, já que a diferença do esforço normal entre o topo e a base dos pilares varia muito pouco, pois ocorre apenas devido ao peso próprio de meia altura do lance do pilar, sendo mais significativa nos pilares menos carregados.

Dos 30 pilares estudados, o que está sujeito ao menor esforço normal é o P2-L9 (ver TABELA 8.8), que é um pilar de canto e recebe solicitações da laje da cobertura, com  $N_{sd}$  igual a 61 kN na combinação de carregamento crítica. A diferença do esforço normal entre a base e o

topo do pilar, calculado no Eberick é de apenas 2,1 kN, referente ao esforço de cálculo devido ao peso de meio lance de pilar porque a estrutura foi modelada com níveis intermediários no meio dos lances. Para demonstração, esta diferença é calculada pela equação (8.1)

$$\text{diferença do esforço normal} = \gamma_g \times h_x \times h_y \times l/2 \times \text{peso específico do concreto} \quad (8.1)$$

$$\text{diferença do esforço normal} = 1,4 \times 20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 280 \text{ cm} / 2 \times 25 \text{ kN/m}^3 = 2,1 \text{ kN}$$

No restante dos pilares esta diferença é ainda menos significativa porque estão sujeitos a maiores carregamentos de esforço normal.

### PROCEDIMENTO PARA REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO DE CADA PILAR

1º - A estrutura é processada no Eberick, onde são obtidos todos os esforços solicitantes em cada pilar e também já é feito o dimensionamento automático dos elementos.

2º - Utilizam-se as mesmas características de cada pilar, como as dimensões, vínculos, comprimento, cobrimento e esforços solicitantes de cada ação para preencher os dados de entrada no PDOP. O PDOP preenche as colunas dos esforços solicitantes da tabela apresentada na FIGURA 11.14 automaticamente, através de uma rotina que lê os dados do relatório de combinações gerados pelo Eberick, depois de salvo num arquivo de texto (.TXT), tornando o trabalho bem menos demorado.

3º - Com as dimensões do pilar e esforços solicitantes do PDOP iguais aos dados calculados pelo Eberick, é realizado o dimensionamento otimizado pelo 1º processo de verificação da resistência no PDOP, que sempre proporciona a solução mais econômica automaticamente. Compara-se este arranjo com o arranjo automático encontrado no Eberick, e utiliza-se o mais econômico para preencher os dados apresentados na TABELA 8.8. Com este arranjo testa-se a resistência pelos outros 3 processos de verificação (2º, 3º e 4º) e no Eberick para se obter a relação  $M_{Rd} / M_{Sd}$ . Obtidos estes valores são preenchidas as colunas " $M_{Rd} / M_{Sd}$ " da TABELA 8.9.

4º - Com as mesmas dimensões e esforços solicitantes realiza-se o dimensionamento otimizado através dos 4 processos de verificação do PDOP e são preenchidos os dados restantes da TABELA 8.9 referentes ao dimensionamento otimizado, que são: solução mais econômica encontrada, tempo total, tempo de dimensionamento, arranjos verificados, número de vezes que se utiliza o processo iterativo da linha neutra ( $n_{IntLN}$ ) e número total de iterações.

5º - Preenchida toda a tabela são plotados alguns gráficos e os resultados são analisados.

Os pilares usados no exemplo com suas características individuais são mostrados na TABELA 8.8.

TABELA 8.8 - Características dos pilares.

Pilares estudados	Casos dos	Pilar	Critério	Direto				Otimizado e direto				Arranjo				Esforços axiais				Direto				Combinação crítica			
				Seção crítica	b	h	$I_{ex}$	$I_{ey}$	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\phi$	$\phi_1$	$n_x$	$n_y$	$s_t$	$N_{Sd,max}$	$N_{Sd,min}$	$N_{Rd,max}$	$N_{Rd,min}$	$N_{Sd,max}/N_{Rd,max}$	$N_{Sd,min}/N_{Rd,min}$	$\lambda_{1x}$	$\lambda_{1y}$	$N_{dobl,max}$	$N_{Sd}$	$(N_{Sd}-N_{Sd,min})/(N_{Sd,max}-N_{Sd,min})$	$M_{Sd}$
1	1	P2-12	Eberick	Topo	25	30	395	315	55	36	12,5	5,0	2	2	15	362	732	1.117	0,32	0,66	64	63	395	706	0,93	2.468	1.695
2	2	P2-12	texto	Interm.	25	30	395	315	55	36	10,0	5,0	4	2	15	362	732	1.175	0,31	0,62	47	35	395	689	0,88	2.743	2.140
3	3	P2-13		Base	25	30	315	315	44	36	12,5	5,0	3	2	15	301	582	1.222	0,25	0,48	66	63	308	570	0,96	4.098	1.367
4	4	P2-14		Topo	20	30	280	280	48	32	12,5	5,0	3	2	15	245	471	1.038	0,24	0,45	66	63	308	458	0,94	2.752	1.100
5	5	P2-15		Topo	20	30	280	280	48	32	10,0	5,0	4	2	12	208	389	992	0,21	0,39	67	64	318	377	0,93	2.620	962
6	6	P2-16		Topo	20	30	280	280	48	32	12,5	5,0	2	2	15	170	307	935	0,18	0,33	67	64	299	296	0,92	2.366	961
7	7	P2-17		Topo	20	30	280	280	48	32	12,5	5,0	2	2	15	129	225	935	0,14	0,24	69	65	299	216	0,91	2.187	1.135
8	8	P2-18		Topo	20	30	280	280	48	32	12,5	5,0	2	2	15	85	143	935	0,09	0,15	71	66	299	137	0,90	1.845	1.012
9	9	P2-19		Topo	20	30	280	280	48	32	10,0	5,0	4	2	15	39	62	993	0,04	0,06	78	79	318	61	0,96	1.518	2.372
10	10	P2-12	Eberick	Interm.	30	65	395	315	46	17	12,5	5,0	15	2	15	1.492	2.869	3.914	0,38	0,73	63	45	1.009	2.869	1,00	10.396	4.813
11	11	P2-12	texto	Interm.	30	65	395	315	46	17	12,5	5,0	13	2	15	1.492	2.869	3.701	0,40	0,78	41	51	985	2.806	0,95	10.171	641
12	12	P2-13		Interm.	30	65	315	315	36	17	12,5	5,0	9	2	15	1.329	2.496	3.230	0,41	0,77	35	35	1.030	2.496	1,00	7.751	5.398
13	13	P2-14		Base	25	65	280	280	39	15	12,5	5,0	8	6	15	1.132	2.110	3.210	0,35	0,66	63	64	727	2.018	0,91	4.541	20.429
14	14	P2-15		Topo	25	65	280	280	39	15	12,5	5,0	3	6	15	943	1.728	2.695	0,35	0,64	51	65	737	1.665	0,92	3.746	17.340
15	15	P2-16		Topo	25	65	280	280	39	15	12,5	5,0	3	4	15	750	1.346	2.489	0,30	0,54	44	66	836	1.180	0,72	2.654	21.644
16	16	P2-17		Topo	25	50	280	280	39	19	10,0	5,0	3	7	12	552	966	2.046	0,27	0,47	50	67	591	860	0,74	1.935	15.508
17	17	P2-18		Topo	25	50	280	280	39	19	12,5	5,0	3	3	15	348	594	1.930	0,18	0,31	34	69	633	537	0,77	1.208	14.348
18	18	P2-19		Topo	25	50	280	280	39	19	12,5	5,0	3	4	15	140	220	2.033	0,07	0,11	43	80	604	208	0,84	467	14.256
19	19	P34-12	Eberick	Interm.	25	55	315	315	44	20	12,5	5,0	13	2	15	1.147	2.214	3.001	0,38	0,74	63	41	658	1.892	0,70	4.256	13.848
20	20	P34-12	texto	Base	25	55	315	315	44	20	12,5	5,0	10	4	15	1.147	2.214	2.901	0,40	0,76	63	64	545	1.892	0,70	4.256	13.848
21	21	P34-13	Eberick	Interm.	25	55	315	315	44	20	16,0	5,0	4	4	17	988	1.909	2.683	0,37	0,71	63	63	524	1.909	1,00	6.151	1.570
22	22	P34-13	texto	Topo	25	55	315	315	44	20	12,5	5,0	8	2	15	988	1.909	2.494	0,40	0,77	63	63	682	1.828	0,91	4.114	7.676
23	23	P34-14	Eberick	Topo	25	45	280	280	39	22	12,5	5,0	8	2	15	840	1.616	2.191	0,38	0,74	63	63	548	1.553	0,92	3.495	6.189
24	24	P34-14	texto	Topo	25	45	280	280	39	22	12,5	5,0	6	4	15	840	1.616	2.191	0,38	0,74	63	64	513	1.553	0,92	3.495	6.189
25	25	P34-15	Eberick	Topo	25	45	280	280	39	22	16,0	5,0	3	2	17	699	1.325	1.873	0,37	0,71	64	63	644	1.280	0,93	2.879	6.015
26	26	P34-16		Topo	25	45	280	280	39	22	12,5	5,0	2	2	15	557	1.036	1.572	0,35	0,66	63	64	614	1.006	0,94	2.263	6.439
27	27	P34-17		Topo	25	35	280	280	39	28	12,5	5,0	2	2	15	411	748	1.269	0,32	0,59	65	64	456	694	0,84	2.914	2.918
28	28	P42-12	Eberick	Interm.	25	35	395	315	55	31	12,5	5,0	8	2	15	603	1.242	1.887	0,32	0,66	63	63	398	1.242	1,00	4.941	403
29	29	P42-12	texto	Interm.	25	35	395	315	55	31	10,0	5,0	10	2	12	603	1.242	1.722	0,35	0,72	48	63	431	1.180	0,90	4.696	948
30	30	P42-13		Topo	25	35	315	315	44	31	12,5	5,0	6	2	15	538	1.082	1.681	0,32	0,64	65	63	433	1.044	0,93	4.356	2.661
31	31	P42-14		Topo	25	25	280	280	39	39	16,0	5,0	4	2	17	468	910	1.435	0,33	0,63	65	63	146	873	0,92	3.500	1.964
32	32	P42-15		Topo	25	25	280	280	39	39	10,0	5,0	6	3	12	395	743	1.221	0,32	0,61	65	63	248	710	0,91	3.267	1.597
33	33	P42-16		Topo	25	25	280	280	48	48	10,0	5,0	4	2	12	319	580	1.023	0,31	0,57	65	63	320	552	0,89	2.835	1.243
34	34	P42-17		Topo	20	20	280	280	48	48	10,0	5,0	5	5	12	241	421	1.014	0,24	0,42	65	66	87	390	0,82	1.560	2.021
35	35	P42-18		Topo	20	20	280	280	48	48	16,0	5,0	2	2	19	159	267	824	0,19	0,32	67	66	174	249	0,84	1.628	1.444
36	36	P42-19		Topo	20	20	280	280	48	48	12,5	5,0	2	2	15	74	114	692	0,11	0,17	71	68	178	110	0,90	1.341	1.034

## EXPLICAÇÃO TABELA 8.8

### Pilar

Indica o nome e o lance do pilar

### Critério excentr.

Indica se são adotados os critérios do Eberick ou os critérios do texto para o cálculo das excentricidades e conseqüentemente dos momentos finais. Quando não há nada escrito significa que os momentos finais obtidos utilizando os critérios do texto serão iguais aos momentos finais obtidos utilizando os critérios do Eberick.

### Seção crítica

Indica qual é a seção crítica: base, intermediária ou topo. A seção crítica e combinação crítica é obtida tanto pelo PDOP como pelo Eberick varrendo todas as 6 situações apresentadas na TABELA 8.7, para cada combinação de carregamento, em busca do menor valor de  $M_{Rd} / M_{Sd}$ .

### Características do pilar

São apresentadas as principais características dos pilares como  $h_x$ ,  $h_y$ ,  $l_{ex}$ ,  $l_{ey}$ ,  $\lambda_x$  e  $\lambda_y$ , que são usadas tanto no dimensionamento direto como no dimensionamento otimizado.

### Arranjo

Apresenta bitolas, quantidade de barras longitudinais e espaçamento dos estribos referentes ao arranjo mais econômico entre aqueles calculadas pelo PDOP e pelo Eberick. É com este arranjo que são calculados todos os dados em que na primeira linha da tabela aparece a palavra “Direto” ou “Otimizado e direto”.

### Esforços axiais

Apresenta o valor do esforço normal solicitante mínimo ( $N_{Sd,min}$ ) e máximo ( $N_{Sd,max}$ ) dentre todas as combinações de carregamento, que são usadas no dimensionamento direto e no dimensionamento otimizado. Também apresenta o esforço normal resistente máximo ( $N_{Rd,max}$ ) calculado com o arranjo da solução mais econômica e os valores de  $N_{Sd,min} / N_{Rd,max}$  e  $N_{Sd,max} / N_{Rd,max}$  para saber quando os diagramas de iteração gerados pelo PDOP e pelo Eberick podem apresentar diferenças significativas, conforme estudado no item 8.3.

### Combinação crítica

Apresenta alguns dados da combinação crítica. O valor de  $\lambda_1$  é importante para saber quando as excentricidades de 2ª ordem são consideradas. O valor de  $N_{d,MRdmax}$  é usado para saber quando o 3º processo de verificação não pode ser utilizado, que acontece quando  $N_{d,MRdmax}$  fica fora do intervalo  $N_{Sd,min} - N_{Sd,max}$ . Nestes casos o número é destacado em vermelho.

O valor de  $(N_{Sd} - N_{Sd,min}) / (N_{Sd,max} - N_{Sd,min})$  serve para identificar em que altura no eixo  $N$  a combinação crítica se encontra. Aparece destacado em vermelho quando é igual a 1,00, que significa que o esforço normal solicitante máximo é proporcionado exatamente pela combinação crítica. Nestes casos os resultados de resistência dos 4 processos de verificação do PDOP apresentam resultados idênticos porque a própria combinação crítica é um dos pontos das retas de interpolação usada pelos processos aproximados de verificação.

Os momentos  $M_{Sd,x}$  e  $M_{Sd,y}$  representam o valores do momento final da combinação crítica na seção crítica. Com estes momentos é calculada a relação  $M_{Rd} / M_{Sd}$ .

### RESULTADOS:

TABELA 8.9 - Resultados (1ª parte de 2)

Pilar	Critério	Otimizado										Direto										Otimizado											
		Soluç mais econômica R\$					$M_{Rd} / M_{sd}$					$M_{Rd} / M_{sd}$					Tempo total (s)					Tempo de dimensionamento (s)											
		1	2	3	4 <sub>0</sub>	4 <sub>5</sub>	1	2	3	4 <sub>0</sub>	4 <sub>5</sub>	Eberick	1	2	3	4 <sub>0</sub>	4 <sub>5</sub>	Eberick	1	2	3	4 <sub>0</sub>	4 <sub>5</sub>	1	2	3	4 <sub>0</sub>	4 <sub>5</sub>					
P2-1.2	excentr.	44,44	44,44	44,44	44,44	44,44	1,084	1,065	1,067	1,078	1,080	1,06	1,039	1,015	1,019	1,033	1,035	-	8,516	0,953	2,000	1,516	1,860	8,328	0,781	1,828	1,328	1,672	7,969	0,500	1,063	0,828	0,984
P2-1.2	Eberick	44,44	44,44	44,44	44,44	44,44	49,87	-	-	-	-	1,06	1,039	1,015	1,019	1,033	1,035	-	8,516	0,953	2,000	1,516	1,860	8,328	0,781	1,828	1,328	1,672	7,969	0,500	1,063	0,828	0,984
P2-1.2	texto	57,34	57,34	57,34	57,34	57,34	64,57	64,57	64,57	64,57	64,57	1,03	1,039	1,015	1,019	1,033	1,035	-	8,516	0,953	2,000	1,516	1,860	8,328	0,781	1,828	1,328	1,672	7,969	0,500	1,063	0,828	0,984
P2-1.3		56,55	56,55	56,55	56,55	56,55	56,55	56,55	56,55	56,55	56,55	1,03	1,039	1,015	1,019	1,033	1,035	-	8,516	0,953	2,000	1,516	1,860	8,328	0,781	1,828	1,328	1,672	7,969	0,500	1,063	0,828	0,984
P2-1.4		50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	1,08	1,073	1,080	1,080	1,081	1,081	1,081	1,081	1,187	0,953	1,188	1,187	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.4	Eberick	38,91	38,91	38,91	38,91	38,91	43,07	43,07	43,07	43,07	43,07	1,10	1,121	1,108	1,117	1,114	1,115	1,115	1,115	1,187	0,953	1,188	1,187	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.4	texto	38,91	38,91	38,91	38,91	38,91	43,07	43,07	43,07	43,07	43,07	1,10	1,121	1,108	1,117	1,114	1,115	1,115	1,115	1,187	0,953	1,188	1,187	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.5		38,91	38,91	38,91	38,91	38,91	43,07	43,07	43,07	43,07	43,07	1,16	1,190	1,188	>	1,189	1,190	1,190	1,190	1,187	0,953	1,188	1,187	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.5	Eberick	44,95	44,95	44,95	44,95	44,95	48,93	48,93	48,93	48,93	48,93	<1	1,021	1,021	>	1,021	1,021	1,021	1,021	1,021	0,953	1,188	1,021	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.5	texto	283,38	283,38	283,38	283,38	283,38	302,23	302,23	302,23	302,23	302,23	1,08	1,083	1,083	<	1,083	1,083	1,083	1,083	1,083	0,953	1,188	1,083	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.6		252,89	252,89	252,89	252,89	252,89	252,89	252,89	252,89	252,89	252,89	-	1,022	1,006	<	1,015	1,017	1,017	1,017	1,017	0,953	1,188	1,017	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.6	Eberick	179,61	179,61	179,61	179,61	179,61	201,48	201,48	201,48	201,48	201,48	1,05	1,053	1,053	<	1,053	1,053	1,053	1,053	1,053	0,953	1,188	1,053	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.6	texto	206,19	206,19	206,19	206,19	206,19	237,93	237,93	237,93	237,93	237,93	1,00	1,014	1,000	<	1,010	1,011	1,011	1,011	1,011	0,953	1,188	1,011	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.7		126,16	126,16	126,16	126,16	126,16	164,78	164,78	164,78	164,78	164,78	1,03	1,045	1,032	<	1,041	1,042	1,042	1,042	1,042	0,953	1,188	1,042	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.7	Eberick	95,19	106,58	95,19	95,19	95,19	95,19	95,19	95,19	95,19	95,19	1,024	0,996	1,003	1,022	1,023	1,023	1,023	1,023	1,023	0,953	1,188	1,023	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.7	texto	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01	1,025	1,006	1,010	1,024	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025	0,953	1,188	1,025	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.8		85,69	85,69	85,69	85,69	85,69	81,87	81,87	81,87	81,87	81,87	1,01	1,027	1,019	>	1,026	1,026	1,026	1,026	1,026	0,953	1,188	1,026	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.8	Eberick	79,77	79,77	79,77	79,77	79,77	79,77	79,77	79,77	79,77	79,77	1,052	1,051	>	1,052	1,052	1,052	1,052	1,052	1,052	0,953	1,188	1,052	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P2-1.8	texto	243,83	249,89	243,83	243,83	243,83	260,93	260,93	260,93	260,93	260,93	<1	1,037	0,985	<	1,035	1,035	1,035	1,035	1,035	0,953	1,188	1,035	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.2		226,73	243,83	226,73	226,73	226,73	194,34	194,34	194,34	194,34	194,34	1,00	1,014	0,955	<	1,010	1,011	1,011	1,011	1,011	0,953	1,188	1,011	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.2	Eberick	193,53	193,53	193,53	193,53	193,53	158,24	158,24	158,24	158,24	158,24	1,005	0,973	<	0,996	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,953	1,188	0,999	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.2	texto	158,33	166,99	158,33	158,33	158,33	158,24	158,24	158,24	158,24	158,24	1,022	0,998	<	1,015	1,017	1,017	1,017	1,017	1,017	0,953	1,188	1,017	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.3		140,65	142,45	140,65	140,65	140,65	138,03	138,03	138,03	138,03	138,03	1,036	1,011	<	1,029	1,031	1,031	1,031	1,031	1,031	0,953	1,188	1,031	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.3	Eberick	92,19	92,19	92,19	92,19	92,19	90,70	90,70	90,70	90,70	90,70	1,068	1,049	<	1,062	1,064	1,064	1,064	1,064	1,064	0,953	1,188	1,064	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.3	texto	42,51	42,51	42,51	42,51	42,51	42,51	42,51	42,51	42,51	42,51	1,025	1,010	1,012	1,021	1,022	1,022	1,022	1,022	1,022	0,953	1,188	1,022	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.4		40,71	40,71	40,71	40,71	40,71	40,71	40,71	40,71	40,71	40,71	1,068	1,045	1,051	1,064	1,066	1,066	1,066	1,066	1,066	0,953	1,188	1,066	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.4	Eberick	151,12	151,12	151,12	151,12	151,12	156,91	156,91	156,91	156,91	156,91	1,163	1,163	<	1,163	1,163	1,163	1,163	1,163	1,163	0,953	1,188	1,163	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.4	texto	129,52	134,02	129,52	129,52	129,52	116,92	116,92	116,92	116,92	116,92	1,038	1,026	<	1,034	1,035	1,035	1,035	1,035	1,035	0,953	1,188	1,035	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.5		113,13	113,13	113,13	113,13	113,13	112,30	112,30	112,30	112,30	112,30	1,032	1,021	<	1,029	1,030	1,030	1,030	1,030	1,030	0,953	1,188	1,030	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.5	Eberick	80,76	84,06	80,76	80,76	80,76	87,86	87,86	87,86	87,86	87,86	1,005	0,994	<	1,002	1,003	1,003	1,003	1,003	1,003	0,953	1,188	1,003	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.5	texto	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	1,053	1,042	1,042	1,050	1,051	1,051	1,051	1,051	1,051	0,953	1,188	1,051	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.6		88,58	88,58	88,58	88,58	88,58	99,04	99,04	99,04	99,04	99,04	1,008	1,005	<	1,007	1,008	1,008	1,008	1,008	1,008	0,953	1,188	1,008	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.6	Eberick	57,86	57,86	57,86	57,86	57,86	57,86	57,86	57,86	57,86	57,86	1,108	1,103	1,106	1,108	1,108	1,108	1,108	1,108	1,108	0,953	1,188	1,108	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188
P3-1.6	texto	37,10	37,10	37,10	37,10	37,10	37,10	37,10	37,10	37,10	37,10	1,111	1,090	>	1,110	1,110	1,110	1,110	1,110	1,110	0,953	1,188	1,110	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188	0,953	1,188

TABELA 8.10 - Resultados (2ª parte de 2)

Pilar	Critério	Otimizado																
		Arranjos verificados					$n_{InLN}$					iterações						
		1	2	3	4 <sub>(n)</sub>	4 <sub>(s)</sub>	1 <sub>(max)</sub>	1	2	3	3 <sub>(max)</sub>	4 <sub>(n)</sub>	4 <sub>(s)</sub>	1	2	3		
P2-1.2	excentr.	10	10	10	10	10	3.600	2.585	120	320	318	240	300	60.822	2.952	6.838	5.979	7.276
P2-1.2	Ebercik	16	18	18	16	16	5.760	4.156	216	576	568	384	480	98.149	5.292	12.119	9.598	11.520
P2-1.3	texto	28	31	31	28	28	10.080	4.306	372	992	983	672	840	98.009	8.356	20.454	15.144	19.404
P2-1.4		26	26	26	26	26	9.360	3.697	312	832	815	624	780	85.309	7.089	17.204	13.926	18.150
P2-1.5		19	19	19	19	19	6.840	3.316	228	608	605	456	570	73.931	5.134	12.757	10.053	12.804
P2-1.6		10	10	10	10	10	3.600	2.399	120	320	317	240	300	52.737	2.402	6.395	5.059	6.510
P2-1.7		10	10	10	10	10	3.600	2.356	120	320	257	240	300	46.882	2.513	5.064	4.988	6.286
P2-1.8		8	8	8	8	8	2.880	2.227	96	256	205	192	240	44.567	1.977	3.990	3.984	4.937
P2-1.9		16	16	16	16	16	5.760	2.683	192	512	413	384	480	50.808	3.935	8.197	7.790	9.700
P2-1.2	Ebercik	255	255	255	255	255	91.800	12.036	3.060	8.160	6.591	6.120	7.650	297.170	71.090	142.061	148.616	185.449
P2-1.2	texto	234	236	236	233	233	84.240	19.716	2.832	7.552	6.126	5.592	6.990	477.126	64.121	130.510	134.439	167.977
P2-1.3		137	137	137	137	137	49.320	9.023	1.644	4.384	3.562	3.288	4.110	224.149	39.339	76.920	80.919	100.261
P2-1.4		185	191	191	185	185	66.600	10.526	2.292	6.112	4.915	4.440	5.550	259.738	56.645	108.691	107.766	136.188
P2-1.5		89	97	97	92	92	32.040	7.524	1.164	3.104	2.546	2.208	2.760	176.205	26.360	53.577	51.620	65.893
P2-1.6		57	64	65	57	57	20.520	6.363	768	2.080	2.074	1.368	1.710	150.210	18.655	45.301	32.173	39.847
P2-1.7		74	74	75	74	74	26.640	6.739	888	2.400	2.393	1.776	2.220	137.674	20.008	51.064	39.726	50.525
P2-1.8		34	33	33	34	34	12.240	3.516	396	1.056	857	816	1.020	66.440	8.710	17.445	17.663	24.574
P2-1.9		55	55	55	55	55	19.800	3.341	660	1.760	1.429	1.320	1.650	57.517	13.310	28.370	26.972	33.551
P3-1.2	Ebercik	175	174	174	175	175	63.000	8.894	2.088	5.568	4.409	4.200	5.250	221.223	48.236	94.003	101.571	126.868
P3-1.2	texto	163	170	170	162	162	58.680	8.210	2.040	5.440	4.329	3.888	4.860	198.925	45.090	90.771	92.204	115.529
P3-1.3	Ebercik	125	125	125	125	125	45.000	8.250	1.500	4.000	3.244	3.000	3.750	207.983	36.628	71.068	74.238	91.425
P3-1.3	texto	103	102	102	101	101	37.080	7.621	1.224	3.264	2.650	2.424	3.030	187.978	29.171	57.479	59.289	73.800
P3-1.4	Ebercik	114	114	114	114	114	41.040	7.876	1.368	3.648	2.941	2.736	3.420	196.282	32.999	64.299	67.684	83.877
P3-1.4	texto	114	117	117	114	114	41.040	7.700	1.404	3.744	3.026	2.736	3.420	189.012	33.187	65.453	66.956	83.271
P3-1.5		55	55	55	55	55	19.800	5.576	660	1.760	1.429	1.320	1.650	139.149	15.931	30.877	31.859	39.647
P3-1.6		8	11	11	11	11	2.880	2.172	132	352	351	264	330	50.012	3.204	7.327	6.521	7.894
P3-1.7		6	11	11	8	8	2.160	2.000	132	352	350	192	240	44.248	3.267	7.477	4.443	5.777
P4-1.2	Ebercik	97	97	97	97	97	34.920	5.865	1.164	3.104	2.457	2.328	2.910	145.940	28.242	54.075	56.260	70.840
P4-1.2	texto	87	92	92	91	89	31.320	6.039	1.104	2.944	2.342	2.184	2.670	152.547	26.704	51.234	53.048	65.009
P4-1.3		79	80	80	79	79	28.440	8.863	960	2.560	2.054	1.896	2.370	213.708	22.723	44.162	44.998	57.298
P4-1.4		69	69	69	69	69	24.840	5.357	828	2.208	1.721	1.656	2.070	129.756	21.183	39.249	41.088	51.325
P4-1.5		52	53	53	52	52	18.720	5.951	636	1.696	1.348	1.248	1.560	141.312	15.272	29.255	30.144	38.177
P4-1.6		18	18	18	18	18	6.480	3.495	216	576	508	432	540	79.531	4.784	10.357	9.876	12.427
P4-1.7		34	34	34	34	34	12.240	1.753	408	1.088	843	816	1.020	40.438	8.978	17.868	19.093	23.357
P4-1.8		28	28	28	28	28	10.080	3.315	336	896	852	672	840	74.227	7.536	18.654	15.197	18.285
P4-1.9		9	9	9	9	9	3.240	1.846	108	288	232	216	270	37.689	2.164	4.642	4.507	5.388



EXPLICAÇÃO TABELA 8.9 e TABELA 8.10Processos de verificação

1	1º processo de verificação do PDOP (item 3.1)
2	2º processo de verificação do PDOP (item 3.2)
3	3º processo de verificação do PDOP (item 3.3)
4 <sub>(4)</sub>	4º processo de verificação do PDOP (item 3.4), com 4 diagramas de interpolação
4 <sub>(5)</sub>	4º processo de verificação do PDOP (item 3.4), com 5 diagramas de interpolação
Eberick	Resultados obtidos no Eberick

Otimizado ou Direto

Indica se os resultados são obtidos através do dimensionamento otimizado ou através do dimensionamento direto.

Solução mais econômica R\$

Indica o preço total da armadura da solução mais econômica entre todas as soluções possíveis, determinadas no dimensionamento otimizado através de cada processo de verificação. Observa-se que o 1º processo de verificação, que é mais preciso, sempre encontra soluções mais econômicas ou iguais aos outros 3 processos de verificação.

Quando a coluna do 3º processo de verificação é preenchida com “>” ou “<” significa que o processo não pode ser usado porque  $N_{d,MRd_{máx}} > N_{Sd,máx}$  (quando aparece “>”) ou porque  $N_{d,MRd_{máx}} < N_{Sd,min}$  (quando aparece “<”), conforme mostra a FIGURA 8.11. Nestes casos o PDOP muda automaticamente para 2º processo de verificação, obtendo os mesmos resultados de resistência deste processo, porém com maior tempo de processamento que foi gasto para o cálculo de  $N_{d,MRd_{máx}}$ .

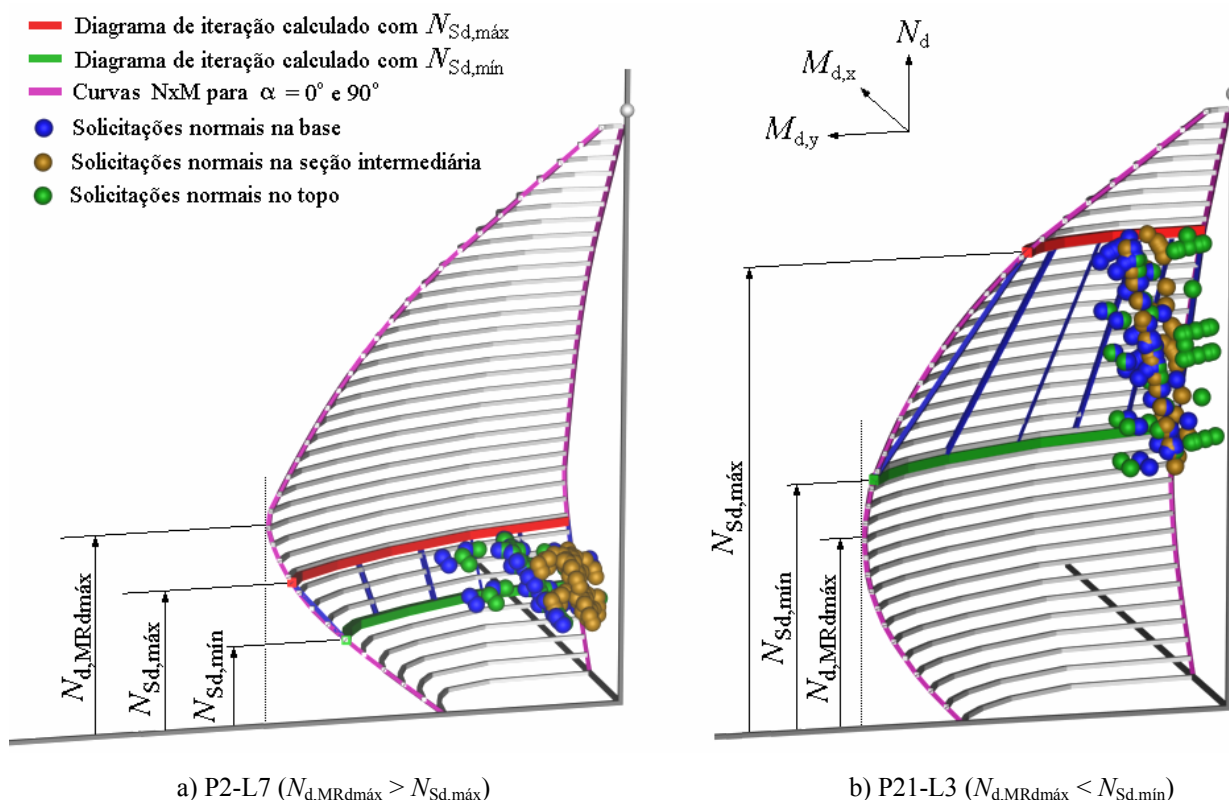


FIGURA 8.11 - Casos onde o 3º processo de verificação não pode ser utilizado. (gráficos gerados no PDOP)

A coluna “Eberick” apresenta a solução obtida no dimensionamento automático do Eberick, que foi configurado para escolher a solução com menor área de aço da armadura longitudinal (critério de economia de material). Usando o mesmo arranjo obtido automaticamente pelo Eberick, no PDOP, calcula-se o custo total e esta coluna da tabela é preenchida.

Em alguns casos o critério da menor área da armadura proporciona a solução mais econômica e em outros casos não. Isso não quer dizer que a solução mais econômica do PDOP não possa ser adotada no Eberick, só quer dizer que a solução automática pode ser outra. A coluna “Solução mais econômica - Eberick” da TABELA 8.9 é usada somente para comparar o critério da menor área da armadura longitudinal com o critério do custo total da armadura, que é mais eficiente. A mesma solução mais econômica do PDOP não poderia ser adotada no Eberick apenas nos casos em que a coluna “ $M_{Rd} / M_{Sd}$  - Eberick” da TABELA 8.9 apresenta valor “<1”, que indica que a solução não apresenta segurança suficiente quando verificada no Eberick.

A coluna “Eberick” apresenta “-“ quando o cálculo das excentricidade são feitos de acordo com os critérios do texto, que são diferentes do Eberick e por isso não se tem a resposta.

O cálculo do preço do arranjo do P2-L2, detalhado na FIGURA 8.12, é demonstrado abaixo:

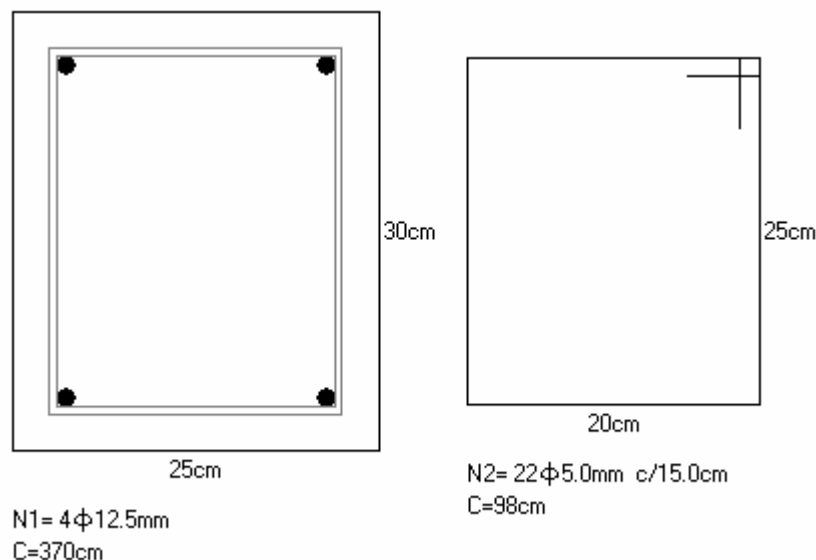


FIGURA 8.12 - Detalhamento do P2-L2 (gerado pelo PDOP)

*Armadura longitudinal:*

$$n_x = 2$$

$$n_x = 2$$

$$n_{\text{tot}} = 4$$

$$C = \text{comprimento} = l + l_b = 315 \text{ cm} + 55 \text{ cm (calculado no PDOP)} = 370 \text{ cm}$$

$$\phi 12,5 \text{ mm} \rightarrow \text{massa nominal} = 0,00963 \text{ kg/cm (valor tabelado)}$$

$$\phi 12,5 \text{ mm} \rightarrow \text{preço linear} = 2,39976 \text{ R\$/kg}$$

$$\text{preço da armadura longitudinal} = n_{\text{tot}} \cdot C \cdot \text{massa nominal} \cdot \text{preço linear}$$

$$\text{preço da armadura longitudinal} = 4 \cdot 370 \text{ cm} \cdot 0,00963 \text{ kg/cm} \cdot 2,39976 \text{ R\$/kg} = 34,20 \text{ R\$}$$

*Estribos:*

$$s_t = 15 \text{ cm (calculado no PDOP)}$$

$$\text{número de estribos} = N2 = l / s_t + 1 = 315 \text{ cm} / 15 \text{ cm} + 1 = 21 + 1 = 22$$

estribos suplementares na direção  $x = 0$

estribos suplementares na direção  $y = 0$

$\phi$  12,5 mm  $\rightarrow$  massa nominal = 0,00154 kg/cm (valor tabelado)

$\phi$  12,5 mm  $\rightarrow$  preço linear = 3,08295 R\$/kg

$$C = 2 \cdot [(h_x - 2 c_{\text{nom}}) + (h_y - c_{\text{nom}})] + 2 \text{ ganchos}$$

$$C = 2 \cdot (20 \text{ cm} + 25 \text{ cm}) + 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$$

Num cálculo mais exato este comprimento deve ser corrigido porque cada dobra do estribo não é exatamente em ângulo reto, possui um pequeno raio.

Correção do comprimento = número de dobras de  $45^\circ \cdot (-2 \cdot \text{raio do pino de dobramento} + \pi \cdot \text{raio do pino de dobramento} / 2)$

$$\text{Correção do comprimento} = 7 \cdot (-2 \cdot 0,75 \text{ cm} + 3,14 \cdot 0,75 \text{ cm} / 2) = -2,25 \text{ cm}$$

$$C = 100 - 2,25 = 97,75 \rightarrow C = 98 \text{ cm}$$

preço dos estribos =  $N2 \cdot C \cdot \text{massa nominal} \cdot \text{preço linear}$

$$\text{preço dos estribos} = 22 \cdot 98 \text{ cm} \cdot 0,00154 \text{ kg/cm} \cdot 3,08295 \text{ R$/kg} = 10,24 \text{ R\$}$$

$$\text{preço total da armadura do pilar} = 34,20 + 10,24 = \mathbf{44,44 \text{ R\$}}$$

### $M_{Rd} / M_{Sd}$

É a relação entre momento resistente e momento solicitante da seção crítica da combinação crítica, calculado com o arranjo apresentado na TABELA 8.8 através do dimensionamento direto. A coluna do 3º processo de verificação pode apresentar “>” ou “<” pelos mesmos motivos apresentados quando isto acontece na coluna “solução mais econômica”.

O valor de  $M_{Rd} / M_{Sd}$  da coluna do Eberick é calculado com o mesmo arranjo que foi usado para o cálculo de  $M_{Rd} / M_{Sd}$  no PDOP, mesmo que a solução automática do Eberick seja outra.

A coluna do Eberick apresenta “<1” quando  $M_{Rd} / M_{Sd}$  é menor do que 1,00. Quando isto acontece o Eberick não mostra o valor de  $M_{Rd} / M_{Sd}$ , o programa simplesmente não aceita a

solução. A mesma coluna apresenta “-“ quando o cálculo das excentricidades são feitos de acordo com os critérios do texto, que são diferentes do Eberick e por isso não se tem a resposta. O Eberick apresenta o valor de  $M_{Rd} / M_{Sd}$  com apenas duas casas decimais, por isso não é mostrada a terceira casa como acontece com os valores do PDOP.

Os valores menores que 1 são destacados em vermelho indicando que a segurança não é atendida.

### Tempo total

Tempo total em segundos, gasto no dimensionamento otimizado do PDOP, onde são testados vários arranjos de armadura. É o tempo decorrido desde o clique do *mouse* no botão “dimensionamento otimizado” do PDOP até a saída de resultados. O tempo é cronometrado pelo próprio PDOP e começa a ser marcado no início quadro 1 da FIGURA 7.1 até o quadro “FIM”, excluindo a geração dos relatórios e da superfície tridimensional.

### Tempo de dimensionamento

Tempo de dimensionamento em segundos, gasto no dimensionamento otimizado do PDOP. Não é somente a parte da verificação da resistência, o tempo começa a ser marcado no início do quadro 5 da FIGURA 7.1 até antes do início do quadro 18.

### Arranjos verificados

É a quantidade de arranjos em que a verificação da resistência é efetivamente realizada. Os outros arranjos não precisam ser verificados por causa do recurso da pré-verificação estudado no capítulo 6.

### $n_{IntLN}$

É o número de vezes que o PDOP usou o processo iterativo da linha neutra para testar todos os arranjos da coluna “Arranjos verificados”.

O 1º e 3º processo têm um número máximo de vezes que pode ser calculado conforme mostra o Anexo B. Estes máximos são apresentados nas colunas  $1_{(máx)}$  e  $3_{(máx)}$  em azul, enquanto as colunas 1 e 3 apresentam os valores experimentais efetivos calculados no PDOP em preto.

As colunas do 2º e 4º processo não apresentam valores experimentais porque nunca diferem dos valores teóricos que são calculados conforme mostra o Anexo B.

### Interações

É a quantidade total de iterações realizadas para obter equilíbrio das forças normais a menos da tolerância do esforço normal  $Prec_{Nd}$ , somadas a cada arranjo verificado.

### ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados da TABELA 8.9 podem ser plotados em gráficos de barras para facilitar a comparação entre os 4 processos de verificação do PDOP e os resultados do Eberick. As figuras seguintes apresentam estes gráficos e em seguida estão os comentários e análise dos resultados.

FIGURA 8.13 - Quantidade de iterações do P2 e P21

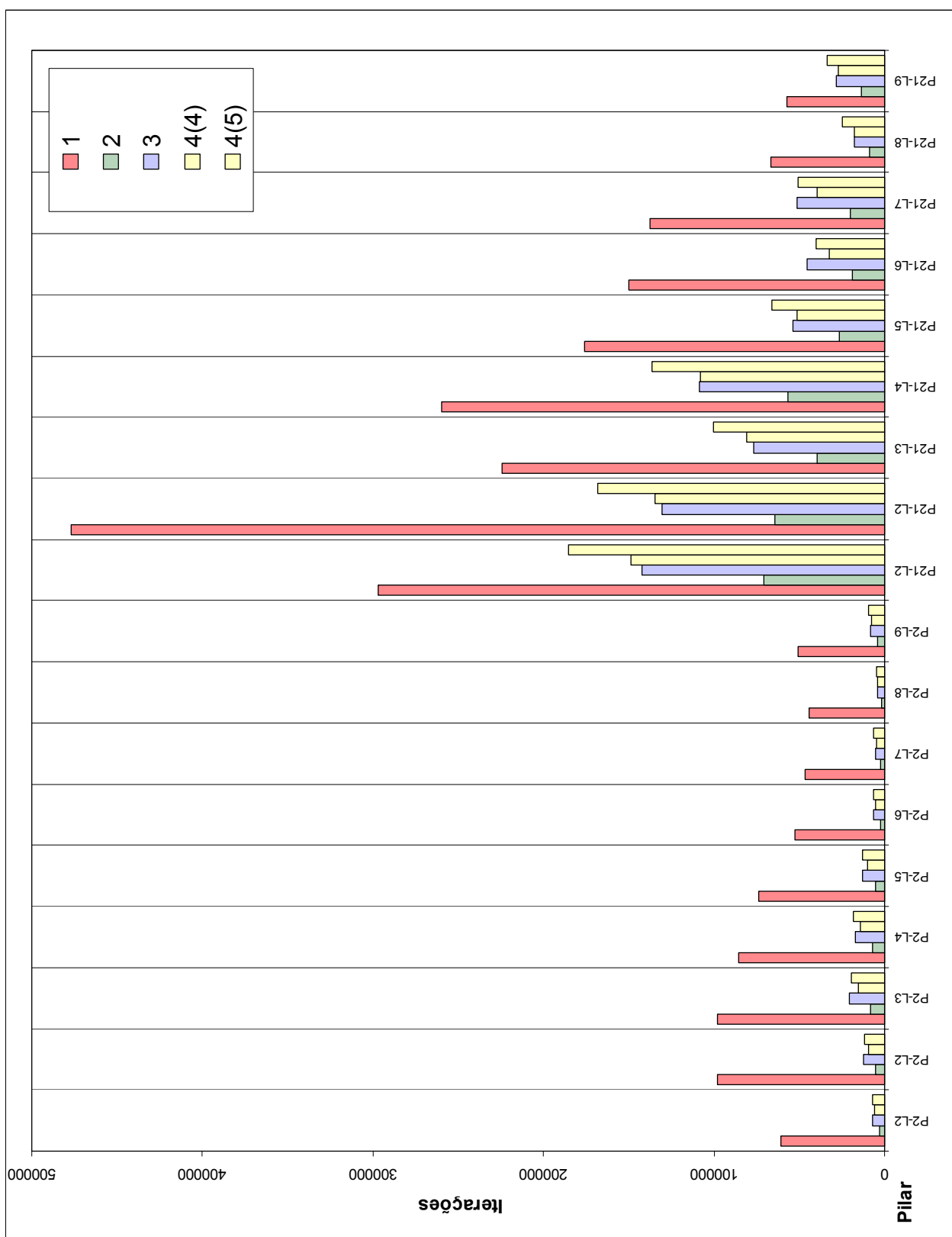


FIGURA 8.14 - Quantidade de iterações do P34 e P42

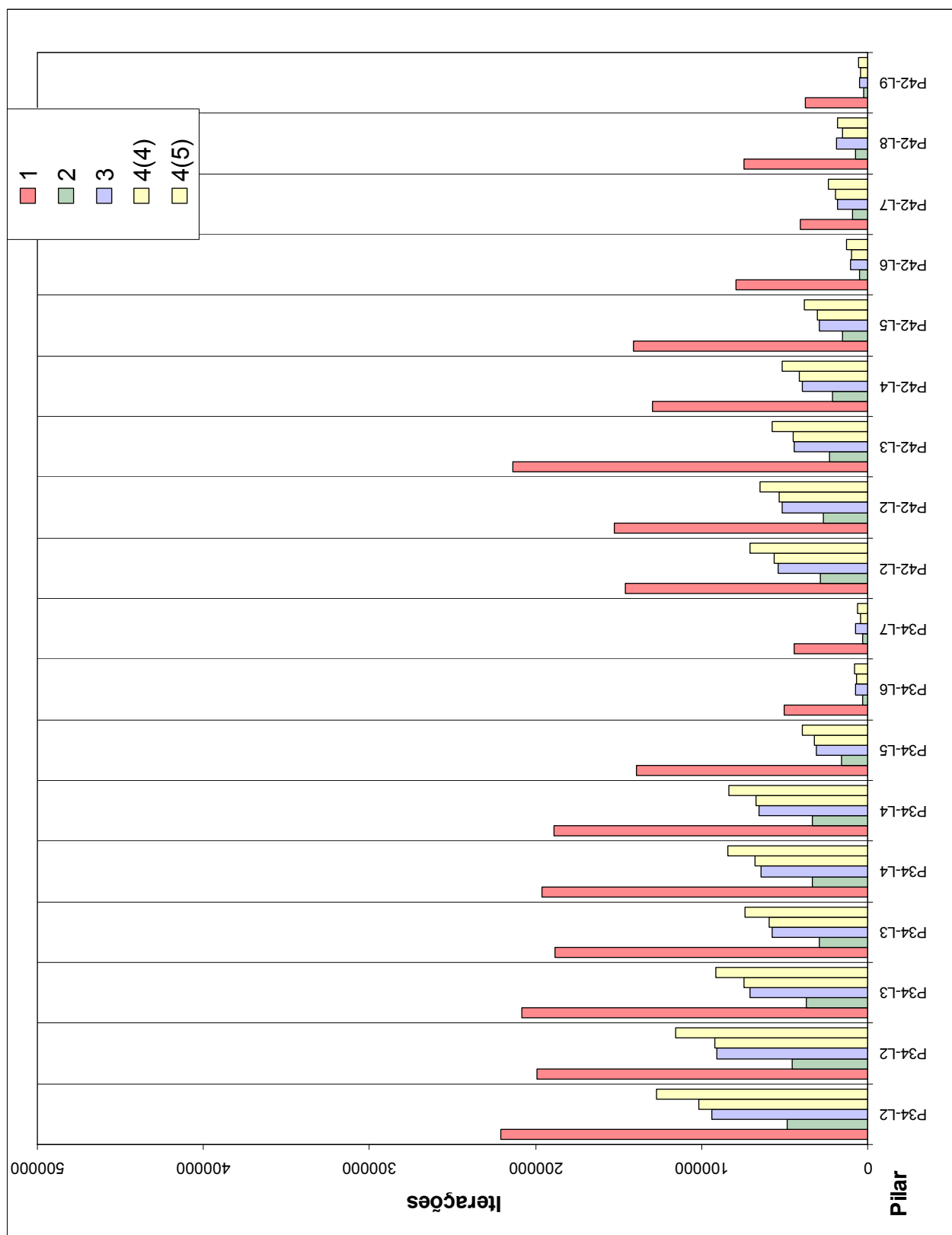




FIGURA 8.15 - Tempo de processamento do P2 e P21

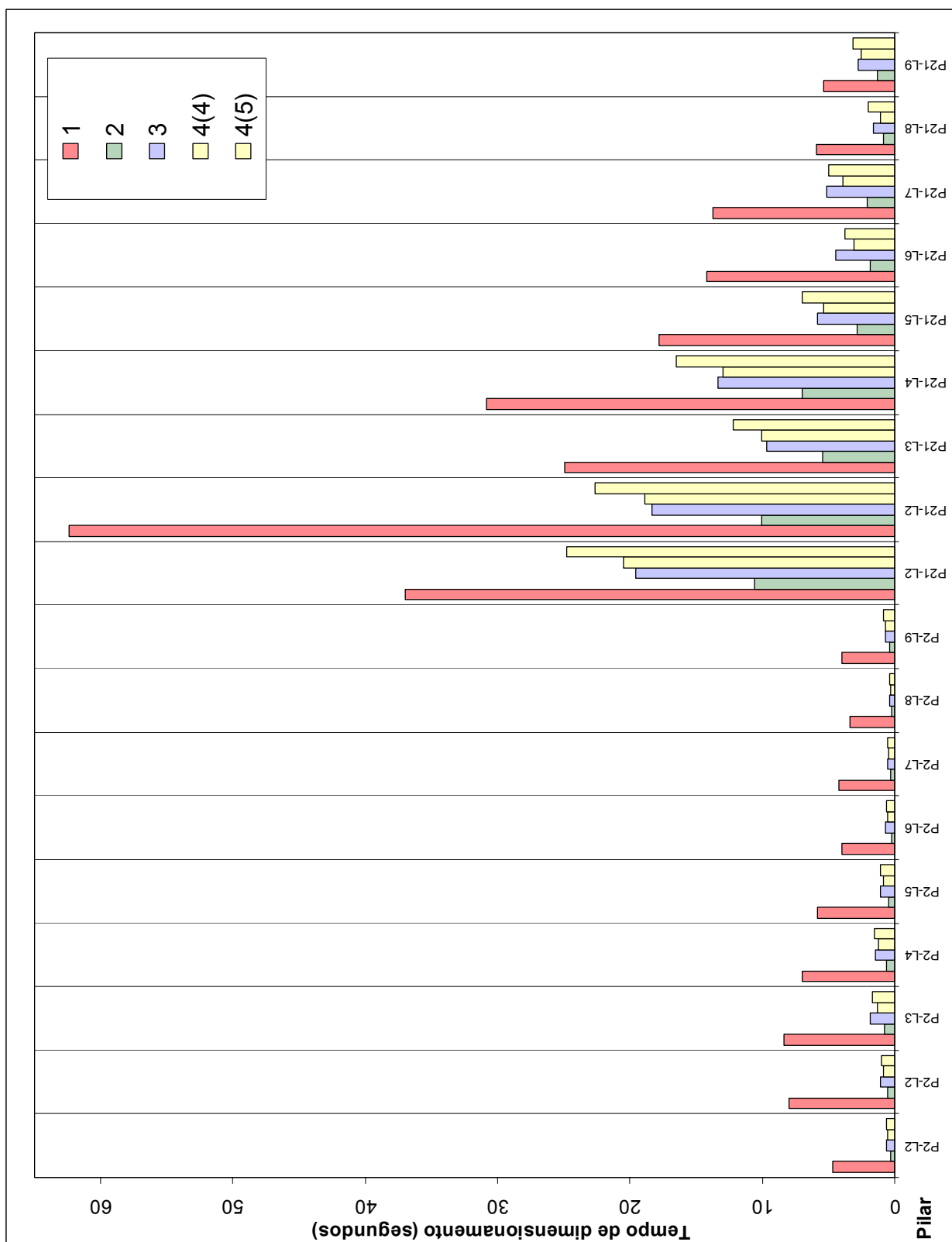


FIGURA 8.16 - Tempo de processamento do P2 e P34

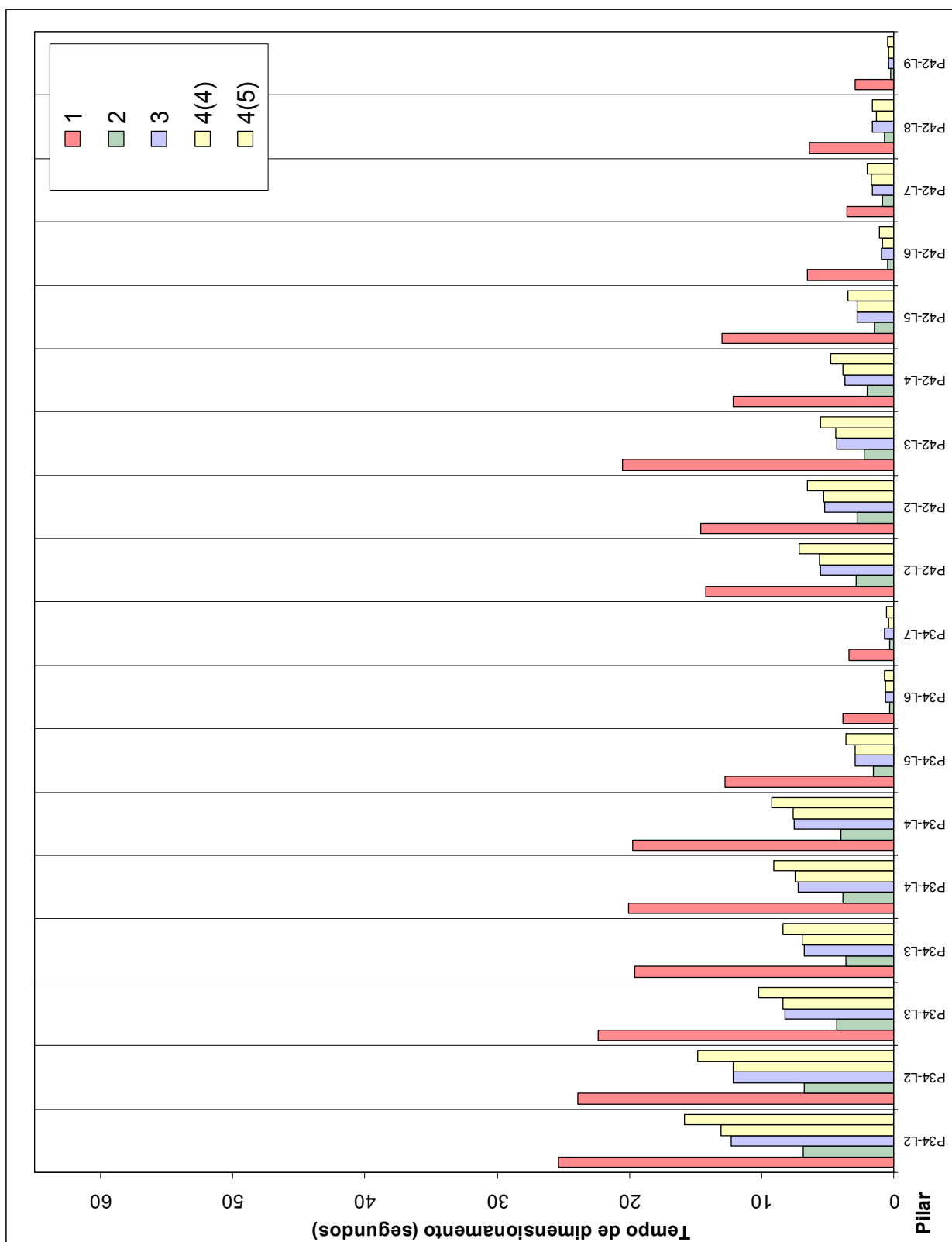




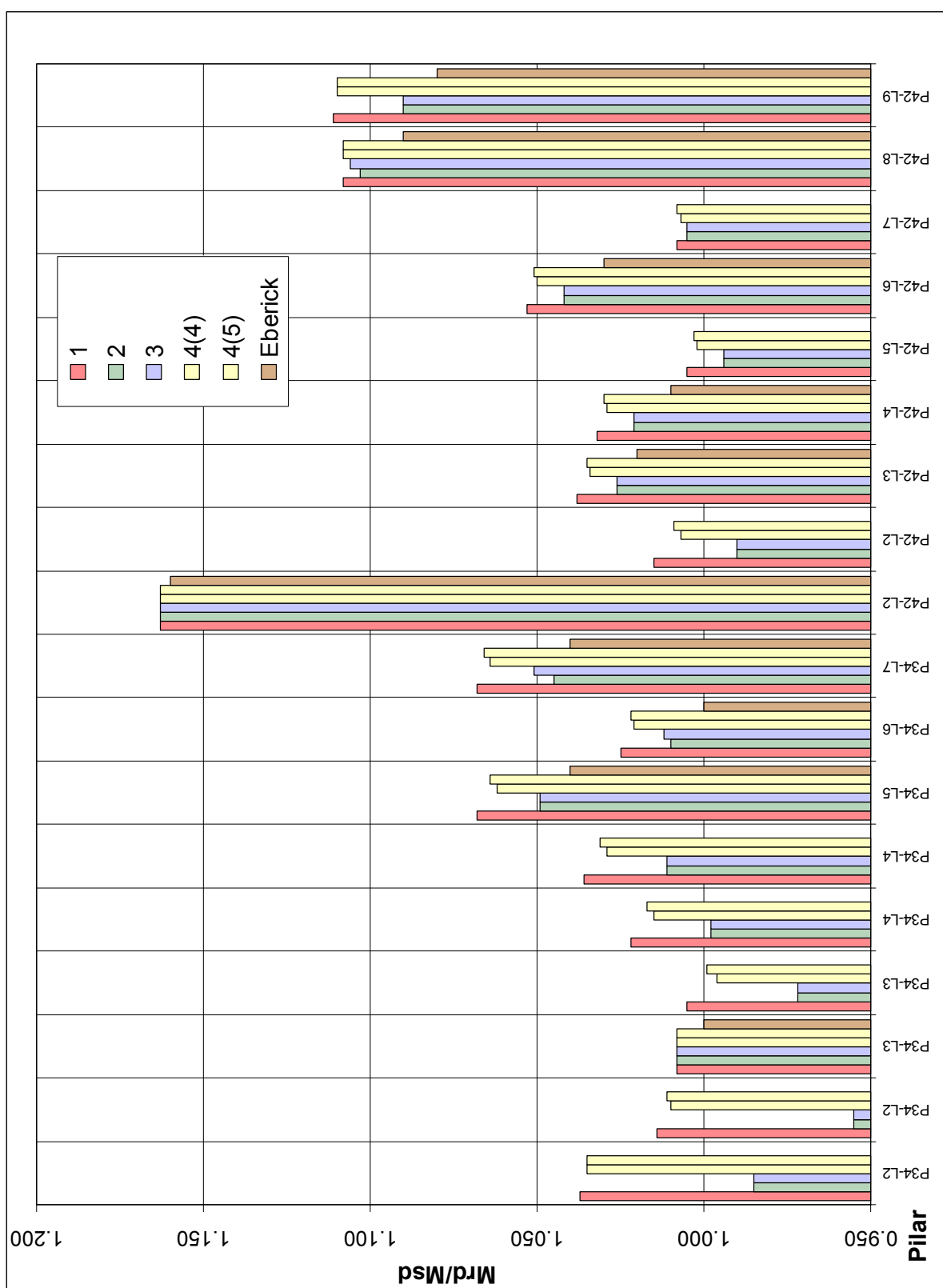
FIGURA 8.18 - Resistência - relação  $M_{Rd} / M_{Sd}$  do P34 e P42

FIGURA 8.19 - Solução mais econômica do P2 e P21

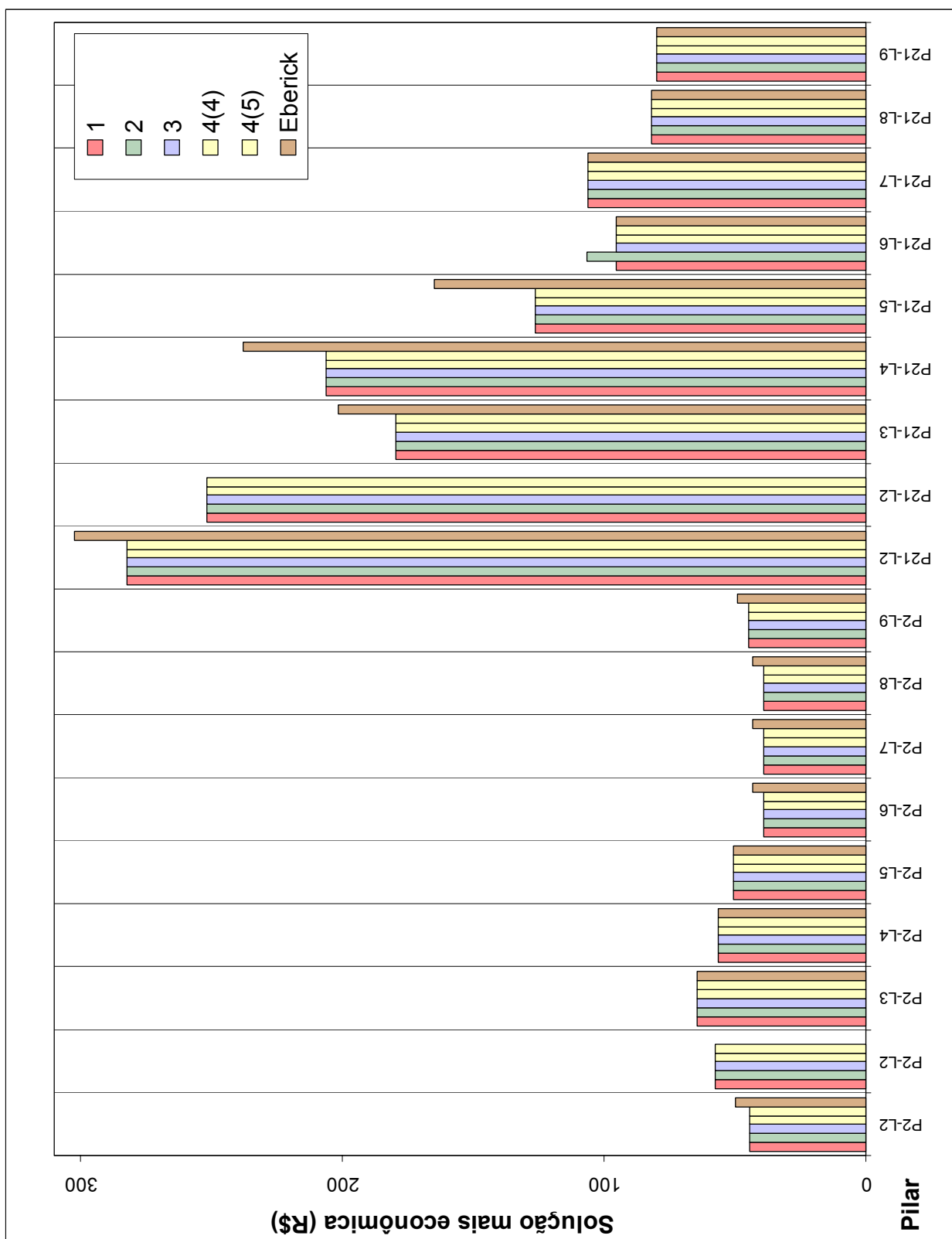


FIGURA 8.20 - Solução mais econômica do P34 e P42

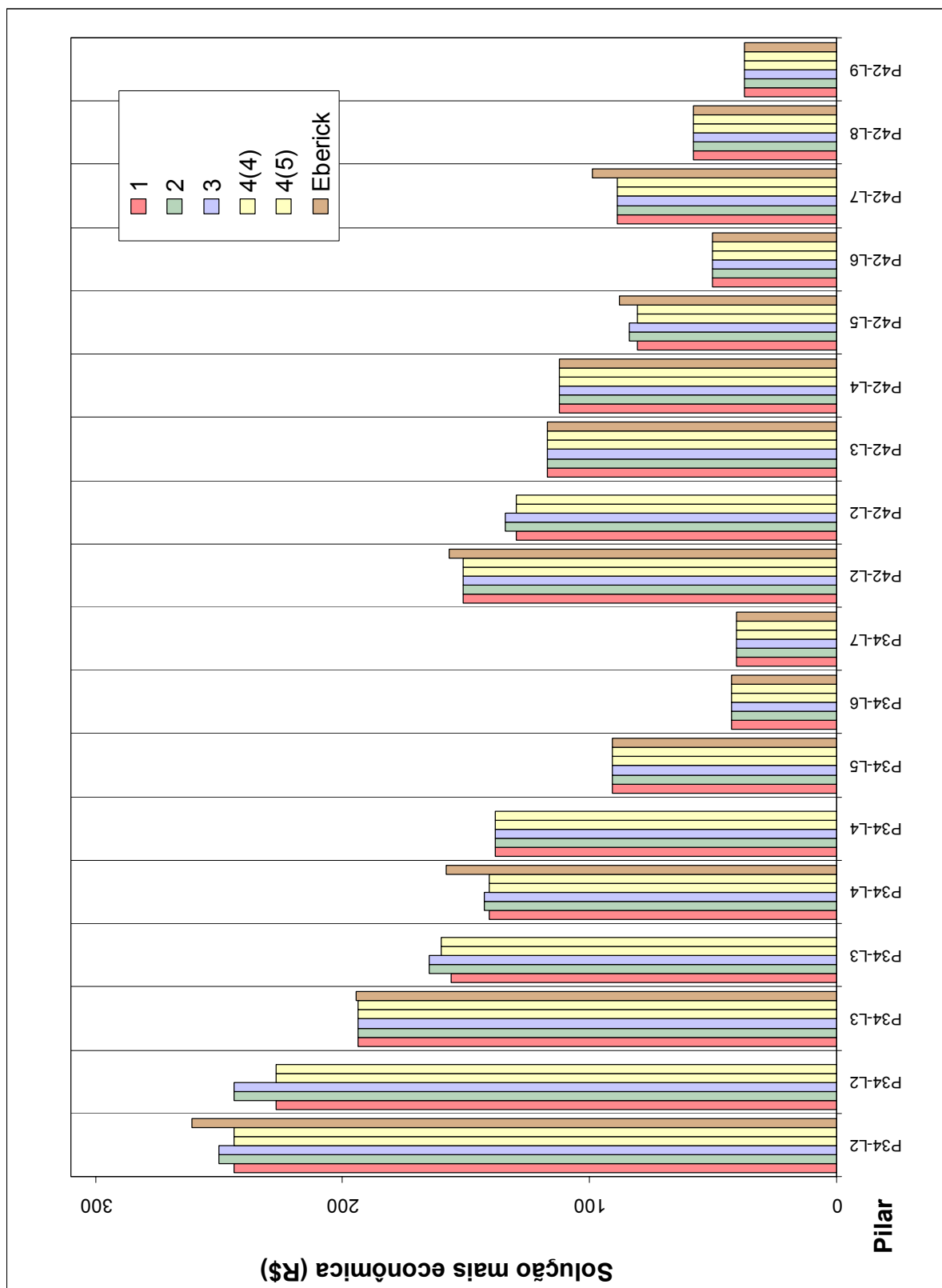


TABELA 8.11 - Resumo dos resultados

Casos Testados 36	Somatórios ou valor médio				
	1	2	3	4(4)	4(5)
Custo Total R\$	3.952	4.005	3.993	3.955	3.955
$M_{Rd} / M_{Sd}$ (médio)	1,052	1,037	1,039	1,049	1,050
$t_{tot}$ (s)	517	101	184	182	221
$t_{dim}$ (s)	507	91	174	171	210
arranjos verificados	2.611	2.662	2.665	2.607	2.616
$n_{IntLN}$ (máx)	935.640	207.292	31.788	84.832	70.060
$n_{IntLN}$ (efetivo)	207.292	31.788	84.832	70.060	62.568
iterações	4.907.403	743.787	1.505.207	1.495.391	1.871.046
	Comapração em relação ao 1o processo de verificação				
	Eberick	2	3	4(4)	4(5)
Desperdício (%)	5,85	1,32	1,04	0,08	0,08
Resistência (%)	-	98,61	98,75	99,71	99,80
$t_{tot}$ (s) (%)	-	20	36	35	43
$t_{dim}$ (s) (%)	-	18	34	34	41
$n_{IntLN}$ (máx) (%)	-	22	3	9	7
$n_{IntLN}$ (efetivo) (%)	-	15	41	34	30
iterações (%)	-	15	31	30	38

Os 3 processos aproximados (2º, 3º e 4º) se mostraram muito eficientes na redução do tempo de processamento em relação ao processo rigoroso, principalmente nos pilares com menores dimensões, como pode ser observado no caso do P2 (FIGURA 8.15). Somando o tempo de dimensionamento gasto para calcular todos os pilares (TABELA 8.11) resulta em tempos que variam entre 18% e 42% do tempo que seria gasto se fosse utilizado o processo rigoroso. O tempo para o dimensionamento dos pilares com maiores dimensões é mais demorado porque existem mais possibilidades de arranjos da armadura e então mais soluções são verificadas.

Nota-se que o tempo total e principalmente o tempo de dimensionamento variam proporcionalmente ao número total de iterações, o que comprova o fato de que o maior tempo de processamento é gasto no cálculo dos momentos resistentes pelo processo iterativo da linha neutra.

Os valores dos momentos resistentes obtidos com o 2º processo, que é o menos aproximado, já estão muito próximos aos resultados “reais”. Isso acontece porque o intervalo

$N_{Sd,min} - N_{Sd,máx}$  é relativamente pequeno na maioria dos casos e por isso as retas de interpolação se encontram mais próximas da superfície resistente real como mostra a FIGURA 8.21.

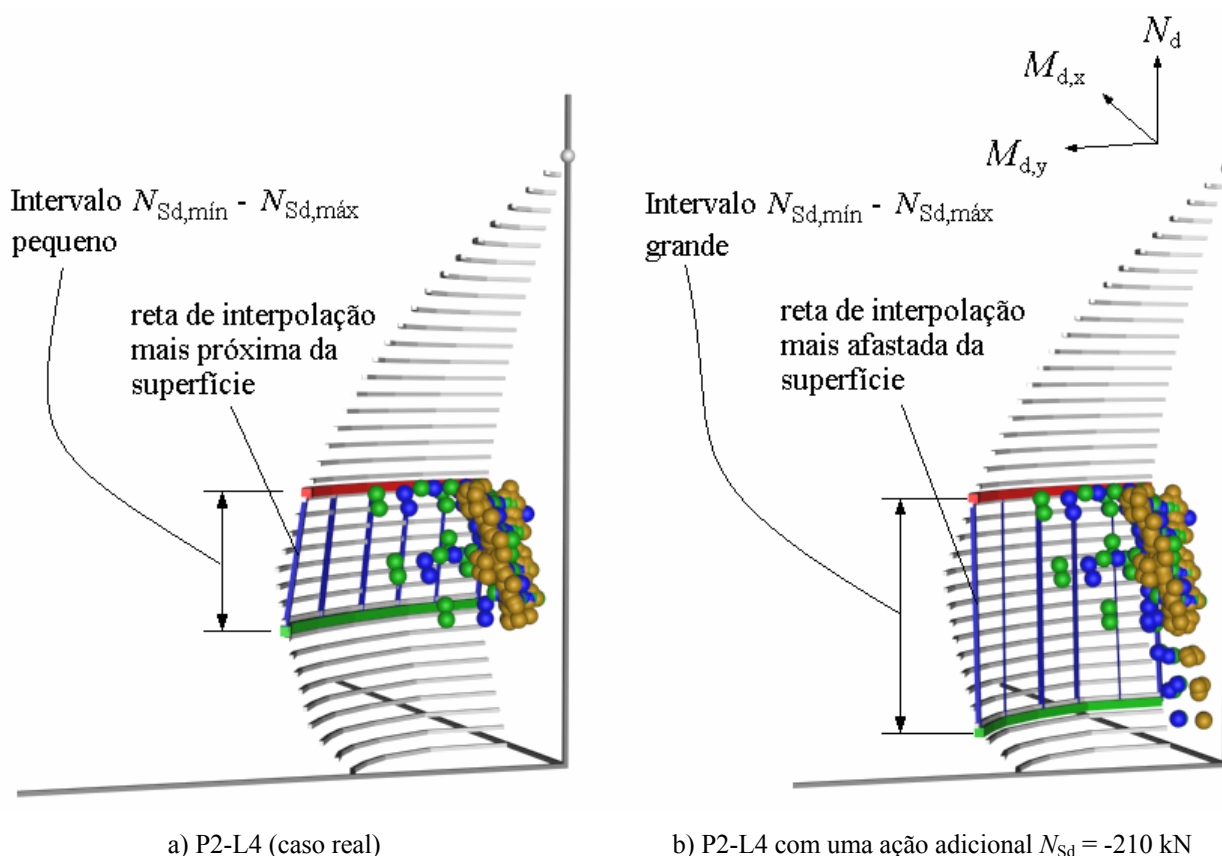


FIGURA 8.21 - Intervalo  $N_{Sd,min} - N_{Sd,máx}$

Outro motivo da obtenção de bons resultados através do 2º método é que geralmente a combinação crítica tem um nível de esforço normal alto, conforme mostra a coluna “ $(N_{Sd} - N_{Sd,min}) / (N_{Sd,máx} - N_{Sd,min})$ ” da TABELA 8.8. As mesmas combinações de carregamento que geram maiores esforços normais são as mesmas combinações que proporcionam maiores momentos fletores. A interpretação gráfica deste fato é simples: as esferas da FIGURA 8.21 que são os esforços solicitantes, se encontram mais para os lados (maiores momentos) quanto mais para cima estiverem (maior esforço normal de compressão). Nas alturas do eixo  $N$  próximas a  $N_{Sd,máx}$  ou próximas a  $N_{Sd,min}$  as retas de interpolação estão menos distantes da superfície resistente real e por isso são obtidos bons resultados.



A relação  $M_{Rd} / M_{Sd}$  obtida pelo 2º processo de verificação do PDOP e pelo Eberick, que também utiliza interpolação linear entre  $N_{Sd,min}$  e  $N_{Sd,max}$ , são iguais na maioria dos casos. Isso indica que os resultados do PDOP são coerentes, pois o Eberick, por ser um programa comercial, supostamente deve ter passado por vários testes numéricos. Em apenas quatro casos (P2-L5, P2-L8, P2-L9, P21-L9) a diferença dos resultados  $M_{Rd} / M_{Sd}$  foi maior do que 0,015 (corresponde a cerca de 1,5% de diferença, já que a relação  $M_{Rd} / M_{Sd}$  é sempre bem próxima a 1,000) com a diferença máxima 0,031 para o P21-L9. Estas pequenas diferenças ocorrem por causa dos diferentes valores de momentos solicitantes no topo do pilar, que acontece pelos motivos já comentados na alínea c) do início deste item e são mais significativos nos pilares menos carregados (lances superiores).

O 3º processo de verificação parece ter um bom funcionamento na teoria, porém na prática não se mostra muito eficiente por causa das características gerais dos esforços solicitantes. Na maioria dos casos o diagrama intermediário nem pôde ser usado porque  $N_{d,MRdmax}$  se encontrava fora do intervalo  $N_{Sd,min} - N_{Sd,max}$  e nestes casos os resultados ficam iguais aos obtidos pelo 2º processo. Apenas no P21-L6 se obteve uma solução mais econômica do que a solução encontrada pelo 2º processo. Conclui-se que o 3º processo não traz quase nenhuma vantagem em relação ao 2º.

O 3º processo e o 4º com 4 diagramas consumiram praticamente o mesmo tempo, sendo que no 4º os resultados de resistência sempre foram maiores, com exceção do P2-L6. Isso leva a crer que é mais vantagem traçar logo dois ou mais diagramas intermediários do que calcular  $N_{d,MRdmax}$  e traçar apenas um diagrama na altura do momento resistente máximo.

Os resultados supostamente mais econômicos obtidos pelo Eberick totalizaram um total de 5,85% de desperdício. Este valor foi calculado desconsiderando os casos em que as excentricidades foram calculadas seguindo os critérios do texto, nos quais não se tem resposta no Eberick. Este desperdício é causado pelo critério de escolha da solução adotado pelo Eberick (escolhe a arranjo com menor área da armadura longitudinal). Fica comprovado que o ideal é considerar o peso e o custo individual de cada bitola, considerando neste cálculo inclusive os estribos e estribos suplementares.

Os pilares deste exemplo foram dimensionados com um total de 60 combinações de carregamento. Quando o número de combinações for maior, que pode acontecer nos casos que forem consideradas ações devido a variação de temperatura, recalque de apoio ou retração por

exemplo, o tempo economizado pelos processos aproximados será ainda mais significativo.

A conclusão final é que o 4º processo de verificação é mais recomendado em praticamente todas as situações. Utilizando dois ou três diagramas intermediários no intervalo  $N_{Sd,min} - N_{Sd,máx}$  os resultados já são muito próximos aos resultados “reais” e o tempo de processamento economizado é substancial (ver FIGURA 8.15 e FIGURA 8.16). Se o usuário desejar refinar ainda mais os resultados (se quiser valores mais precisos), vale mais a pena diminuir o valor do incremento  $\Delta\alpha$  (no exemplo foi usado  $\Delta\alpha = 18^\circ$ ) do que utilizar o processo rigoroso para o mesmo valor de  $\Delta\alpha$ .

Recomenda-se a utilização do processo rigoroso (1º processo de verificação) nos casos em que o número total de combinações é muito pequeno, conforme mostra a TABELA 11.2. Nestes casos o processo rigoroso além de encontrar sempre resultados de resistência maiores ou iguais do que os processos aproximados, pode ser até mais rápido.

Os pilares P2 e P21 foram redimensionados utilizando incremento da inclinação da linha neutra  $\Delta\alpha = 3^\circ$ , para avaliar se o valor usado de  $\Delta\alpha = 18^\circ$  é satisfatório. Usando incremento  $\Delta\alpha$  menor, os momentos resistentes aumentam porque o diagrama poligonal fica mais próximo de sua forma real, como mostra a FIGURA 8.22.

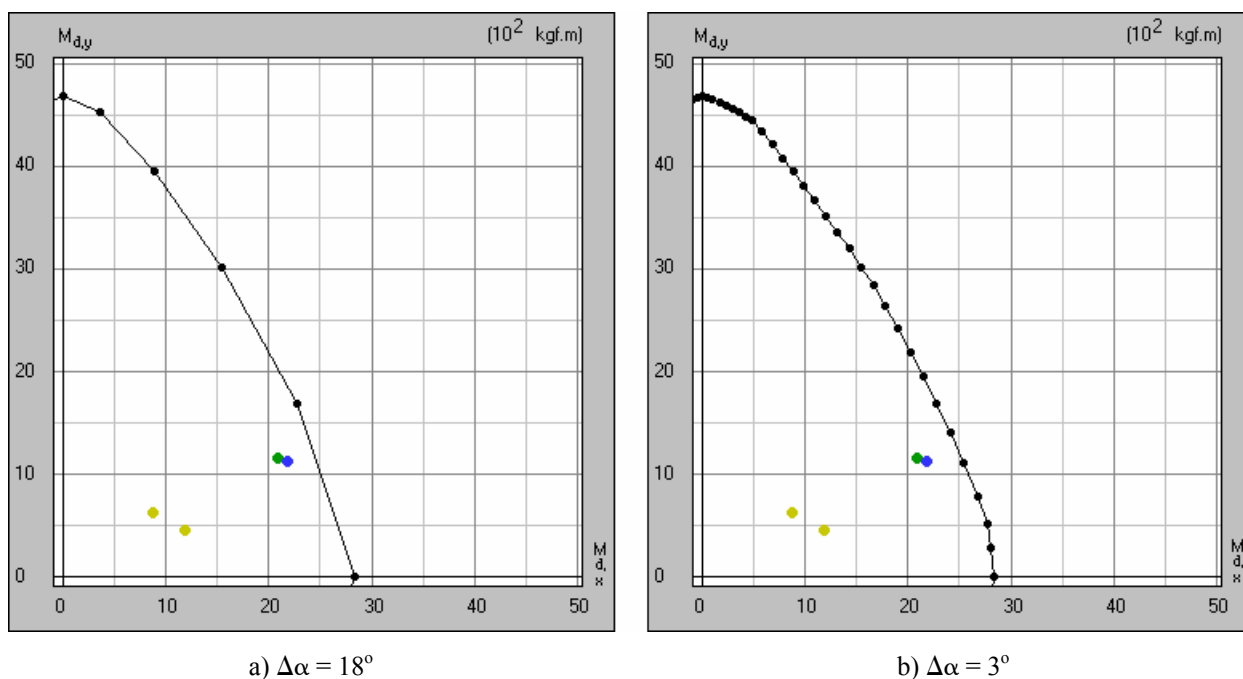


FIGURA 8.22 - Aumentando a precisão

Os resultados deste teste são mostrados na TABELA 8.12 e TABELA 8.13.

TABELA 8.12 - Avaliação do valor de  $\Delta\alpha$  - Resultados

Pilar	Seção crít.	$\Delta\alpha = 18^\circ$					$\Delta\alpha = 3^\circ$				
		1	2	3	4 <sub>(4)</sub>	4 <sub>(5)</sub>	1	2	3	4 <sub>(4)</sub>	4 <sub>(5)</sub>
Soluç mais econômica R\$											
P2-L3	Base	64,57	64,57	64,57	64,57	64,57	64,57	64,57	64,57	64,57	64,57
P2-L4	Topo	56,55	56,55	56,55	56,55	56,55	56,55	56,55	56,55	56,55	56,55
P2-L5	Topo	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44	50,44
P2-L6	Topo	38,91	38,91	38,91	38,91	38,91	38,91	38,91	38,91	38,91	38,91
P2-L7	Topo	38,91	38,91	>	38,91	38,91	38,91	38,91	>	38,91	38,91
P2-L8	Topo	38,91	38,91	>	38,91	38,91	30,24	30,24	>	30,24	30,24
P2-L9	Topo	44,95	44,95	>	44,95	44,95	44,95	44,95	>	44,95	44,95
P21-L4	Base	206,19	206,19	<	206,19	206,19	206,19	206,19	<	206,19	206,19
P21-L5	Topo	126,16	126,16	<	126,16	126,16	124,97	126,16	<	124,97	124,97
P21-L6	Topo	95,19	106,58	95,19	95,19	95,19	95,19	106,58	95,19	95,19	95,19
P21-L7	Topo	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01	106,01
P21-L8	Topo	81,87	81,87	>	81,87	81,87	81,87	81,87	>	81,87	81,87
P21-L9	Topo	79,77	79,77	>	79,77	79,77	79,77	79,77	>	79,77	79,77
iterações											
P2-L3	Base	98.009	8.356	20.454	15.144	19.404	386.769	33.336	56.140	66.634	85.926
P2-L4	Topo	85.309	7.089	17.204	13.926	18.150	382.779	29.901	49.521	59.121	76.727
P2-L5	Topo	73.931	5.134	12.757	10.053	12.804	293.130	23.833	36.171	42.445	52.819
P2-L6	Topo	52.737	2.402	6.395	5.059	6.510	217.152	11.340	19.957	23.870	30.157
P2-L7	Topo	46.882	2.513	5.064	4.988	6.286	183.275	11.852	14.403	18.463	23.151
P2-L8	Topo	44.567	1.977	3.990	3.984	4.937	143.018	9.081	11.094	18.327	22.894
P2-L9	Topo	50.808	3.935	8.197	7.790	9.700	225.360	17.903	22.165	35.701	44.806
P21-L4	Base	259.738	56.645	108.691	107.766	136.188	1.053.275	257.163	308.996	488.214	619.554
P21-L5	Topo	176.205	26.360	53.577	51.620	65.893	676.634	120.107	149.214	228.741	289.186
P21-L6	Topo	150.210	18.655	45.301	32.173	39.847	560.556	84.671	139.890	143.114	175.086
P21-L7	Topo	137.674	20.008	51.064	39.726	50.525	648.881	94.335	162.049	183.961	234.589
P21-L8	Topo	66.440	8.710	17.445	17.663	24.574	255.124	40.927	49.662	79.314	92.287
P21-L9	Topo	57.517	13.310	28.370	26.972	33.551	209.483	61.817	76.877	123.786	154.321
$M_{Rd} / M_{Sd}$											
P2-L3	Base	1,039	1,034	1,037	1,039	1,039	1,041	1,036	1,038	1,040	1,040
P2-L4	Topo	1,030	1,025	1,028	1,029	1,029	1,046	1,042	1,045	1,045	1,045
P2-L5	Topo	1,081	1,073	1,080	1,080	1,081	1,093	1,086	1,092	1,092	1,092
P2-L6	Topo	1,121	1,108	1,117	1,114	1,115	1,131	1,122	1,130	1,125	1,126
P2-L7	Topo	1,106	1,104	>	1,105	1,105	1,128	1,126	>	1,128	1,128
P2-L8	Topo	1,190	1,188	>	1,189	1,190	1,236	1,231	>	1,235	1,235
P2-L9	Topo	1,021	1,021	>	1,021	1,021	1,025	1,025	>	1,025	1,025
P21-L4	Base	1,014	1,000	<	1,010	1,011	1,026	1,011	<	1,021	1,023
P21-L5	Topo	1,045	1,032	<	1,041	1,042	1,060	1,046	<	1,055	1,057
P21-L6	Topo	1,024	0,996	1,003	1,022	1,023	1,025	0,999	1,006	1,024	1,025
P21-L7	Topo	1,025	1,006	1,010	1,024	1,025	1,029	1,011	1,014	1,028	1,029
P21-L8	Topo	1,027	1,019	>	1,026	1,026	1,033	1,022	>	1,032	1,033
P21-L9	Topo	1,052	1,051	>	1,052	1,052	1,058	1,056	>	1,058	1,058

Somando os valores obtidos para cada pilar é possível apresentar um resumo dos resultados através da TABELA 8.13.

TABELA 8.13 - Avaliação do valor de  $\Delta\alpha$  - Resumo dos resultados

P2	1	2	3	4 <sub>(4)</sub>	4 <sub>(5)</sub>
	Lances = 7	Custo Total R\$			
$\Delta\alpha = 18^\circ$	333,24	333,24	333,24	333,24	333,24
$\Delta\alpha = 3^\circ$	324,57	324,57	324,57	324,57	324,57
Desperdício com $\Delta\alpha = 18^\circ$	2,60	2,60	2,60	2,60	2,60
	Iterações				
$\Delta\alpha = 18^\circ$	452.243	31.406	74.061	60.944	77.791
$\Delta\alpha = 3^\circ$	1.831.483	137.246	209.451	264.561	336.480
Iterações com $\Delta\alpha = 3^\circ$ / Iterações com $\Delta\alpha = 18^\circ$	4,05	4,37	2,83	4,34	4,33
	$M_{Rd} / M_{Sd}$ (médio)				
$\Delta\alpha = 18^\circ$	1,084	1,079	1,082	1,082	1,083
$\Delta\alpha = 3^\circ$	1,100	1,095	1,098	1,099	1,099
Resistência com $\Delta\alpha = 18^\circ$ / Resistência com $\Delta\alpha = 3^\circ$	98,55	98,50	98,54	98,53	98,56
P21	1	2	3	4 <sub>(4)</sub>	4 <sub>(5)</sub>
	Lances = 6	Custo Total R\$			
$\Delta\alpha = 18^\circ$	695,19	706,58	695,19	695,19	695,19
$\Delta\alpha = 3^\circ$	694,00	706,58	695,19	694,00	694,00
Desperdício com $\Delta\alpha = 3^\circ$	0,17	0,00	0,00	0,17	0,17
	Iterações				
$\Delta\alpha = 18^\circ$	847.784	143.688	304.448	275.920	350.578
$\Delta\alpha = 3^\circ$	3.403.953	659.020	886.688	1.247.130	1.565.023
Iterações com $\Delta\alpha = 3^\circ$ / Iterações com $\Delta\alpha = 18^\circ$	4,02	4,59	2,91	4,52	4,46
	$M_{Rd} / M_{Sd}$ (médio)				
$\Delta\alpha = 18^\circ$	1,031	1,017	1,019	1,029	1,030
$\Delta\alpha = 3^\circ$	1,039	1,024	1,026	1,036	1,038
Resistência com $\Delta\alpha = 18^\circ$ / Resistência com $\Delta\alpha = 3^\circ$	99,29	99,33	99,35	99,31	99,26

Praticamente não houve vantagem usando  $\Delta\alpha = 3^\circ$ . A economia e o ganho da resistência foram muito pequenos ao tentar aumentar a precisão, sendo que o tempo de processamento passou a ser mais de quatro vezes maior para o 1º, 2º e 4º processo de verificação e quase três vezes maior para o 3º processo. Conclui-se que o valor adotado de 18º proporciona resultados satisfatórios.

## 8.5 Dimensionamento otimizado - critérios escolha

Neste exemplo foi utilizado o PDOP para determinar todos os arranjos de armaduras que atendem a segurança do pilar com as características dadas abaixo. Foi usada a tabela de resultados e suas ferramentas para escolher a solução “ótima”. As soluções foram reordenadas por tais ferramentas conforme os critérios de escolha de cada item do exemplo. Este exemplo tem como objetivo demonstrar o funcionamento da tabela de resultados do PDOP, então se o leitor tiver o programa em mãos, é sugerido que o utilize e interaja para compreender melhor o seu funcionamento.

### Dados da seção:

$$h_x = 27 \text{ cm};$$

$$h_y = 30 \text{ cm};$$

$$\text{CAA} = \text{II} \rightarrow c_{\text{nom}} = 3 \text{ cm};$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa};$$

$$\text{comprimento do pilar} = 280 \text{ cm};$$

### Esforços solicitantes de cálculo finais

$$N_{\text{Sd}} = 1500 \text{ kN};$$

$$M_{\text{Sd},x} = 3500 \text{ kN.cm};$$

$$M_{\text{Sd},y} = 3500 \text{ kN.cm};$$

Nos valores dos momentos de cálculo  $M_{\text{Sd},x}$  e  $M_{\text{Sd},y}$  já estão sendo consideradas as excentricidades totais (inicial, acidental e de 2ª ordem), ou seja, é o momento fletor final de dimensionamento na seção crítica. No exemplo não é demonstrado o cálculo da verificação da resistência, basta o leitor saber que todas as soluções apresentadas na FIGURA 8.24 atendem efetivamente à segurança e a todas as exigências da NBR 6118:2003.

Bitolas testadas e preços:

São testadas todas as bitolas comerciais assinaladas da FIGURA 8.23.

Longitudinais			Estribos		
Bitola (mm)	Aço	Preço (R\$/kg)	Bitola (mm)	Aço	Preço (R\$/kg)
<input checked="" type="checkbox"/> 10.0	CA-50	2.52717	<input checked="" type="checkbox"/> 5.0	CA-60	3.08295
<input checked="" type="checkbox"/> 12.5	CA-50	2.39976	<input type="checkbox"/> 6.0	CA-60	3.37591
<input checked="" type="checkbox"/> 16.0	CA-50	2.39976	<input checked="" type="checkbox"/> 6.3	CA-50	3.05538
<input checked="" type="checkbox"/> 20.0	CA-50	2.39976	<input type="checkbox"/> 7.0	CA-60	3.71070
<input checked="" type="checkbox"/> 25.0	CA-50	2.39976	<input checked="" type="checkbox"/> 8.0	CA-50	3.08295
<input type="checkbox"/> 32.0	CA-50	2.68766	<input type="checkbox"/> 9.5	CA-60	3.08295
<input type="checkbox"/> 40.0	CA-50		<input type="checkbox"/> 10.0	<input type="checkbox"/> 12.5	<input type="checkbox"/> 16.0

**FIGURA 8.23** - Configuração dos vergalhões no PDOP

a) Todas soluções ordenadas segundo os seguintes critérios:

- 1º critério: diâmetro das barras longitudinais
- 2º critério: quantidade de barras longitudinais
- 3º critério: diâmetro dos estribos
- 4º critério: custo
- 5º critério:  $n_y$

Resultados:

Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua

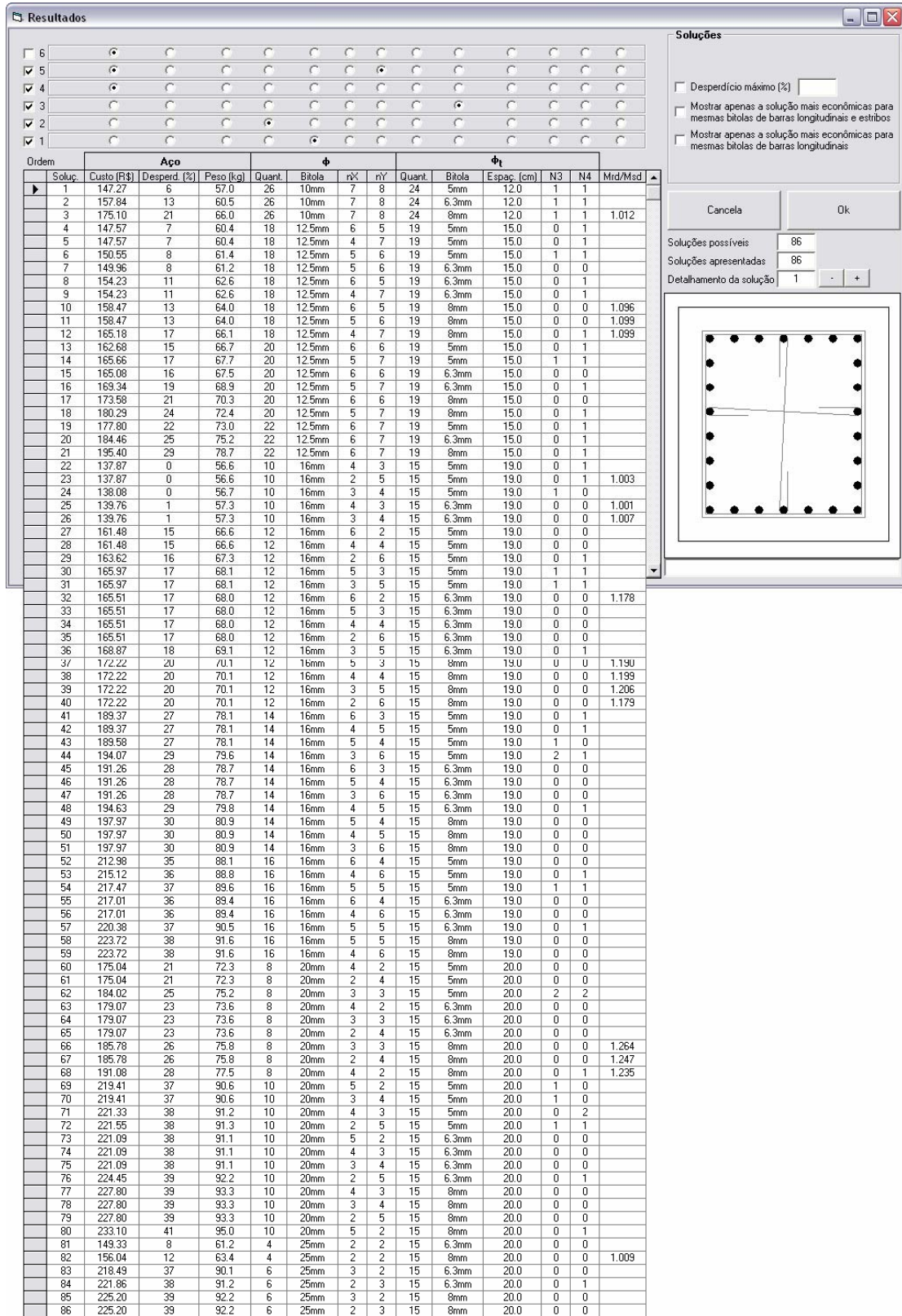


FIGURA 8.24 - Tabela de resultados - Critério de escolha a).

**Comentários:**

A última coluna da FIGURA 8.24 ( $M_{Rd}/M_{Sd}$ ) possui muitos campos vazios. Significa que a segurança não foi verificada para estas soluções por causa do recurso da “pré-verificação” estudado no capítulo 6. Conforme mostra a seqüência de cálculo do PDOP (FIGURA 7.1), sabe-se que as soluções foram testadas na seguinte seqüência:

- 1º arranjo testado: *Solç* (25 mm; 8 mm; 2; 2) - atende a segurança - solução 82 da FIGURA 8.24.

A partir dela define-se que as soluções *Solç* (25 mm; 8 mm até 5 mm; 2 até  $n_{x,máx}$ ; 2 até  $n_{y,máx}$ ) também atendem a segurança (são as soluções 81, 83, 84, 85 e 86 da FIGURA 8.24). Não são apresentadas soluções com  $\phi_t = 5$  mm porque a condição do diâmetro mínimo do estribo não é satisfeita ( $\phi_t$  deve ser maior ou igual a  $\frac{1}{4} \phi$  - item 5.1). As soluções com  $n_x + n_y > 5$  não são apresentadas por que excedem a taxa máxima da armadura longitudinal (4%  $A_c$  fora da região de emendas - item 5.1).

- 2º arranjo testado: *Solç* (20 mm; 8 mm; 2; 2) - não atende a segurança

Partindo disso define-se que as soluções *Solç* (20 mm até 10 mm; 8 mm; 2; 2) também não atendem a segurança.

- 3º arranjo testado: *Solç* (20 mm; 8 mm; 2; 3) - não atende a segurança

Partindo disso define-se que as soluções *Solç* (20 mm até 10 mm; 8 mm; 2; 3) também não atendem a segurança.

- 4º arranjo testado: *Solç* (20 mm; 8 mm; 2; 4) - atende a segurança - solução 68 da FIGURA 8.24



Partindo disso define-se que as soluções  $Sol\zeta$  (20 mm; 8 mm até 5 mm; 2 até  $n_{y,m\acute{a}x}$ ; 4 até  $n_{x,m\acute{a}x}$ ) também atendem a segurança (são as soluções 60, 63, 68, 69, 71, 73, 74, 77 e 80 da FIGURA 8.24).

Neste caso é possível observar a eficiência do recurso de “pré-verificar” as soluções. Das 86 soluções possíveis somente em 16 foi verificada a segurança às solicitações normais (parte demorada do processo computacional). Além da realização da verificação da segurança nestas 16 soluções também foi feita a verificação de vários outros arranjos que não atenderam a segurança e por isso não foram apresentadas na tabela. Neste exemplo a segurança foi verificada para 139 arranjos diferentes (há um contador no PDOP), dos quais só 16 tiveram segurança suficiente.

Os resultados da FIGURA 8.24 não estão apresentados de uma forma conveniente para facilitar a escolha do usuário, existem muitas soluções que só trazem prejuízo. Foi apresentado desta maneira para o leitor poder visualizar todas as soluções possíveis para este pilar. Tabelas mais apropriadas, que podem ser usadas em situações de projeto são apresentadas nos próximos itens.

b) Soluções mais econômicas de cada bitola das barras longitudinais, ordenadas por bitola.

Resultados:

The screenshot shows a software window titled "Resultados" with a table of results and a diagram of a rectangular column cross-section. The table lists five solutions (1 to 5) with columns for steel type, cost, waste, weight, quantity, longitudinal bar diameter, number of longitudinal bars, number of transverse bars, quantity of transverse bars, transverse bar diameter, spacing, and reinforcement details (N3, N4, Mid/Msd). Solution 1 is selected, and its details are shown in the "Soluções" panel on the right, including a diagram of the cross-section with reinforcement bars.

Ordem	Aço				Φ			Φ <sub>t</sub>						
	Soluç.	Custo (R\$)	Desperd. (%)	Peso (kg)	Quant.	Bitola	nX	nY	Quant.	Bitola	Espaç. (cm)	N3	N4	Mid/Msd
1	1	147.27	6	57.0	26	10mm	7	8	24	5mm	12.0	1	1	
2	2	147.57	7	60.4	18	12.5mm	6	5	19	5mm	15.0	0	1	
3	3	137.87	0	56.6	10	16mm	4	3	15	5mm	19.0	0	1	
4	4	175.04	21	72.3	8	20mm	4	2	15	5mm	20.0	0	0	
5	5	149.33	8	61.2	4	25mm	2	2	15	6.3mm	20.0	0	0	

**Soluções**

Desperdício máximo (%)

Mostrar apenas a solução mais econômica para mesmas bitolas de barras longitudinais e estibos

Mostrar apenas a solução mais econômica para mesmas bitolas de barras longitudinais

Cancela Ok

Soluções possíveis: 86  
 Soluções apresentadas: 5  
 Detalhamento da solução: 1

FIGURA 8.25 - Tabela de resultados - Critério de escolha b).

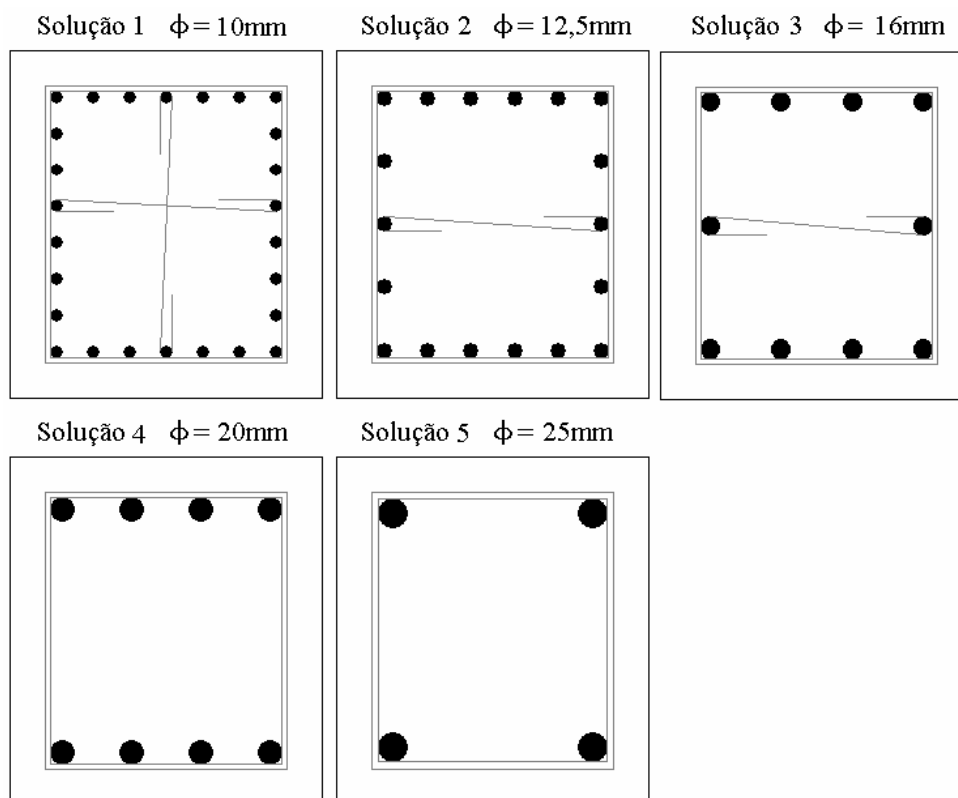


FIGURA 8.26 - Detalhamentos parciais das soluções - Critério de escolha b).

#### Comentários:

Basta selecionar a opção “Mostrar apenas as soluções mais econômicas para mesmas bitolas de barras longitudinais” e selecionar o 1º critério de escolha como sendo bitola da armadura longitudinal ( $\phi$  - Bitola).

As cinco soluções apresentadas são as mais econômicas para suas respectivas bitolas longitudinais e todas poderiam ser escolhidas pelo usuário, talvez com exceção da solução 4 que apresenta exagerados 21% de desperdício.

Algumas soluções da FIGURA 8.26, que apresentam diferentes números de barras em cada face podem gerar problemas na hora da execução pois pode haver dúvidas em qual das duas direções principais o maior número de armaduras deve ser distribuído, já que as duas dimensões da seção quase são iguais. Como este exemplo tem características acadêmicas e mesmo porque os momentos solicitantes são iguais nas duas direções principais este fato será ignorado

c) Soluções com desperdício  $\leq 10\%$ , ordenadas pela quantidade de barras longitudinais e custo.

### Resultados:

The screenshot shows a software window titled "Resultados" with a table of design solutions and a diagram of a rectangular column cross-section. The table lists 11 solutions, with columns for solution number, cost, waste percentage, weight, quantity, bar diameter, and reinforcement details. The diagram shows a rectangular cross-section with four reinforcement bars at the corners.

Ordem	Aço				$\phi$			$\phi_t$					
	Soluç.	Custo (R\$)	Desperd. (%)	Peso (kg)	Quant.	Bitola	nX	nY	Quant.	Bitola	Espaç. (cm)	N3	N4
1	149.33	8	61.2	4	25mm	2	2	15	6.3mm	20.0	0	0	
2	137.87	0	56.6	10	16mm	2	5	15	5mm	19.0	0	1	1.003
3	137.87	0	56.6	10	16mm	4	3	15	5mm	19.0	0	1	
4	138.08	0	56.7	10	16mm	3	4	15	5mm	19.0	1	0	
5	139.76	1	57.3	10	16mm	3	4	15	6.3mm	19.0	0	0	1.007
6	139.76	1	57.3	10	16mm	4	3	15	6.3mm	19.0	0	0	1.001
7	147.57	7	60.4	18	12.5mm	4	7	19	5mm	15.0	0	1	
8	147.57	7	60.4	18	12.5mm	6	5	19	5mm	15.0	0	1	
9	149.96	8	61.2	18	12.5mm	5	6	19	6.3mm	15.0	0	0	
10	150.55	8	61.4	18	12.5mm	5	6	19	5mm	15.0	1	1	
11	147.27	6	57.0	26	10mm	7	8	24	5mm	12.0	1	1	

The "Soluções" panel on the right shows a maximum waste percentage of 10%. It also indicates 86 possible solutions, 11 presented, and 1 detailed solution.

FIGURA 8.27 - Tabela de resultados - Critério de escolha 0.

### Comentários:

A solução com menor quantidade de barras e desperdício menor do que 10% foi encontrada conforme o desejado (solução 1) e está parcialmente detalhada na FIGURA 8.27. Se o usuário considerar que  $\phi = 25$  mm é uma bitola muito elevada, pode usar a segunda solução com um total de 10 barras de 16 mm. Nenhuma solução com  $\phi = 20$  mm apresenta desperdício menor do que 10% e por isso não foram apresentadas

d) Soluções com desperdício  $\leq 15\%$ , ordenadas por bitola das barras longitudinais e custo.

### Resultados:

**Resultados**

Ordem	Aço				$\Phi$				$\Phi_t$				Mrd/Msd
	Soluç.	Custo (R\$)	Desperd. (%)	Peso (kg)	Quant.	Bitola	nX	nY	Quant.	Bitola	Espaç. (cm)	N3	
1	147.27	6	57.0	26	10mm	7	8	24	5mm	12.0	1	1	
2	157.84	13	60.5	26	10mm	7	8	24	6.3mm	12.0	1	1	
3	147.57	7	60.4	18	12.5mm	4	7	19	5mm	15.0	0	1	
4	147.57	7	60.4	18	12.5mm	6	5	19	5mm	15.0	0	1	
5	149.96	8	61.2	18	12.5mm	5	6	19	6.3mm	15.0	0	0	
6	150.55	8	61.4	18	12.5mm	5	6	19	5mm	15.0	1	1	
7	154.23	11	62.6	18	12.5mm	4	7	19	6.3mm	15.0	0	1	
8	154.23	11	62.6	18	12.5mm	6	5	19	6.3mm	15.0	0	1	
9	158.47	13	64.0	18	12.5mm	5	6	19	8mm	15.0	0	0	1.099
10	158.47	13	64.0	18	12.5mm	6	5	19	8mm	15.0	0	0	1.096
11	162.58	15	66.7	20	12.5mm	6	6	19	5mm	15.0	0	1	
12	137.87	0	56.6	10	16mm	2	5	15	5mm	19.0	0	1	1.003
13	137.87	0	56.6	10	16mm	4	3	15	5mm	19.0	0	1	
14	138.08	0	56.7	10	16mm	3	4	15	5mm	19.0	1	0	
15	139.76	1	57.3	10	16mm	3	4	15	6.3mm	19.0	0	0	1.007
16	139.76	1	57.3	10	16mm	4	3	15	6.3mm	19.0	0	0	1.001
17	161.48	15	66.6	12	16mm	4	4	15	5mm	19.0	0	0	
18	161.48	15	66.6	12	16mm	6	2	15	5mm	19.0	0	0	
19	149.33	8	61.2	4	25mm	2	2	15	6.3mm	20.0	0	0	
20	156.04	12	63.4	4	25mm	2	2	15	8mm	20.0	0	0	1.009

**Soluções**

Desperdício máximo (%)

Mostrar apenas a solução mais econômica para mesmas bitolas de barras longitudinais e estribos

Mostrar apenas a solução mais econômica para mesmas bitolas de barras longitudinais

Cancela Ok

Soluções possíveis: 86

Soluções apresentadas: 20

Detalhamento da solução: 1

FIGURA 8.28 - Tabela de resultados - Critério de escolha d).

### Comentários:

A primeira solução (parcialmente detalhada) é a solução com menor bitola entre todas que apresentam desperdício  $\leq 15\%$ . Seguindo estes critérios pode ser admitida como a solução “ótima”. Seguindo os mesmos critérios, o usuário poderia optar também pela solução 3, que é uma bitola superior, porém com menor quantidade de barras longitudinais, estribos e estribos suplementares.

e) Solução com desperdício  $\leq 15$ , ordenadas por custo.

## Resultados

Ordem	Aço				$\Phi$				$\Phi_t$				Mrd/Msd
	Soluç.	Custo (R\$)	Desperd. (%)	Peso (kg)	Quant.	Bitola	nX	nY	Quant.	Bitola	Espac. (cm)	N3	
1	137.87	0	56.6	10	16mm	2	5	15	5mm	19.0	0	1	1.003
2	137.87	0	56.6	10	16mm	4	3	15	5mm	19.0	0	1	
3	138.08	0	56.7	10	16mm	3	4	15	5mm	19.0	1	0	
4	139.76	1	57.3	10	16mm	3	4	15	6.3mm	19.0	0	0	1.007
5	139.76	1	57.3	10	16mm	4	3	15	6.3mm	19.0	0	0	1.001
6	147.27	6	57.0	26	10mm	7	8	24	5mm	12.0	1	1	
7	147.57	7	60.4	18	12.5mm	4	7	19	5mm	15.0	0	1	
8	147.57	7	60.4	18	12.5mm	6	5	19	5mm	15.0	0	1	
9	149.33	8	61.2	4	25mm	2	2	15	6.3mm	20.0	0	0	
10	149.96	8	61.2	18	12.5mm	5	6	19	6.3mm	15.0	0	0	
11	150.55	8	61.4	18	12.5mm	5	6	19	5mm	15.0	1	1	
12	154.23	11	62.6	18	12.5mm	4	7	19	6.3mm	15.0	0	1	
13	154.23	11	62.6	18	12.5mm	6	5	19	6.3mm	15.0	0	1	
14	156.04	12	63.4	4	25mm	2	2	15	8mm	20.0	0	0	1.009
15	157.84	13	60.5	26	10mm	7	8	24	6.3mm	12.0	1	1	
16	158.47	13	64.0	18	12.5mm	5	6	19	8mm	15.0	0	0	1.099
17	158.47	13	64.0	18	12.5mm	6	5	19	8mm	15.0	0	0	1.096
18	161.48	15	66.6	12	16mm	4	4	15	5mm	19.0	0	0	
19	161.48	15	66.6	12	16mm	6	2	15	5mm	19.0	0	0	
20	162.68	15	66.7	20	12.5mm	6	6	19	5mm	15.0	0	1	

**Soluções**

Desperdício máximo (%) 15

Mostrar apenas a solução mais econômica para mesmas bitolas de barras longitudinais e estribos

Mostrar apenas a solução mais econômica para mesmas bitolas de barras longitudinais

Cancela Ok

Soluções possíveis: 86

Soluções apresentadas: 20

Detalhamento da solução: 1

FIGURA 8.29 - Tabela de resultados - Critério de escolha e).

## Comentários

Na FIGURA 8.29 são apresentadas todas as soluções com desperdício  $\leq 15\%$ . O custo varia entre 137,87 R\$ e 162,68 R\$. O usuário pode escolher a solução “ótima” entre as 20 apresentadas seguindo os outros critérios de escolha.

f) Soluções com estribos de 6,3mm ordenadas por custo e o desperdício não deve superar 10%.

### Resultados:

Ordem	Soluç.	Aço			$\phi$				$\phi_t$				Mrd/Msd	
		Custo (R\$)	Desperd. (%)	Peso (kg)	Quant.	Bitola	nX	nY	Quant.	Bitola	Espaç. (cm)	N3		N4
	1	137.87	0	56.6	10	16mm	4	3	15	5mm	19.0	0	1	
	2	137.87	0	56.6	10	16mm	2	5	15	5mm	19.0	0	1	1.003
	3	138.08	0	56.7	10	16mm	3	4	15	5mm	19.0	1	0	
	4	147.27	6	57.0	26	10mm	7	8	24	5mm	12.0	1	1	
	5	147.57	7	60.4	18	12.5mm	6	5	19	5mm	15.0	0	1	
	6	147.57	7	60.4	18	12.5mm	4	7	19	5mm	15.0	0	1	
	7	150.55	8	61.4	18	12.5mm	5	6	19	5mm	15.0	1	1	
	8	139.76	1	57.3	10	16mm	4	3	15	6.3mm	19.0	0	0	1.001
	9	139.76	1	57.3	10	16mm	3	4	15	6.3mm	19.0	0	0	1.007
	10	149.33	8	61.2	4	25mm	2	2	15	6.3mm	20.0	0	0	
	11	149.96	8	61.2	18	12.5mm	5	6	19	6.3mm	15.0	0	0	

FIGURA 8.30 Tabela de resultados - Critério de escolha f).

### Comentários:

Usando tais critérios de escolha, pode-se proceder ordenando as soluções por bitola dos estribos e depois por custo. As soluções 8 a 11 são as soluções com  $\phi_t = 6,3$  mm com desperdício menor que 10%. As soluções 8 e 9 apresentam mesmo custo por isso optou-se pela solução 9, que apresenta a relação  $M_{Rd} / M_{Sd}$  um pouco maior.

g) Soluções sem estribos suplementares, com bitolas de estribos de 5 mm, ordenadas por custo.

## Resultados

Ordem	Soluç.	Aço	$\phi$	$\phi_t$	Mrd/Msd									
		Custo (R\$)	Desperd. (%)	Peso (kg)	Quant.	Bitola	nX	nY	Quant.	Bitola	Espac. (cm)	N3	N4	
1	161.48	15	66.6	12	16mm	6	2	15	5mm	19.0	0	0		
2	161.48	15	66.6	12	16mm	4	4	15	5mm	19.0	0	0		
3	175.04	21	72.3	8	20mm	4	2	15	5mm	20.0	0	0		
4	175.04	21	72.3	8	20mm	2	4	15	5mm	20.0	0	0		
5	212.98	35	88.1	16	16mm	6	4	15	5mm	19.0	0	0		
6	139.76	1	57.3	10	16mm	4	3	15	6.3mm	19.0	0	0	1.001	
7	139.76	1	57.3	10	16mm	3	4	15	6.3mm	19.0	0	0	1.007	
8	149.33	8	61.2	4	25mm	2	2	15	6.3mm	20.0	0	0		
9	149.96	8	61.2	18	12.5mm	5	6	19	6.3mm	15.0	0	0		
10	165.08	16	67.5	20	12.5mm	6	6	19	6.3mm	15.0	0	0		
11	165.51	17	68.0	12	16mm	6	2	15	6.3mm	19.0	0	0	1.178	
12	165.51	17	68.0	12	16mm	5	3	15	6.3mm	19.0	0	0		
13	165.51	17	68.0	12	16mm	4	4	15	6.3mm	19.0	0	0		
14	165.51	17	68.0	12	16mm	2	6	15	6.3mm	19.0	0	0		
15	179.07	23	73.6	8	20mm	4	2	15	6.3mm	20.0	0	0		
16	179.07	23	73.6	8	20mm	3	3	15	6.3mm	20.0	0	0		
17	179.07	23	73.6	8	20mm	2	4	15	6.3mm	20.0	0	0		
18	191.26	28	78.7	14	16mm	6	3	15	6.3mm	19.0	0	0		
19	191.26	28	78.7	14	16mm	5	4	15	6.3mm	19.0	0	0		
20	191.26	28	78.7	14	16mm	3	6	15	6.3mm	19.0	0	0		
21	217.01	36	89.4	16	16mm	6	4	15	6.3mm	19.0	0	0		
22	217.01	36	89.4	16	16mm	4	6	15	6.3mm	19.0	0	0		
23	218.49	37	90.1	6	25mm	3	2	15	6.3mm	20.0	0	0		
24	221.09	38	91.1	10	20mm	5	2	15	6.3mm	20.0	0	0		
25	221.09	38	91.1	10	20mm	4	3	15	6.3mm	20.0	0	0		
26	221.09	38	91.1	10	20mm	3	4	15	6.3mm	20.0	0	0		
27	156.04	12	63.4	4	25mm	2	2	15	8mm	20.0	0	0	1.009	
28	158.47	13	64.0	18	12.5mm	6	5	19	8mm	15.0	0	0	1.096	
29	158.47	13	64.0	18	12.5mm	5	6	19	8mm	15.0	0	0	1.099	
30	172.22	20	70.1	12	16mm	5	3	15	8mm	19.0	0	0	1.190	

FIGURA 8.31 Tabela de resultados - Critério de escolha g).

## Comentários:

Para respeitar os critérios do item g) é necessário ordenar as soluções seguindo os seguintes critérios: 1º - N3, 2º - N4, 3º - Bitola de  $\phi_t$  e 4º - Custo. As primeiras 5 soluções atendem aos critérios de escolha desejados (nenhum estribo suplementar e  $\phi_t = 5$  mm). Entre elas as duas primeiras podem ser melhores pois apresentam menor custo.



## 9. Conclusões e recomendações

O objetivo principal deste trabalho era o de desenvolver um programa e apresentar o procedimento para o dimensionamento de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua, esforços cortantes e torsões, respeitando todos os critérios estabelecidos pela NBR 6118:2003. Este objetivo foi cumprido e a partir dele outros estudos foram realizados.

O autor não encontrou praticamente nada na bibliografia sobre como tratar o problema da flexão composta oblíqua considerando a atuação de várias combinações de carregamento. Partindo do procedimento proposto por ALTO QI (2004c), foram desenvolvidas variações para tentar descobrir uma forma “ideal” de solucionar o problema: são os quatro processos de verificação estudados no capítulo 3. O primeiro procedimento (rigoroso) é o mais simples, onde basicamente utiliza-se o processo iterativo da linha neutra proposto por LAURO (1994) várias vezes. O segundo procedimento é o mesmo adotado pelo Eberick. O 3º e 4º processo são variações do 2º, que são algumas das contribuições deste trabalho. Através da comparação entre os resultados obtidos pelos 4 processos de verificação da resistência, examinando exemplos reais (item 8.4), foi determinado que a melhor maneira para resolver o problema é através do 4º processo de verificação.

- 1º Processo de verificação (item 3.1) - Resultados “reais” (mais precisos) com tempo de processamento elevado.
- 2º Processo de verificação (item 3.2) - É o processo mais rápido e encontra resultados já bem próximos aos resultados “reais”.
- 3º Processo de verificação (item 3.3) - Não se mostrou muito eficiente. Resultados mais precisos que o 2º método em alguns casos, necessitando sempre de mais tempo de processamento e é menos eficiente do que o 4º processo.
- 4º Processo de verificação (item 3.4) - Considerado o melhor processo de verificação. É o processo aproximado que encontrou resultados mais precisos em praticamente todos os casos estudados e proporciona grande economia de tempo de processamento em relação ao processo rigoroso (1º).

Além do dimensionamento convencional, onde se procura obter simplesmente um detalhamento de uma seção, cujos esforços resistentes sejam capazes de suportar com devida segurança os esforços solicitantes, foi apresentado um procedimento para otimização dos resultados em função de dois critérios básicos: economia de material e disposições construtivas (mão de obra). Seguindo o procedimento de otimização proposto neste trabalho, feito pelo PDOP, o projetista pode obter a solução “ótima” automaticamente ou interagindo com o computador de maneira simples e rápida (item 7.1 e 8.5).

Através da programação propriamente dita, foi encontrada uma seqüência de cálculo ideal para realização do dimensionamento otimizado de pilares por computador. Este trabalho apresenta TODAS as etapas do dimensionamento e detalhamento individualmente e além disso mostra como elas devem ser organizadas. Seguindo as recomendações do capítulo 6 e 7 é possível testar todos os arranjos de armadura possíveis para um pilar retangular com as dimensões previamente fixadas, em uma seqüência que possibilita a utilização de alguns artifícios importantes para tornar o tempo de processamento o menor possível.

Este trabalho também se destaca pelas saídas gráficas de resultados do PODP. Entre elas estão os diagramas de iteração (no plano) plotados no próprio PDOP, com algumas ferramentas que permitem uma rápida análise dos resultados imediatamente após o dimensionamento. A segunda ferramenta, mais robusta e inédita, é a criação dos arquivos .DXF. Estes arquivos apresentam em escala a superfície tridimensional dos esforços resistentes dos pilares, incluindo as retas imaginárias de interpolação dos processos aproximados de verificação e os momentos solicitantes. Somente através da análise destes gráficos tridimensionais é possível compreender o problema de uma forma mais abrangente e literalmente ver o que acontece no problema da flexão composta oblíqua.

De forma geral este trabalho trata do dimensionamento de pilares, contendo assuntos sobre programação, prescrições da NBR 6118:2003 e sobre o dimensionamento propriamente dito de elementos lineares em concreto armado. O material produzido inclui assuntos para outros Engenheiros que se interessem na área de dimensionamento de pilares, principalmente na área de programação.

### Sugestões para trabalhos futuros.

Para tornar este trabalho mais abrangente poderiam ser estudados vários tópicos adicionais cujos principais estão listados a seguir.

- Permitir a distribuição da armadura nos cantos da seção retangular.
- Incluir outros tipos de seções: retangular vazada, seção T, seção L, seção U, seção + e seção circular.
- Cálculo dos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem por métodos mais sofisticados, necessário para pilares mais esbeltos ( $\lambda > 90$ ).
- Consideração da fluência para pilares mais esbeltos ( $\lambda > 90$ ).
- Cálculo da armadura de fretagem para os casos em que o lance do pilar superior têm menores dimensões.
- Otimizar o código buscando diminuir o tempo de processamento, principalmente no dimensionamento otimizado onde são testados vários arranjos de armadura.
- Permitir que sejam testadas várias dimensões da seção no processo de dimensionamento otimizado.

## 10. Referências bibliográficas

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 6118:1980, Projeto e execução de obras de concreto armado.** Rio de Janeiro, 1980.

\_\_\_\_\_, **NBR 6118:2003, Projeto de estruturas de concreto - Procedimento,** Versão Corrigida. Rio de Janeiro, 2004.

\_\_\_\_\_, **NBR 6120:1980, Cargas para o cálculo de estruturas de edificações.** Rio de Janeiro, 1980.

\_\_\_\_\_, **NBR 8681:2003, Ações e segurança nas estruturas - Procedimento,** Versão Corrigida. Rio de Janeiro, 2004.

\_\_\_\_\_, **NBR 8953:1992, Concreto para fins estruturais - Classificação por grupos de resistência.** Rio de Janeiro, 1992.

ALTO QI, **Considerações sobre a excentricidade acidental.** Artigo On-Line 475, 2004a.

\_\_\_\_\_, **Eberick Master V5 Revisão 4.** Ajuda do programa, 2004b.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_. Manual do programa, 2004c.

\_\_\_\_\_, **Excentricidades em pilares conforme a NBR 6118/78.** Artigo On-Line 136, 2004d.

\_\_\_\_\_, **Excentricidades em pilares conforme a NBR 6118/2003.** Artigo On-Line 434, 2004e.

\_\_\_\_\_, **Método do pilar padrão com rigidez aproximada.** Artigo On-Line 424, 2004f.

\_\_\_\_\_, **Prescrições de cálculo e detalhamento de pilares – NBR 6118:2003**. Artigo On-Line 433, 2004g.

CABRÉ, Morán F. **Design of reinforced concrete sections under normal loads and stresses in the ultimate limit state**. Paris, 1972.

CAD/TQS, **NBR 6118:2003 - Efeitos Locais de 2a. Ordem em Pilares (Parte I)**. Artigo on-line, 2003.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Estruturas de Concreto Solicitações Normais**. São Paulo: LCT, 1981.

LEONHARDT, F. e MÖNNIG E. **Construções de concreto. Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado**, Vol. 1. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1977.

MEDEIROS, Gustavo Assis. **Programa para Análise e Dimensionamento da Área de Armadura de Seções de Concreto Armado Submetidas a Flexão Oblíqua Composta** Relatório Final de Trabalho de Graduação, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2004.

MONTOYA, P. Jiménez, MESEGUER, A. García e CABRÉ, F Morán. **Hormigón armado**. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, S. A., 1987.

PINHEIRO, Libânio Miranda, BARALDI, Lívio Túlio e POREM, Marcelo Eduardo. **Concreto armado: Ábacos para flexão oblíqua**. São Carlos, 1994.

PINTO, Roberto Caldas de A. **ECV 5261 Estruturas de Concreto Armado I**. Apostila, Universidade Federal de Santa Catarina, 2000.

\_\_\_\_\_, **ECV 5262 Estruturas de Concreto Armado II**. Apostila, Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.

SANTOS, Lauro Modesto dos. **Cálculo de Concreto Armado**, Vol. 1. São Paulo: LMS, 1983.

\_\_\_\_\_, **Cálculo de Concreto Armado Segundo a NB-1 / 78 e o CEB**, Vol. 2. São Paulo: LMS, 1981.

\_\_\_\_\_, **Sub-rotinas Básicas do Dimensionamento de Concreto Armado**, Vol. 1. São Paulo: THOT, 1994.

SMANIOTTO, Alberto. **Elaboração de programa para dimensionamento e detalhamento de pilares retangulares submetidos à flexo-compressão normal com armadura distribuída ao longo das faces**. TCC, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

## 11. Anexos

### Anexo A - Processo de iteração para o cálculo de $N_{d,MRd,máx}$

Para o cálculo de  $N_{d,MRd,máx}$  deve ser fixado um valor de  $\alpha$  (inclinação da linha neutra), uma tolerância para o esforço normal de cálculo e, se achar necessário, uma tolerância para o momento máximo. Tais precisões podem ser visualizadas na FIGURA 11.1.

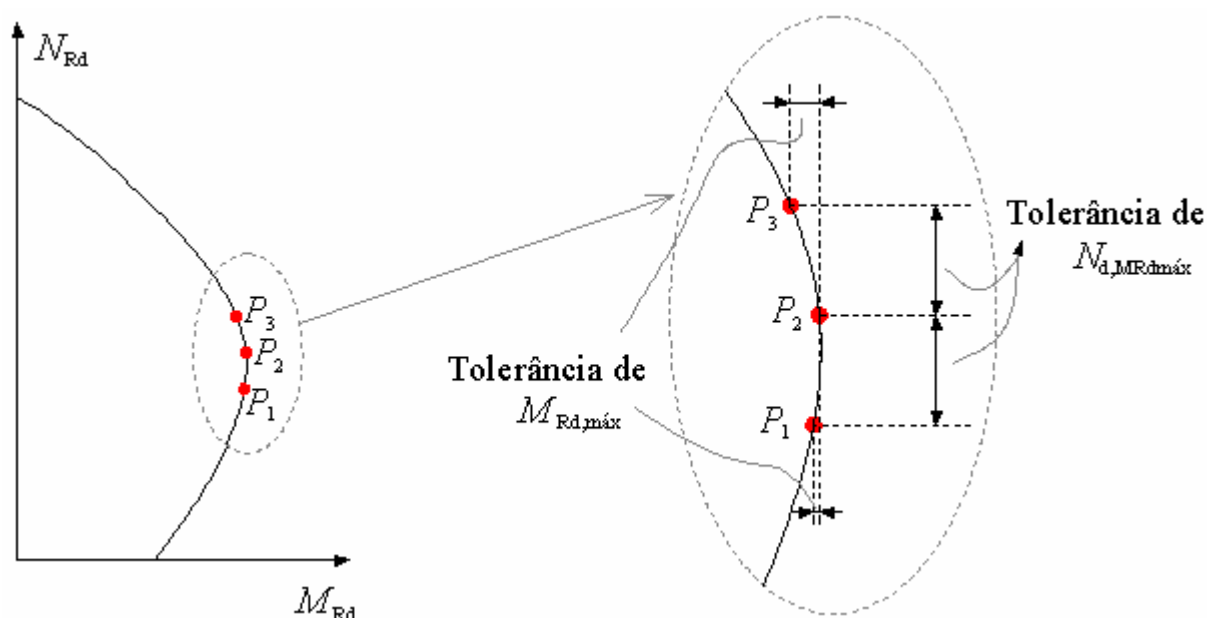


FIGURA 11.1 - Tolerâncias para o cálculo de  $N_{d,MRd,máx}$

Sabe-se ao certo que  $N_{d,MRd,máx}$  é maior do que zero e menor do que  $N_{Rd,máx}$ . Inicia-se com o intervalo  $0 - N_{Rd,máx}$ , que é gradativamente reduzido de tal forma que  $N_{d,MRd,máx}$  fique sempre no seu interior, até que este intervalo fique menor ou igual à tolerância do esforço normal já definido.

O processo para descobrir o valor de  $N_{d,MRd,máx}$  é descrito à seguir:

- a) Arbitram-se 3 pontos iniciais da abscissa da curva  $N \times M$  ( $P_{1N}$ ,  $P_{2N}$  e  $P_{3N}$ ) como mostra a FIGURA 11.2. São escolhidos dois extremos ( $P_1$  e  $P_3$ ) para os valores iniciais, de forma que fique garantida a condição  $P_{1N} \leq N_{d,MRd\text{máx}} \leq P_{3N}$ .

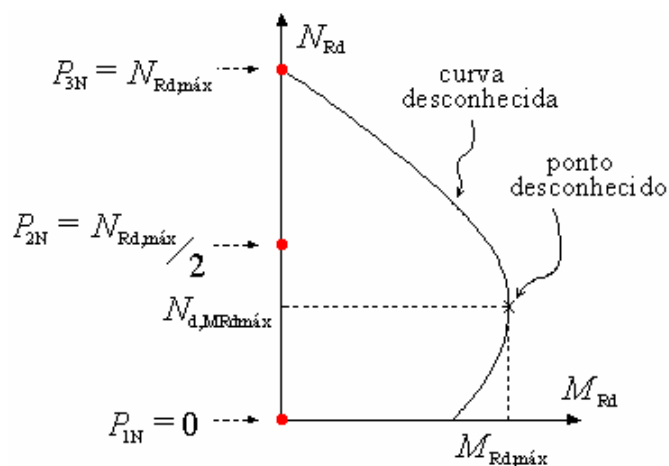


FIGURA 11.2 - Valores iniciais de esforços normais ( $P_{1N}$ ,  $P_{2N}$  e  $P_{3N}$ ).

- b) Com os valores de  $P_{1N}$ ,  $P_{2N}$  e  $P_{3N}$  (esforços normais) calculam-se respectivos valores dos momentos resistentes de cálculo  $P_{1M}$ ,  $P_{2M}$  e  $P_{3M}$  pelo processo iterativo da linha neutra resultando nos três pontos da FIGURA 11.3.

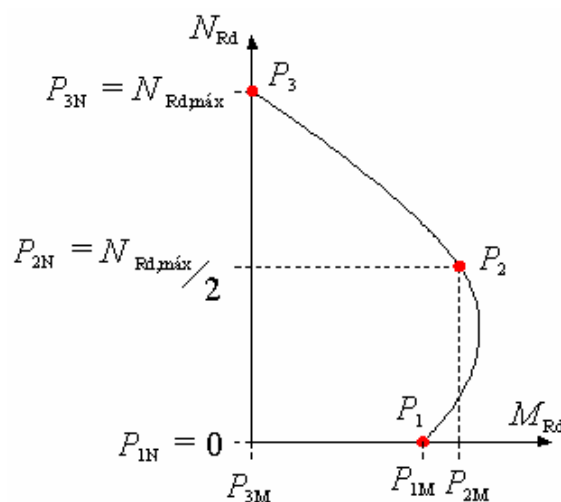


FIGURA 11.3 - Valores de momentos resistentes ( $P_{1M}$ ,  $P_{2M}$  e  $P_{3M}$ ) calculados para os valores iniciais de esforços normais



c) 1ª verificação - é necessário descobrir o maior valor entre  $P_{1M}$ ,  $P_{2M}$  e  $P_{3M}$ . Espera-se que o valor de  $P_{2M}$  (ponto do meio) seja sempre maior. Se não for, será usado algum tipo de artifício para torná-lo maior do que  $P_{1M}$  e  $P_{3M}$ . São 4 casos distintos que devem ser considerados:

- $P_{1M} \leq P_{2M} \leq P_{3M}$  - é o desejado, segue direto para a 2ª verificação - alínea g);
- $P_{1M} > P_{2M}$  e  $P_{1N} = 0$  - segue pela alínea d) ;
- $P_{1M} > P_{2M}$  e  $P_{1N} \neq 0$  - segue pela alínea e);
- $P_{3M} > P_{2M}$  - segue pela alínea f);

d) Primeiro são armazenados os valores de  $P_3$ , que serão chamados de  $P_{3,anterior}$ . Tais valores poderão ser usados mais adiante. Deve ser feito um tipo de “recuo” dos pontos como mostra a FIGURA 11.4:  $P_3$  passa a ser o atual  $P_2$ ; o valor de  $P_{2N}$  passa a ser  $P_{2N} / 2$ , sendo necessário calcular o novo valor de  $P_{2M}$  pelo processo iterativo da linha neutra;  $P_1$  continua o mesmo. Daqui, segue novamente para 1ª verificação - alínea c)

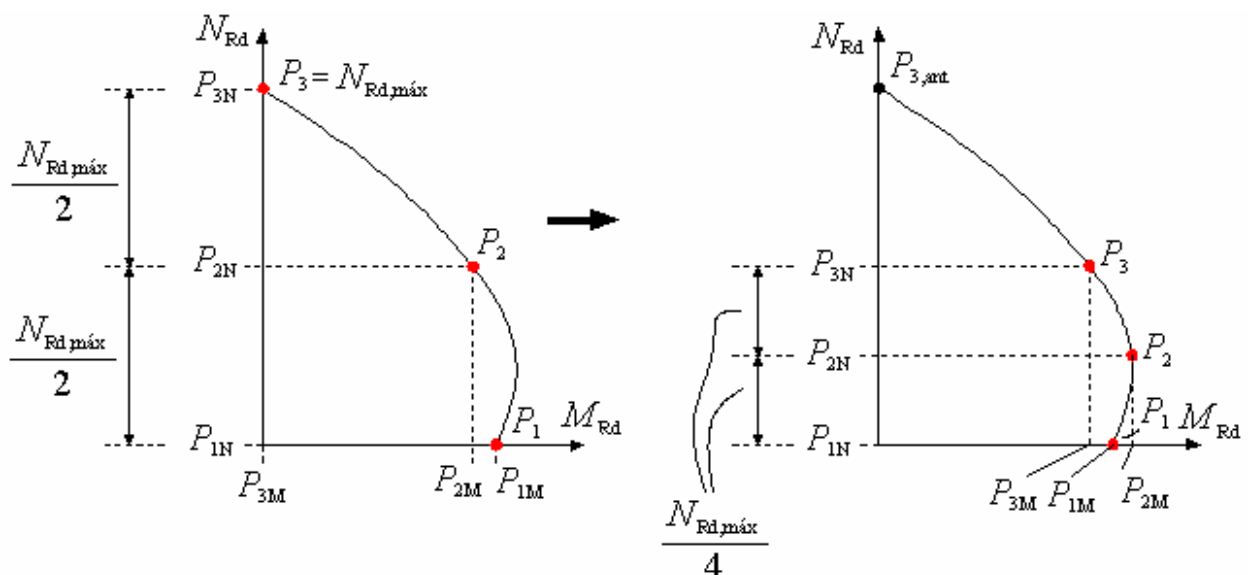


FIGURA 11.4 - Situação  $P_{1M} > P_{2M}$  e  $P_{1N} = 0$

$$P_{3N,anterior} := P_{3N}$$

$$P_{3M,anterior} := P_{3M}$$

$$P_{3N} := P_{2N}$$

$$P_{3M} := P_{2M}$$

$$P_{2N} := P_{2N} / 2$$

$P_{2M}$  calculado pelo processo iterativo da linha neutra

- e) Deve ser feito um tipo de “recuo” dos pontos, usando inclusive um valor de  $P_1$  calculado numa verificação anterior, como mostra a FIGURA 11.5:  $P_3$  passa a ser o atual  $P_2$ ;  $P_2$  passa a ser o atual  $P_1$ ;  $P_1$  passa a ser o último  $P_1$  que foi armazenado como  $P_{1,anterior}$  na última vez que se passou pela alínea g). Feito tal procedimento, a condição  $P_{1M} \leq P_{2M} \leq P_{3M}$  será obrigatoriamente satisfeita, podendo seguir para a 2ª verificação - alínea g) .

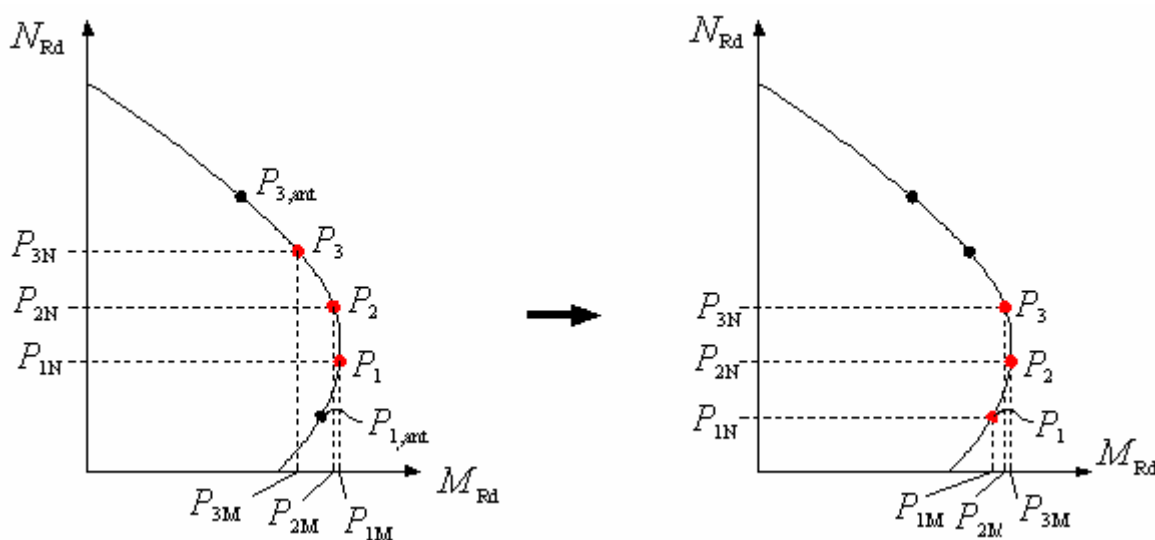


FIGURA 11.5 - Situação  $P_{1M} > P_{2M}$  e  $P_{1N} \neq 0$

$$P_{3N} := P_{2N}$$

$$P_{3M} := P_{2M}$$

$$P_{2N} := P_{1N}$$

$$P_{2M} := P_{1M}$$

$$P_{1N} := P_{1N,anterior}$$

$$P_{1M} := P_{1M,anterior}$$

- f) Deve ser feito um tipo de “adiantamento” dos pontos, usando inclusive um valor de  $P_3$  calculado numa verificação anterior, como mostra a FIGURA 11.6:  $P_1$  passa a ser o atual  $P_2$ ;  $P_2$  passa a ser o atual  $P_3$ ;  $P_3$  passa a ser o último  $P_3$  que foi armazenado como  $P_{3,anterior}$  na última vez que se passou pela alínea g). Feito tal procedimento, a condição  $P_{1M} \leq P_{2M} \leq P_{3M}$  será obrigatoriamente satisfeita, podendo seguir para a 2ª verificação - alínea g).

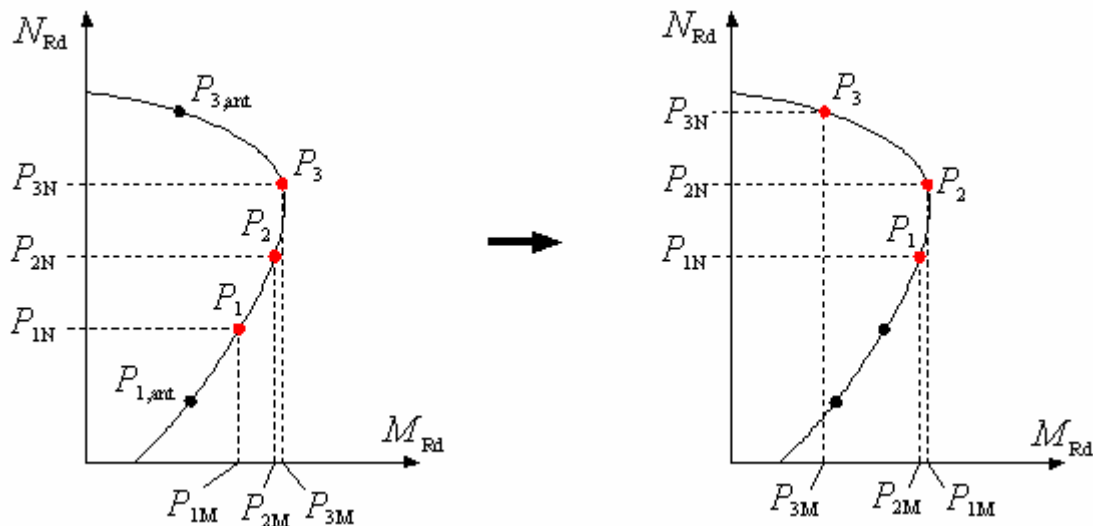


FIGURA 11.6 - Situação  $P_{3M} > P_{2M}$

$$P_{1N} := P_{2N}$$

$$P_{1M} := P_{2M}$$

$$P_{2N} := P_{3N}$$

$$P_{2M} := P_{3M}$$

$$P_{3N} := P_{3N,anterior}$$

$$P_{3M} := P_{3M,anterior}$$

- g) 2ª verificação - verificação das precisões estipuladas. Se as tolerâncias da FIGURA 11.7 estiverem satisfeitas, o valor de  $N_{d,MRdmax}$  já foi encontrado, finalizando o processo;  $N_{d,MRdmax}$

será igual a  $P_{2N}$ . Se a precisão ainda não for suficiente realiza-se o procedimento indicado na FIGURA 11.8: os atuais valores de  $P_1$  e  $P_3$  são armazenados para poderem ser usados na próxima iteração, se for necessário. Em seguida alteram-se os valores de  $P_{1N}$  e  $P_{3N}$ , diminuindo o intervalo dos esforços normais pela metade e calculam-se os respectivos valores de  $P_{1M}$  e  $P_{3M}$  pelo processo iterativo da linha neutra. Em seguida volta para a 1ª verificação - alínea c).

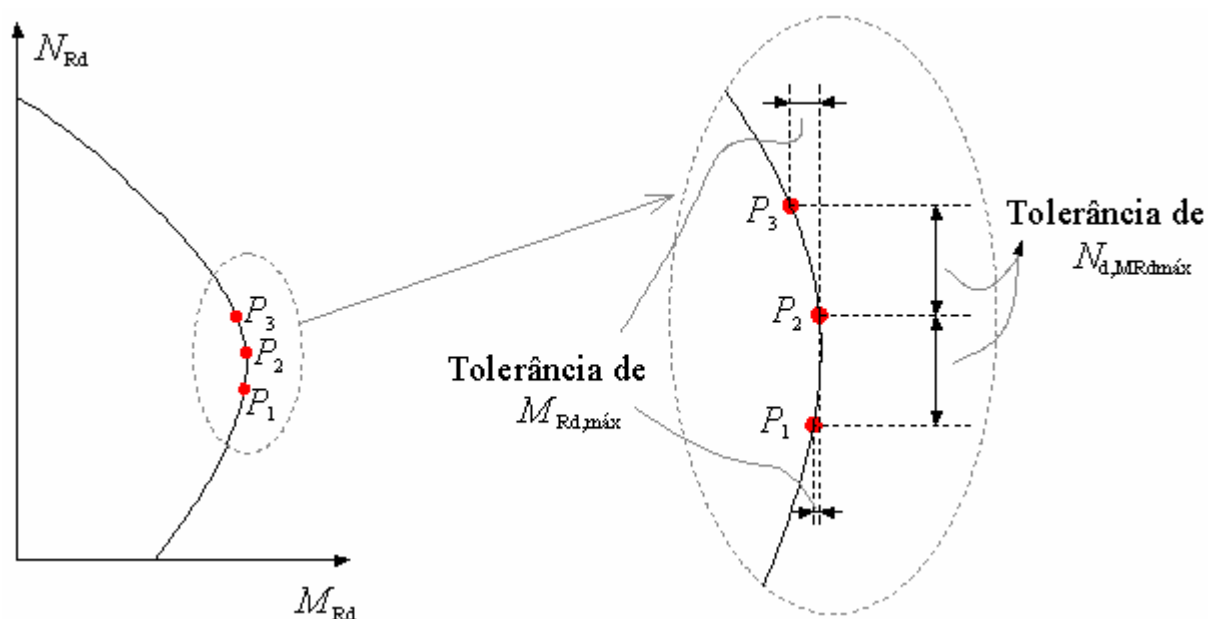


FIGURA 11.7 - Tolerâncias para o cálculo de  $N_{d,MRd,máx}$

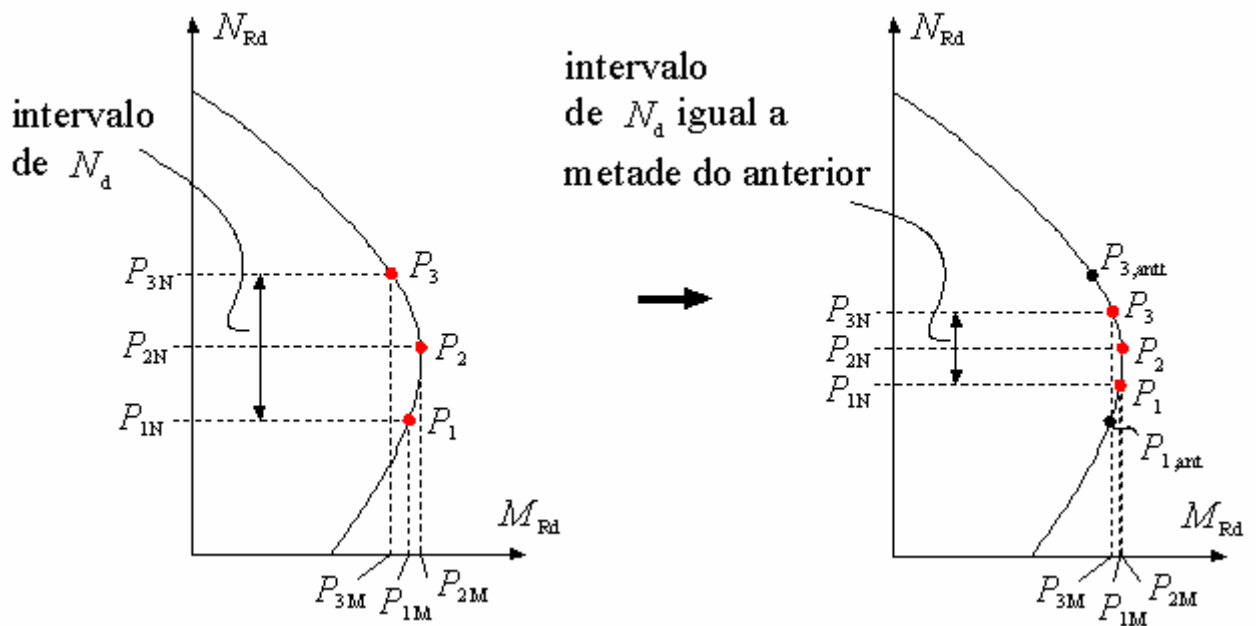


FIGURA 11.8 - Situação  $P_{1M} \leq P_{2M} \leq P_{3M}$  com precisões ainda insuficientes

$$P_{1N,anterior} := P_{1N}$$

$$P_{1M,anterior} := P_{1M}$$

$$P_{3N,anterior} := P_{3N}$$

$$P_{3M,anterior} := P_{3M}$$

$$P_{1N} := P_{1N} + (P_{2N} - P_{1N}) / 2$$

$P_{1M}$  calculado pelo processo iterativo da linha neutra

$$P_{3N} := P_{3N} - (P_{3N} - P_{2N}) / 2$$

$P_{3M}$  calculado pelo processo iterativo da linha neutra

## Anexo B - Cálculo da quantidade de iterações dos 4 processos de verificação da resistência

O tempo despendido para calcular cada terno ( $N_d$ ,  $M_{Rd,x}$  e  $M_{Rd,y}$ ), ou seja um ponto do diagrama de iteração, depende essencialmente do valor da tolerância do esforço normal, que é a precisão de cálculo definido no item 2.7.5 e da velocidade do computador. Além de precisão, o processo de iteração do “passo” depende basicamente de coincidências, pode convergir logo nas primeiras iterações ou não. Por este motivo, no estudo teórico do tempo de processamento, será observado apenas a quantidade de vezes que o processo iterativo da linha neutra é utilizado, já que não se sabe quantas iterações serão realizadas em cada vez nem a velocidade que são resolvidas. A quantidade total de iterações e o tempo despendido só podem ser verificados através de exemplos rodados no PDOP (item 8.4).

Por definição:

$n_{IntLN(i)}$  é o número de vezes que se recorre ao processo iterativo da linha neutra onde  $i$  é o processo de verificação (1º, 2º, 3º ou 4º);

$n_{IntNd,MRd\acute{a}x}$  é o número de vezes que se recorre ao processo iterativo da linha neutra para se obter o valor de  $N_{d,MRd\acute{a}x}$  (usado somente no 3º processo de verificação);

$n_{Ternos}$  é o número de pontos (ternos  $N_d$ ,  $M_{Rd,x}$  e  $M_{Rd,y}$ ) por quadrante, de cada diagrama de iteração, que é função de  $\Delta\alpha$ ;

$n_{Comb}$  é o número de combinações de carregamentos;

$\Delta\alpha$  é o incremento da inclinação da linha neutra  $\alpha$ ;

$Prec_{Nd,MRd\acute{a}x}$  é o valor da tolerância do valor do esforço normal  $N_{d,MRd\acute{a}x}$ , apresentado na FIGURA 11.7;

No 1º, 2º e 4º processo de verificação o valor de  $n_{IntLN}$  será igual ao número total de ternos ( $N_d$ ,  $M_{Rd,x}$  e  $M_{Rd,y}$ ) calculados. Já no 3º processo, o processo iterativo da linha neutra também é usado para calcular  $N_{d,MRd\acute{a}x}$ , complicando um pouco o cálculo de  $n_{IntLN(3)}$ .

É possível deduzir equações para se obter o valor de  $n_{\text{IntLN}}$  para cada um dos 4 processos, sendo que todos dependem de  $\Delta\alpha$ . Claro, quanto menor o incremento do ângulo  $\alpha$ , maior o número de pontos de cada diagrama de iteração, que pode ser calculado pela equação (11.1).

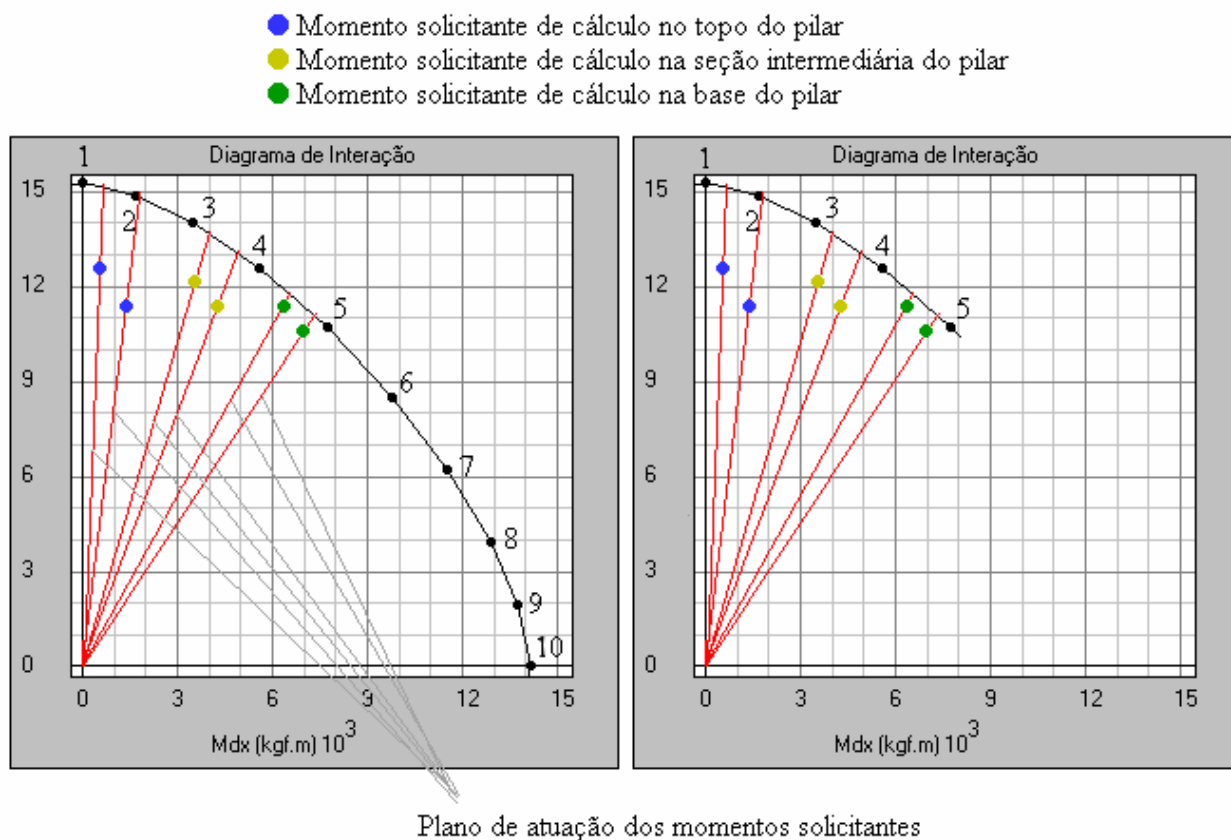
$$n_{\text{Ternos}} = \frac{\Delta\alpha}{90^\circ} + 1 \quad (11.1)$$

1º processo: são plotados tantos diagramas quanto for o número de combinações de carregamentos. Cada diagrama terá um total de  $n_{\text{Ternos}}$  ternos.

$$n_{\text{IntLN}(1)} = n_{\text{Ternos}} \cdot n_{\text{Comb}} \quad (11.2)$$

É usado um artifício para reduzir o tempo de processamento deste processo sem que os resultados sejam afetados. Para cada combinação de carregamentos, a cada ponto do diagrama de iteração calculado, a resistência para cada uma das seis situações da TABELA 2.4 pode ser verificada, se a parte do diagrama calculado possibilitar. Se as seis situações já estiverem verificadas, não é preciso calcular o restante dos pontos do diagrama, pode-se partir para a próxima combinação de carregamentos.

Para entender melhor esta idéia, recorre-se à FIGURA 11.9 que apresenta dois diagramas iguais plotados com  $\Delta\alpha = 10^\circ$ . O primeiro ponto é calculado com  $\alpha$  igual a zero, e em seguida vai se somando o incremento do ângulo  $\Delta\alpha$ , ponto a ponto, no sentido horário, conforme a numeração da FIGURA 11.9. Os seis pontos internos (coloridos), correspondem aos momentos solicitantes de cálculo nas seções da base, topo e intermediária. No diagrama da esquerda, os pontos 6 a 10 foram calculados em vão, pois depois do 5º terno já foi possível verificar as seis situações de momentos solicitantes, que no caso apresentam segurança suficiente.



**FIGURA 11.9** - Parte do diagrama calculada em vazio

Usando este artifício, a equação (11.2) passa a ser não mais valor do número real, mas sim o valor do número máximo de vezes que pode-se recorrer ao processo iterativo da linha neutra usando o 1º processo de verificação.

O primeiro ponto calculado será o ponto 1 ( $\alpha = 0^\circ$ ), terminando no ponto 10 ( $\alpha = 90^\circ$ ) da FIGURA 11.9, sempre no sentido horário, independente do valor do incremento e do sentido do plano de atuação dos momentos solicitantes (posição dos 6 pontos internos da FIGURA 11.9) que são previamente conhecidos.

Mesmo sabendo os valores dos momentos solicitantes numa etapa anterior do dimensionamento, não se sabe a posição dos ternos resistentes antes de calculá-los, já que dependem das dimensões e do arranjo das armaduras do pilar. Por causa desta dificuldade, não se adotou um procedimento mais “inteligente”, que poderia optar por começar a traçar o diagrama com  $\alpha$  inicial igual a  $90^\circ$ , e ir diminuindo sucessivamente conforme o valor do incremento  $\Delta\alpha$ , que seria mais conveniente quando  $M_{Sd,x} \gg M_{Sd,y}$  por exemplo.



2º processo: são plotados apenas 2 diagramas, um para  $N_{Sd,máx}$  e outro para  $N_{Sd,min}$ .

$$n_{IntLN(2)} = n_{Ternos} \cdot 2 \quad (11.3)$$

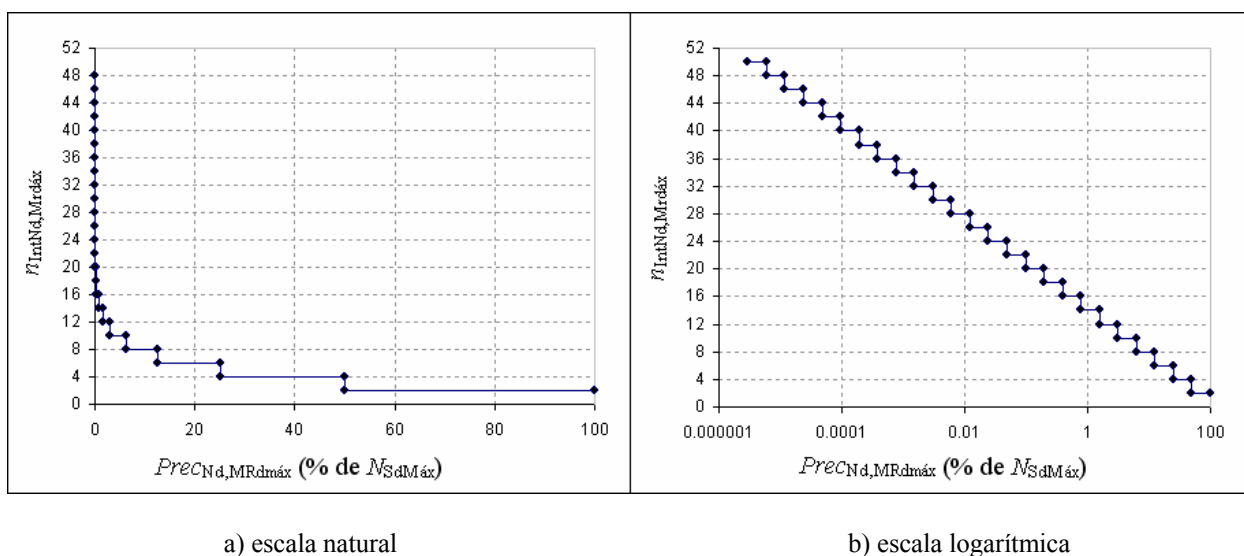
3º processo: são plotados 3 diagramas, um para  $N_{Sd,máx}$ , outro para  $N_{d,MRdmáx}$  e outro para  $N_{Sd,min}$ . O número de iterações total deve ser acrescido das iterações usadas para o cálculo de  $N_{d,MRdmáx}$ . Para não haver confusão, vale lembrar que o cálculo de  $N_{d,MRdmáx}$  é feito por um processo iterativo, que por sua vez utiliza outro processo iterativo (da linha neutra) para o cálculo de  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  definidos no Anexo A.

$$n_{IntLN(3)} = n_{Ternos} \cdot 3 + n_{IntNd,MRdax} \quad (11.4)$$

O valor de  $n_{IntNd,MRdax}$  depende da tolerância de  $N_d$  e  $M_d$ , conforme mostra a FIGURA 11.7. Diferente do acontece no processo iterativo da linha neutra, neste pode-se calcular com exatidão quantas iterações são realizadas no processo iterativo, em função do valor de  $Prec_{Nd,MRdmáx}$ . Nestas iterações não se utiliza o processo do “passo” usado no processo da linha neutra. Inicia-se com um intervalo inicial de  $N_d$ , que a cada iteração diminui pela metade, conforme detalhado no Anexo A. Em cada iteração são calculados dois pontos:  $P_1$  e  $P_2$  na primeira iteração e  $P_1$  e  $P_3$  nas restantes. Se o intervalo de  $N_d$  ( $P_{3N} - P_{1N}$ ), que é o valor usado para verificar a precisão, diminui pela metade a cada iteração, o valor de  $n_{IntNd,MRdmáx}$  pode ser determinado conforme mostra a TABELA 11.1 e FIGURA 11.10.

TABELA 11.1 - Número de iterações para o cálculo de  $N_{d,MRd,máx}$  em função da precisão

Interação	Pontos calculados	$n_{IntNd,MRd,máx}$	$Prec_{Nd,MRd,máx}$ (% de $N_{Rd,máx}$ )
1 <sup>a</sup>	$P_1$ e $P_2$	2	$Prec_{Nd,MRd,máx} \geq 50$
2 <sup>a</sup>	$P_1$ e $P_3$	4	$50 > Prec_{Nd,MRd,máx} \geq 25$
3 <sup>a</sup>	$P_1$ e $P_3$	6	$25 > Prec_{Nd,MRd,máx} \geq 12,5$
4 <sup>a</sup>	$P_1$ e $P_3$	8	$12,5 > Prec_{Nd,MRd,máx} \geq 6,25$
5 <sup>a</sup>	$P_1$ e $P_3$	10	$6,25 > Prec_{Nd,MRd,máx} \geq 3,125$
6 <sup>a</sup>	$P_1$ e $P_3$	12	$3,125 > Prec_{Nd,MRd,máx} \geq 1,5625$
7 <sup>a</sup>	$P_1$ e $P_3$	14	$1,5625 > Prec_{Nd,MRd,máx} \geq 0,78125$
8 <sup>a</sup>	$P_1$ e $P_3$	16	$0,78125 > Prec_{Nd,MRd,máx} \geq 0,390625$
9 <sup>a</sup>	$P_1$ e $P_3$	18	$0,390625 > Prec_{Nd,MRd,máx} \geq 0,1953125$
10 <sup>a</sup>	$P_1$ e $P_3$	20	$0,1953125 > Prec_{Nd,MRd,máx} \geq 0,0976563$

FIGURA 11.10 - Quantidade de vezes que se utiliza o processo iterativo da linha neutra para o cálculo de  $N_{d,MRd,máx}$  ( $n_{IntNd,MRd,máx}$ ) em função da precisão adotada ( $Prec_{Nd,MRd,máx}$ ).

Os gráficos da FIGURA 11.10 não são contínuos devido ao fato de ser impossível fazer por exemplo 2,5 iterações. Mesmo assim, pode-se escrever a equação da precisão  $Prec_{Nd,MRd,máx}$  em função de  $n_{IntNd,MRd,máx}$ :

$$Prec_{Nd, MRd_{máx}} = \frac{100\%}{2^{n_{IntNd, MRd_{máx}}/2}} \quad (11.5)$$

Invertendo-se tem:

$$n_{IntNd, MRd_{máx}} = 2 \frac{(2 - \log^{Prec_{Nd3}})}{\log^2}, \text{ com} \quad (11.6)$$

$$Prec_{Nd, MRd_{máx}} = \frac{100}{2^{Int}} (\% \text{ de } N_{SdMáx}) \quad (11.7)$$

onde:

*Int* é a iteração do processo (valor inteiro, maior ou igual a 1)

A equação (11.4) pode ser usada para calcular o valor máximo de  $n_{IntLN(3)}$ . Caso  $N_{d, MRd_{máx}}$  fique fora do intervalo  $N_{sd, \min} - N_{sd, \max}$ , o diagrama de iteração intermediário não será calculado e o valor de  $n_{IntLN(3)}$  será menor.

4º processo: são plotados a quantidade de diagramas  $n_{diag}$  definida pelo usuário.  $n_{diag}$  deve ser maior ou igual a três. Se for dois fica exatamente igual ao 2º processo de dimensionamento porque não haveria nenhum diagrama intermediário entre  $N_{Sd, \min}$  e  $N_{Sd, \max}$ .

$$n_{IntLN(4)} = n_{Temos} \cdot n_{diag} \quad (11.8)$$

A TABELA 11.2 apresenta os valores representativos de  $n_{IntLN}$  calculados para os 4 processos de verificação apresentados, em função de todas as variáveis determinantes.

**TABELA 11.2** - Valores representativos de  $n_{IntLN}$  calculados para os 4 processos de verificação em função de todas as variáveis determinantes

Processo de verificação		1º			2º	3º								4º				
incr. de $\alpha$ ( $\Delta\alpha$ )	núm. ternos (% Ternos)	núm. combinações (% Comb)				precisão de $N_{d,MRd,max}$ (% de $N_{Rd,max}$ ) (% Prec $N_{d,MRd,max}$ )								núm. diagramas de interação (% diag)				
		4	28	60	-	25	12,5	6,25	3,13	1,56	0,78	0,39	0,012	3	4	5	6	10
90º	2	8	56	120	4	10	12	14	16	18	20	22	32	6	8	10	12	20
45º	3	12	84	180	6	13	15	17	19	21	23	25	35	9	12	15	18	30
30º	4	16	112	240	8	16	18	20	22	24	26	28	38	12	16	20	24	40
18º	6	24	168	360	12	22	24	26	28	30	32	34	44	18	24	30	36	60
15º	7	28	196	420	14	25	27	29	31	33	35	37	47	21	28	35	42	70
10º	10	40	280	600	20	34	36	38	40	42	44	46	56	30	40	50	60	100
9º	11	44	308	660	22	37	39	41	43	45	47	49	59	33	44	55	66	110
6º	16	64	448	960	32	52	54	56	58	60	62	64	74	48	64	80	96	160
5º	19	76	532	1140	38	61	63	65	67	69	71	73	83	57	76	95	114	190
2º	31	124	868	1860	62	97	99	101	103	105	107	109	119	93	124	155	186	310
2º	46	184	1288	2760	92	142	144	146	148	150	152	154	164	138	184	230	276	460
1º	91	364	2548	5460	182	277	279	281	283	285	287	289	299	273	364	455	546	910

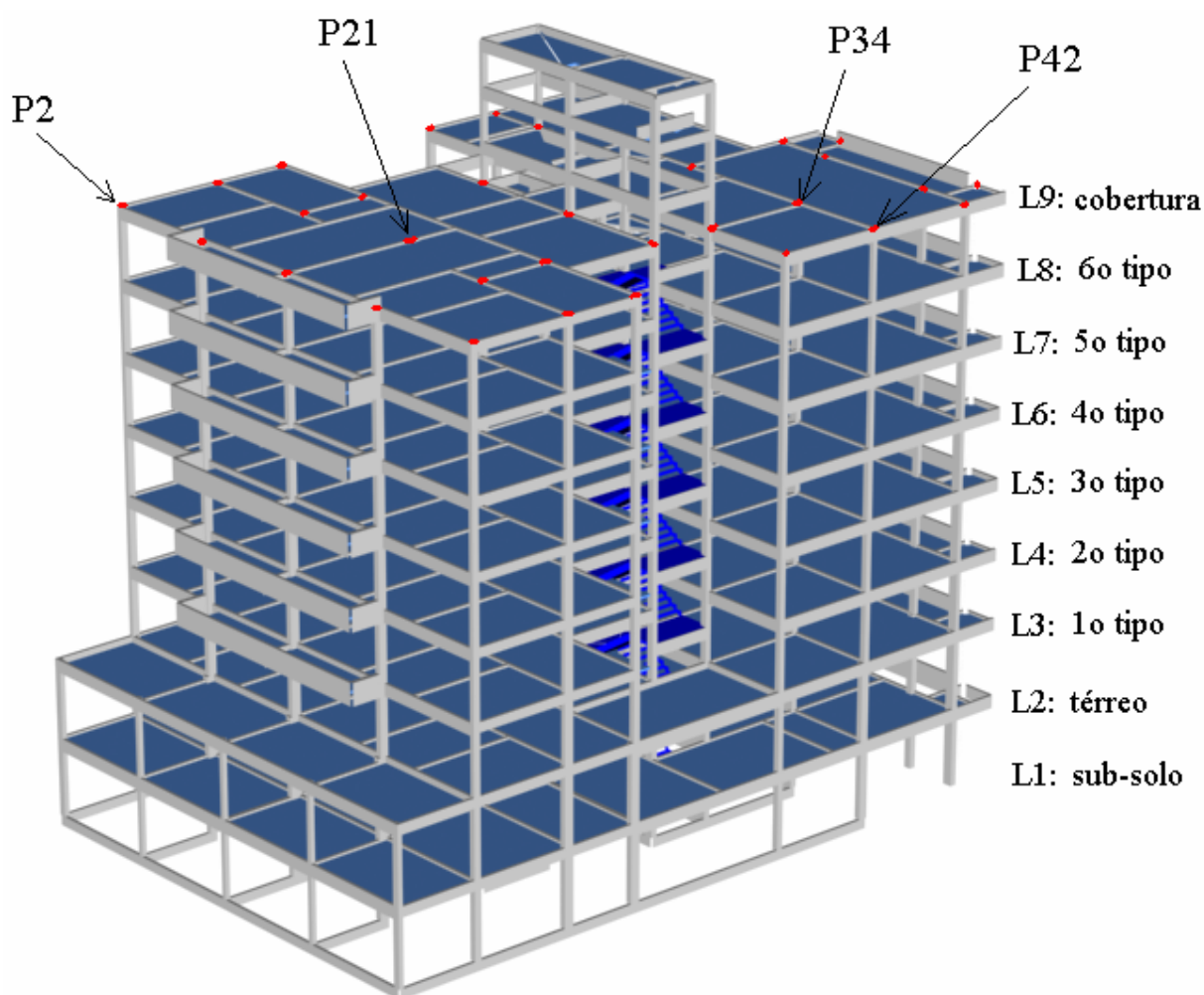
Considerações:

A 1ª coluna têm valores do incremento do ângulo adotado em qualquer um dos 4 processos de verificação. O valor de  $\Delta\alpha$  determina o número de ternos que são calculados em cada diagrama de interação para qualquer um dos 4 processos de verificação.

O valor de  $n_{Comb}$  será igual a 4 se forem considerados carregamentos devido ao peso próprio e elementos construtivos fixos e devido às cargas acidentais previstas para o uso da edificação. Será igual a 28 se também forem consideradas ações devido ao vento atuando nas 4 direções principais da edificação e igual a 60 se ainda forem considerados carregamentos devido às imperfeições geométricas globais, que usualmente também devem ser supostas agindo nas 4 direções principais da edificação. Em todos os casos é considerado que o carregamento devido ao peso próprio e o carregamento devido aos elementos construtivos fixos agem sempre na mesma direção. Se fosse ao contrário, o número total de combinações seria o dobro.

## **Anexo C - Estrutura e características dos pilares usados no exemplo do item 8.4.**

A estrutura usada no exemplo do item 8.4 é um edifício residencial de oito pavimentos mais a casa de máquinas e a caixa d'água como mostra a FIGURA 11.11, que também indica quais pilares foram usados no exemplo. Possui um total de 3.546,03m<sup>2</sup> sendo a área de cada andar tipo igual a 422,24m<sup>2</sup>. A planta baixa do andar tipo com a indicação dos pilares usados no exemplo são mostrados na FIGURA 11.12.



**FIGURA 11.11** - Pórtico 3D do prédio usado no estudo (figura gerada pelo Eberick )

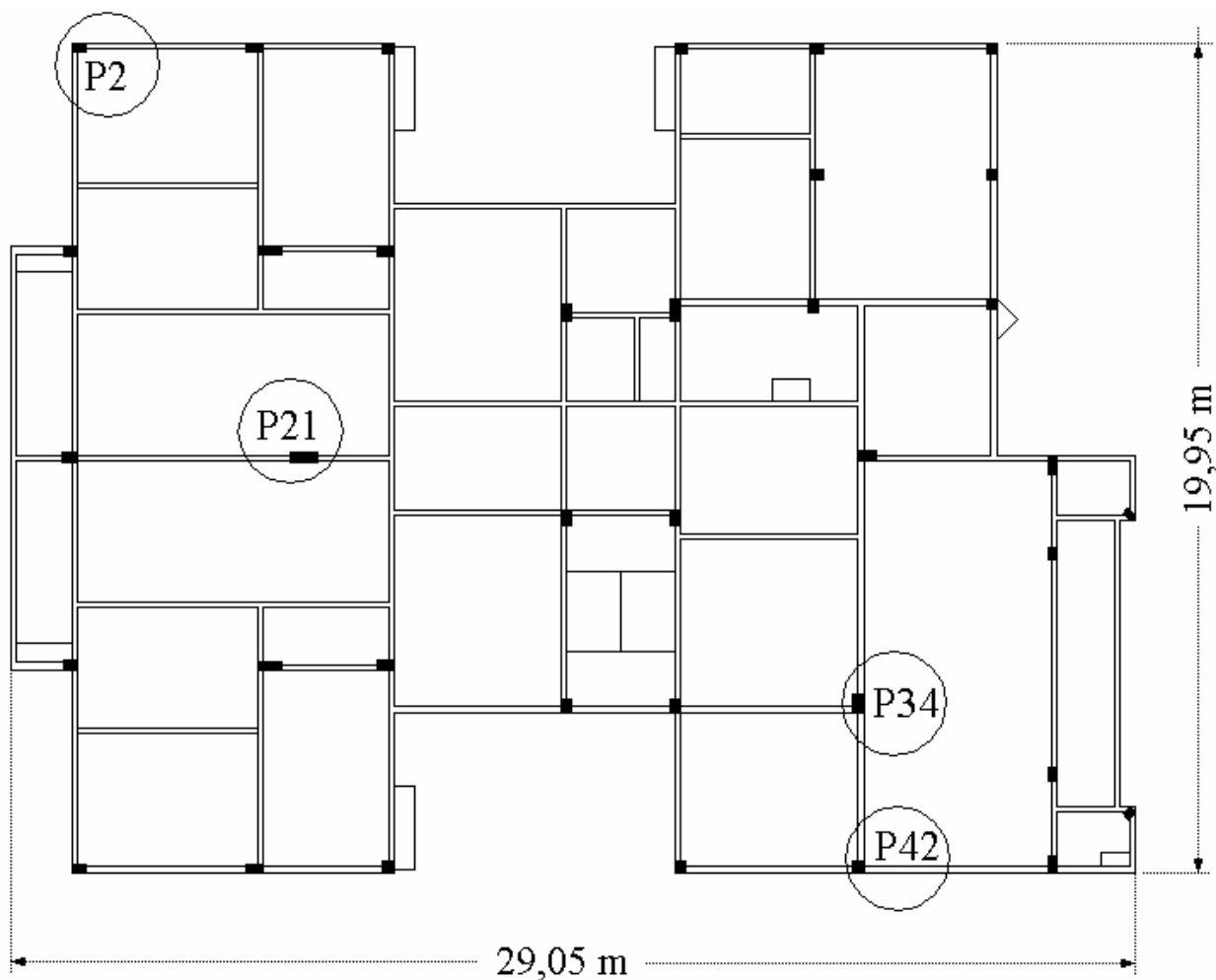


FIGURA 11.12 - Planta de formas dos pavimentos tipo da estrutura usada no estudo

Características comuns para todos os pilares:

$$f_{ck} = 200 \text{ MPa}$$

$$C_{nom} = 2,5 \text{ cm}$$

$$E_s = 210 \text{ GPa}$$

Todos os pilares têm  $\lambda \leq 90 \rightarrow \epsilon_{cc}$  pode ser desprezado segundo a NBR 6118:2003

Vínculos na base e topo, nas direções  $x$  e  $y \rightarrow$  rótula-rótula

As bitolas comerciais testadas no processo de otimização do exemplo, com seus respectivos preços, são mostradas assinaladas na FIGURA 11.13.

**Vergalhões**

Longitudinais			Estribos		
Bitola (mm)	Aço	Preço (R\$/kg)	Bitola (mm)	Aço	Preço (R\$/kg)
<input checked="" type="checkbox"/> 10.0	CA-50	2.52717	<input checked="" type="checkbox"/> 5.0	CA-60	3.08295
<input checked="" type="checkbox"/> 12.5	CA-50	2.39976	<input type="checkbox"/> 6.0	CA-60	3.37591
<input checked="" type="checkbox"/> 16.0	CA-50	2.39976	<input checked="" type="checkbox"/> 6.3	CA-50	3.05538
<input checked="" type="checkbox"/> 20.0	CA-50	2.39976	<input type="checkbox"/> 7.0	CA-60	3.71070
<input checked="" type="checkbox"/> 25.0	CA-50	2.39976	<input type="checkbox"/> 8.0	CA-50	3.08295
<input type="checkbox"/> 32.0	CA-50	2.68766	<input type="checkbox"/> 9.5	CA-60	3.08295
<input type="checkbox"/> 40.0	CA-50		<input type="checkbox"/> 10.0	<input type="checkbox"/> 12.5	<input type="checkbox"/> 16.0

FIGURA 11.13 - Bitolas comerciais usadas no exemplo (parte da janela de configuração do PDOP)

**Ações e Combinações**

Arquivo | Importar ações Eberick Com Escadas | Importar ações Eberick Sem Escadas

**Ações solicitantes e Combinações últimas (ELU)**

nº	Ligado	Nome	Ind.	N (tf)	Mx (Base) (kgf.m)	Mx (Topo) (kgf.m)	My (Base) (kgf.m)	My (Topo) (kgf.m)	Vx (tf)	Vy (tf)	T (kgf.m)	$\gamma_f$ desf.	$\gamma_f$ fav.	$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$	Ação (q)		Grupos	
																	(g)	dir. ind.	não simlt	(g) mesma direção
1	<input checked="" type="checkbox"/>	Peso próprio	G1	44.28	5.05	-8.17	3281.94	-3647.78	0	-2.47	1.95	1.4	1.0				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
2	<input checked="" type="checkbox"/>	Adicional	G2	33.9	3.17	-7.32	4275.12	-4829.45	0	-3.25	4.15	1.4	1.0				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
3	<input checked="" type="checkbox"/>	Acidental	Q	16.64	1.62	-3.95	1758.51	-1974.74	0	-1.33	1.77	1.4		0.5	0.4	0.3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
4	<input checked="" type="checkbox"/>	Vento X+	V1	2.24	-0.84	-16.8	-3539.95	5995.53	0.01	3.39	15.72	1.4		0.6	0.3	0	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
5	<input checked="" type="checkbox"/>	Vento X-	V2	-2.24	0.84	16.8	3539.95	-5995.53	-0.01	-3.39	-15.72	1.4		0.6	0.3	0	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
6	<input checked="" type="checkbox"/>	Vento Y+	V3	0.04	-235.79	-181.66	-70.12	102.44	-0.03	0.06	10.38	1.4		0.6	0.3	0	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
7	<input checked="" type="checkbox"/>	Vento Y-	V4	-0.04	235.79	181.66	70.12	-102.44	0.03	-0.06	-10.38	1.4		0.6	0.3	0	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
8	<input checked="" type="checkbox"/>	Desaprumo X+	D1	0.33	-0.59	-3.22	-506.39	1016.7	0	0.54	2.77	1.4	1.0				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
9	<input checked="" type="checkbox"/>	Desaprumo X-	D2	-0.33	0.59	3.22	506.39	-1016.7	0	-0.54	-2.77	1.4	1.0				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
10	<input checked="" type="checkbox"/>	Desaprumo Y+	D3	0.01	-41.01	-30.49	-17.66	29.95	-0.01	0.02	5.7	1.4	1.0				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
11	<input checked="" type="checkbox"/>	Desaprumo Y-	D4	-0.01	41.01	30.49	17.66	-29.95	0.01	-0.02	-5.7	1.4	1.0				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	1
12	<input type="checkbox"/>																<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
13	<input type="checkbox"/>																<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
14	<input type="checkbox"/>																<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
15	<input type="checkbox"/>																<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
16	<input type="checkbox"/>																<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
17	<input type="checkbox"/>																<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
18	<input type="checkbox"/>																<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
19	<input type="checkbox"/>																<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
20	<input type="checkbox"/>																<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	

**Valores Sugeridos pela NBR6118:2003**

Coef. de ponderação  $\gamma_f$  - Comb. de Ações:  $\gamma_f$  (Peso próprio) = 1.4

Fatores de combinação  $\Psi$  - Tipos de edificação:

Normais  Especiais ou de construção  Excepcionais

Residenciais  Comerciais  Biblioteca, Arquivos, Oficinas e Garagens

**Combinações últimas (ELU)**

Normais  Considerar  $\gamma_g$  favorável

Especiais ou de construção  Substituir  $\Psi_0$  por  $\Psi_2$

**Redução da carga acidental**

Utilizar quando o número de pisos que atuam sobre o pilar for:

6 ou mais Redução = 60 %

$n^\circ$  da ação carga acident. = 3

Ok

Importa Com escadas Importa Sem escadas

Zerar tudo

FIGURA 11.14 - Ações e coeficientes de majoração de cargas usados no exemplo. Ações atuantes no pilar P21-L6 (janela de entrada dos valores das ações solicitantes no PDOP).

Em todos os lances de pilares atuam determinadas ações e um total de 60 combinações de ações indicadas no relatório de combinações gerado pelo PDOP, que é mostrado abaixo:

===== AÇÕES =====

Ação: 1 Peso próprio (G1)  
 Ação: 2 Adicional (G2)  
 Ação: 3 Acidental (Q)  
 Ação: 4 Vento X+ (V1)  
 Ação: 5 Vento X- (V2)  
 Ação: 6 Vento Y+ (V3)  
 Ação: 7 Vento Y- (V4)  
 Ação: 8 Desaprumo X+ (D1)  
 Ação: 9 Desaprumo X- (D2)  
 Ação: 10 Desaprumo Y+ (D3)  
 Ação: 11 Desaprumo Y- (D4)

===== COMBINAÇÕES =====

1 1.4G1+1.4G2  
 2 1.4G1+1.4G2+1.4Q  
 3 1.4G1+1.4G2+1.4Q+0.84V4  
 4 1.4G1+1.4G2+1.4Q+0.84V3  
 5 1.4G1+1.4G2+1.4Q+0.84V2  
 6 1.4G1+1.4G2+1.4Q+0.84V1  
 7 1.4G1+1.4G2+1.4V1  
 8 1.4G1+1.4G2+0.7Q+1.4V1  
 9 1.4G1+1.4G2+1.4V2  
 10 1.4G1+1.4G2+0.7Q+1.4V2  
 11 1.4G1+1.4G2+1.4V3  
 12 1.4G1+1.4G2+0.7Q+1.4V3  
 13 1.4G1+1.4G2+1.4V4  
 14 1.4G1+1.4G2+0.7Q+1.4V4  
 15 1.4G1+1.4G2+1.4D4  
 16 1.4G1+1.4G2+1.4D4+1.4Q  
 17 1.4G1+1.4G2+D4  
 18 1.4G1+1.4G2+D4+1.4Q  
 19 1.4G1+1.4G2+1.4D3  
 20 1.4G1+1.4G2+1.4D3+1.4Q  
 21 1.4G1+1.4G2+D3  
 22 1.4G1+1.4G2+D3+1.4Q  
 23 1.4G1+1.4G2+1.4D2  
 24 1.4G1+1.4G2+1.4D2+1.4Q  
 25 1.4G1+1.4G2+D2  
 26 1.4G1+1.4G2+D2+1.4Q  
 27 1.4G1+1.4G2+1.4D1  
 28 1.4G1+1.4G2+1.4D1+1.4Q  
 29 1.4G1+1.4G2+D1  
 30 1.4G1+1.4G2+D1+1.4Q  
 31 G1+G2  
 32 G1+G2+1.4Q  
 33 G1+G2+1.4Q+0.84V4  
 34 G1+G2+1.4Q+0.84V3  
 35 G1+G2+1.4Q+0.84V2  
 36 G1+G2+1.4Q+0.84V1  
 37 G1+G2+1.4V1  
 38 G1+G2+0.7Q+1.4V1  
 39 G1+G2+1.4V2



---

40	$G1+G2+0.7Q+1.4V2$
41	$G1+G2+1.4V3$
42	$G1+G2+0.7Q+1.4V3$
43	$G1+G2+1.4V4$
44	$G1+G2+0.7Q+1.4V4$
45	$G1+G2+1.4D4$
46	$G1+G2+1.4D4+1.4Q$
47	$G1+G2+D4$
48	$G1+G2+D4+1.4Q$
49	$G1+G2+1.4D3$
50	$G1+G2+1.4D3+1.4Q$
51	$G1+G2+D3$
52	$G1+G2+D3+1.4Q$
53	$G1+G2+1.4D2$
54	$G1+G2+1.4D2+1.4Q$
55	$G1+G2+D2$
56	$G1+G2+D2+1.4Q$
57	$G1+G2+1.4D1$
58	$G1+G2+1.4D1+1.4Q$
59	$G1+G2+D1$
60	$G1+G2+D1+1.4Q$

Para gerar tais combinações foi considerado que G1 e G2 agem sempre na mesma direção e que V1, V2, V3, V4, D1, D2, D3 e D4 não agem simultaneamente

#### CONFIGURAÇÕES DOS PROCESSOS DE VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA:

Os quatro processos de verificação do PDOP e processo usado pelo eberick dependem de algumas configurações que podem ser alteradas pelo usuário. São elas:

##### Eberick - configuração do processo da linha neutra:

Número de faixas = 50

Tolerância da carga normal = 0,01%

Tolerância do momento resistente = 0%

Incremento do ângulo  $\alpha \rightarrow \Delta\alpha = 18^\circ$

Número de pontos por quadrante  $\rightarrow n_{\text{Ternos}} = 90^\circ / \Delta\alpha + 1 = 90^\circ / 18^\circ + 1 = 6$

##### Eberick - coeficientes para escolha das armaduras:

Área de aço = 6

Mão de obra (quantidade de barras) = 1

Diâmetro das barras = 1

Com estes coeficientes o Eberick deve escolher a solução que apresenta menor área total das armaduras longitudinais. Neste cálculo não é levado em conta o consumo de aço proporcionado pelos estribos nem o preço das bitolas

PDOP - configuração do processo da linha neutra, comum para os 4 processos de verificação

Tolerância do esforço normal  $|N_{Sd} - N_{Rd}| = 0,01\%$  de  $N_{Rd,máx}$

Tolerância do momento resistente = 0% (não pode ser alterada pelo usuário)

Incremento do ângulo  $\alpha \rightarrow \Delta\alpha = 18^\circ$

Número de pontos por quadrante  $\rightarrow n_{Ternos} = 90^\circ / \Delta\alpha + 1 = 90^\circ / 18^\circ + 1 = 6$

PDOP - configuração necessária somente no 3º processo de verificação.

Tolerância de  $N_{d,MRd,máx} \rightarrow Prec_{Nd,MRd,máx} = 0,8\%$  de  $N_{Rd,máx}$

Tolerância de  $M_{Rd,máx} \rightarrow$  não é utilizada, o processo iterativo para o cálculo de  $N_{d,MRd,máx}$  encerra somente em função de  $Prec_{Nd,MRd,máx}$

Valor da inclinação da linha neutra  $\alpha$  para o cálculo de  $N_{d,MRd,máx} = 45^\circ$

PDOP - configuração necessária somente no 4º processo de verificação.

O 4º processo de verificação foi usado duas vezes neste exemplo, variando o número de diagramas de iteração para realização da interpolação dos resultados:

1º -  $n_{diag} = 4$

2º -  $n_{diag} = 5$

PDOP - Critério de otimização

Escolhe automaticamente o arranjo com menor custo. Neste cálculo é levando em conta o consumo de aço devido às barras longitudinais e estribos além de considerar o preço individual de cada bitola.